|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2017-2018** |
| |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | Môn thi :  **TOÁN (Toán chuyên)**  Thời gian : **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  Ngày thi : **11/7/2017** |

**Câu 1 (*2,0 điểm*).**

a) Cho biểu thức  với  và .

Rút gọn biểu thức  và tìm  để 

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn đẳng thức 

**Câu 2 (*2,0 điểm*).**

a) Giải phương trình .

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 3 (*1,0 điểm*).**

Cho parabol  và đường thẳng . Tìm  và  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho  có hoành độ bằng 2 và khoảng cách từ  đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ  đến trục tung.

**Câu 4 (*2,0 điểm*).**

Cho hình vuông  điểm  nằm trên cạnh  khác ,  khác  Hai đường thẳng  và  cắt nhau tại 

a) Chứng minh .

b) Gọi  là trọng tâm của tam giác  và  là trung điểm của cạnh  Điểm  di động trên đoạn thẳng  đường thẳng  cắt  tại  Chứng minh  trong trường hợp giá trị của tích  nhỏ nhất, tính tỉ số 

**Câu 5 (*2,0 điểm*).**

Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn  và có trực tâm  Ba điểm  lần lượt là chân các đường cao vẽ từ  của tam giác  Gọi  là trung điểm của cạnh   là giao điểm của  và  Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là 

a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp đường tròn và  vuông góc với 

b) Lấy điểm  trên cung nhỏ  của đường tròn  ( khác   khác ). Gọi  là giao điểm của  và   là giao điểm của  và  Chứng minh đường thẳng  cách đều hai điểm  và .

**Câu 6 (*1,0 điểm*).**

Cho ba số thực dương thỏa mãn .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

--------------- HẾT ---------------

Họ và tên thí sinh: ........................................................................................ Số báo danh: ......................................

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NAM** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2017-2018** |
| |  | | --- | | **HDC CHÍNH THỨC** | | **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN** |

*(Bản hướng dẫn này gồm 05 trang)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1**  **(2,0)** | a) Cho biểu thức  với  và .  Rút gọn biểu thức  và tìm  để | **1,0** |
|  | 0,25 |
| . | 0,25 |
| Với  và :  (\*) | 0,25 |
| Đặt . Phương trình (\*) trở thành:  (thỏa điều kiện). | 0,25 |
| b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn đẳng thức | **1,0** |
| (\*)  Vì  nên  hay . | 0,25 |
| + Với : Từ (\*) suy ra:  (không thỏa).  + Với : Vì  là số chính phương nên  là số chính phương.  . | 0,25 |
| .+ Do  và  là các số chính phương khác 0 nên . | 0,25 |
| .+ Với (thỏa)  + Với  hoặc  (cả 2 giá trị *a* không thỏa).  Vậy  là cặp số duy nhất thỏa yêu cầu. | 0,25 |
| **\* Cách khác:**  (\*)  Vì  nên  hay . | (0,25) |
| + Xét  không thỏa (\*).  + Xét , từ (\*) suy ra .  + Xét  không thỏa (\*). | (0,25) |
| + Xét : Ta có:  Gọi *d* = ƯCLN. Vì nên .  Hơn nữa  không chia hết cho 3 nên . Do đó .  Lại có  nên  và  đều là hai số chính phương. | (0,25) |
| Mặt khác:  (vì ) nên  không phải là số chính phương.  Vậy  là cặp số duy nhất cần tìm. | (0,25) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 2**  **(2,0)** | a) Giải phương trình  (1). | **1,0** |
| (2) | 0,25 |
| Đặt , phương trình (2) trở thành:  hoặc . | 0,25 |
| Với  thì | 0,25 |
| Với  thì  Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: | 0,25 |
| **\* Cách khác:** Điều kiện: .      hoặc | (0,5) |
| Giải phương trình  tìm được | (0,25) |
| Giải phương trình  tìm được  và kết luận. | (0,25) |
| b) Giải hệ phương trình | **1,0** |
| Hệ phương trình đã cho tương đương với: | 0,25 |
| Đặt , hệ phương trình trên trở thành:    Thay (3) vào (2) và biến đổi được:  hoặc . | 0,25 |
| + . Giải được  hoặc . | 0,25 |
| + . Giải được .  Vậy hệ phương trình đã cho có 3 nghiệm: ,,. | 0,25 |
| **\* Cách khác:**  Ta có:  hoặc . | (0,5) |
| + Với  ta có hệ:  (vô nghiệm) | (0,25) |
| + Với  ta có hệ:    hoặc  hoặc hoặc .  Vậy hệ phương trình đã cho có 3 nghiệm: ,,. | (0,25) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 3**  **(1,0)** | Cho parabol  và đường thẳng . Tìm  và  để  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho  có hoành độ bằng 2 và khoảng cách từ  đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ  đến trục tung. | **1,0** |
| + A thuộc (P) và có hoành độ bằng 2 nên A(2;4).  d đi qua A(2;4) nên . Suy ra . | 0,25 |
| + Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):  hoặc  (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi:  hay . | 0,25 |
| ***Hoặc:***  + Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):  (\*)  (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt  **(được 0,25)**. |
| + Khi đó hoành độ của A và B lần lượt là: .  hoặc | 0,25 |
| Vậy a = 1; b = 2 hoặc a = 3; b = –2. | 0,25 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | | | | **Điểm** |
| **Câu 4**  **(2,0)** | a) Chứng minh . | | | | **0,75** |
| **\* Cách 1:** | . | | | 0,25 |
| Đặt . Ta có: . | | | 0,25 |
| Vậy: . | | | 0,25 |
| **Ghi chú:** không có hình không chấm. | | |  |
| **\* Cách 2:** | . | | | (0,25) |
| Ta có: . | | | (0,25) |
| Vậy: | | | (0,25) |
| **\* Cách 3:** | Dựng đường thẳng qua A, vuông góc với *AE* và cắt đường thẳng *CD* tại J.  + Chứng minh được hai tam giác *ADJ* và *ABE* bằng nhau. Suy ra *AJ=AE.* | | | (0,5) |
| + Trong tam giác vuông AJF có:  . | | | (0,25) |
| b) Chứng minh  trong trường hợp tích nhỏ nhất, tính tỉ số . | | | | **1,25** |
| Hình vẽ phục vụ câu b (không có hình không chấm) | | | | 0,25 |
| \* Khi M trùng I hoặc M trùng D ta có: .  \* Trường hợp M khác I và M khác D:  Gọi K là trung điểm của CD. Dựng CC’//MG, DD’//MG (C’, D’ thuộc AG).  Khi đó: . Do đó . | | | | 0,25 |
| Hai tam giác KDD’ và KCC’ bằng nhau nên KC’=KD’. Suy ra . | | | | 0,25 |
| Ta có:   (AD, AC không đổi). | | | | 0,25 |
| Đẳng thức xảy ra khi  hay . Khi đó: .  Vậy khi AM.AN nhỏ nhất thì . | | | | 0,25 |
|  | | **\* Chứng minh  bằng cách khác:**  Gọi H là giao điểm của MN và BC, P là trung điểm của MH. | | (0,25) |
| (vì ). Suy ra .  **Lưu ý:** *M* trùng *D* hoặc *I*, ta vẫn có *HC*+*MD*=2*PK.* | | | | (0,25) |
| **Câu** | **Nội dung** | | | | **Điểm** |
| **Câu 5**  **(2,0)** | a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp trong đường tròn và  vuông góc với | | | | **1,25** |
| Hình vẽ phục vụ câu a (*không tính điểm hình vẽ câu b, không có hình không chấm*) | | |  | 0,25 |
| (vì tứ giác ANBC nội tiếp)  (vì tứ giác BCEF nội tiếp)  Suy ra . Do đó tứ giác BFNK nội tiếp. | | | | 0,25 |
| + Hai tam giác KNB và KCA đồng dạng nên KN.KA = KB.KC  + Hai tam giác KBF và KEC đồng dạng nên KF.KE = KB.KC  Suy ra KN.KA = KF.KE hay . | | | | 0,25 |
| Hơn nữa . Do đó hai tam giác KNF và KEA đồng dạng.  Suy ra . Do đó tứ giác ANFE nội tiếp.  Suy ra A, N, F, H, E nằm trên đường tròn đường kính AH. Do đó . | | | | 0,25 |
| + Tia NH cắt đường tròn (O) tại S, AS là đường kính của (O).  + Chứng minh được tứ giác BHCS là hình bình hành. Suy ra HS qua trung điểm M của BC.  Suy ra N, H, M, S thẳng hàng. Khi đó H là trực tâm của tam giác AKM. Vậy . | | | | 0,25 |
| b) Chứng minh đường thẳng  cách đều hai điểm  và . | | | | **0,75** |
| + Hạ PI và QJ vuông góc với đường thẳng DE lần lượt tại I, J. Đặt .  . | | | | 0,5 |
| .  Suy ra PI=QJ. Vậy P và Q cách đều đường thẳng DE. | | | | 0,25 |
| **Ghi chú:** Nếu thí sinh xét 2 trường hợp và giải đúng trong trường hợp A, D, L thẳng hàng thì được 0,25. Nếu không chia 2 trường hợp mà vẽ hình đặc biệt A, D, L thẳng hàng để giải thì không cho điểm. | | | |  |
| **Câu 6**  **(1,0)** | Cho 3 số thực dương thỏa . Tìm giá trị lớn nhất của | | | | **1,0** |
| Ta có:  với a, b, c là 3 số thực (dấu bằng xảy ra khi a=b=c).  Áp dụng bất đẳng thức trên với  (*x, y, z* > 0) ta được: | | | | 0,25 |
| Ta có: | | | | 0,25 |
| . | | | | 0,25 |
| . Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 3 khi *.* | | | | 0,25 |

**\* Lưu ý:**

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.