

Giáo viên sửa phần màu đỏ theo mã đề của mình

Câu 1. (1,5 điểm). Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là (d) .

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $5x^2 - 7x + 1 = 0$ (x là ẩn số).

- Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- Tính giá trị biểu thức $A = \left(x_1 - \frac{7}{5}\right)x_1 + \frac{1}{25x_2^2} + x_2^2$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Trên một khúc sông, vận tốc dòng chảy (của nước) ở bề mặt lớn hơn vận tốc dòng chảy ở đáy sông. Gọi $v \text{ km/h}$ là vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông, $f \text{ km/h}$ là vận tốc dòng chảy ở đáy sông, các nhà khoa học đã tìm được công thức thể hiện mối liên hệ giữa vận tốc này là: $\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31$.

- Nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là $9,31 \text{ km/h}$ thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km/h)
- Nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là $20,32 \text{ km/h}$ thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km/h)

Câu 4. (1 điểm). Thớt là dụng cụ sử dụng trong bếp của mỗi gia đình. Xét một cái thớt bằng gỗ có hình trụ với đường kính đáy 22 cm , chiều cao 4 cm .



- Tính tổng diện tích hai mặt thớt (làm tròn đến đơn vị cm^2).
- Cho biết loại gỗ làm thớt có khối lượng riêng là 500 kg/m^3 . Tính khối lượng (theo đơn vị gam) của cái thớt trên. Biết công thức tính thể tích V của hình trụ là $V = S.h$ (S là diện tích đáy và h là chiều cao hình trụ).

Câu 5. (1 điểm). Trong môn bóng đá, ban đầu các quả bóng thường được làm bằng bàng quang hoặc dạ dày của động vật. Những quả bóng này dễ bị vỡ. Đến thế kỷ 19, với những khám phá về lưu hóa của Charles Goodyear, bóng được làm bằng cao su. Cuối thế kỷ 20, quả bóng thường được làm từ 32 mảnh ghép nhỏ do Eigil Nielsen phát triển vào năm 1962. Cho đến hôm nay, người ta đã ứng dụng thêm nhiều công nghệ khác nữa để làm quả bóng.

Xét một quả bóng được ghép từ 32 mảnh da gồm các mảnh hình lục giác màu trắng và hình ngũ giác màu đen. Mỗi mảnh màu đen ráp với 5 mảnh màu trắng. Mỗi mảnh màu trắng ráp với 3 mảnh màu đen và 3 mảnh màu trắng (Hình 1). Hỏi quả bóng này có bao nhiêu mảnh màu trắng?



Hình 1. Quả bóng

Câu 6. (0,75 điểm). Một cửa hàng thực hiện chương trình khuyến mãi một sản phẩm bánh kem: Mua 4 tặng 1. Giá bán 1 bánh là 50 000 đồng. Bình mua 12 bánh, Mai mua 13 bánh. Bình nói với Mai góp tiền mua chung sẽ tốn ít tiền hơn khi từng người mua riêng. Hãy tính xem khi Mai và Bình mua chung thì sẽ đỡ tốn hơn bao nhiêu tiền và mỗi người sẽ chi trả bao nhiêu.

Câu 7. (0,75 điểm). Các bạn học sinh của lớp 9A dự định đóng góp một số tiền để mua tặng cho mỗi em ở Mái ấm tính thương ba món quà (giá tiền các món quà đều như nhau). Khi các bạn đóng đủ số tiền như dự định thì Mái ấm đã nhận chăm sóc thêm 9 em và giá tiền mỗi món quà lại tăng thêm 5% nên số tiền có được chỉ vừa đủ để tặng mỗi em hai món quà. Hỏi hiện tại Mái ấm có bao nhiêu em?

Câu 8. (3 điểm) Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc của đường tròn $O; R$. Gọi I là trung điểm của bán kính OD . Tia AI cắt O tại P ($P \neq A$). Tiếp tuyến tại P của đường tròn O cắt tia AB tại T .

a) Chứng minh tứ giác $PIOB$ nội tiếp và $BTP + 2TPB = 90^\circ$.

b) Kẻ $PK \perp AB$ ($K \in AB$). Gọi Q là giao điểm của TP và CD . Chứng minh $\triangle PQI$

cân và $\frac{2}{KT} = \frac{1}{KB} - \frac{1}{KA}$.

c) Tính theo R diện tích $\triangle ACP$.

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là (d) .

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

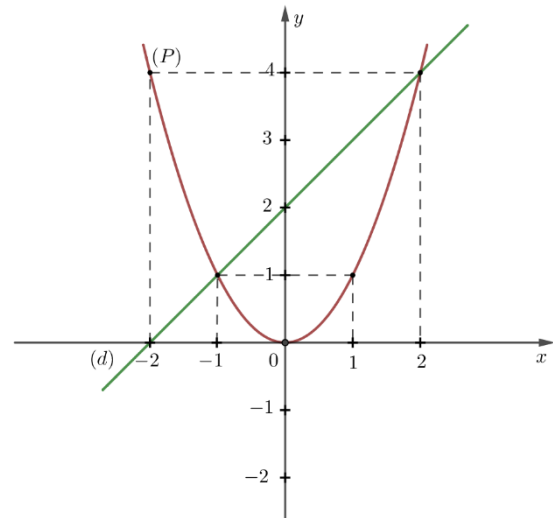
Lời giải

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = x + 2$	2	3



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thay $x = -1$ vào $y = x^2$, ta được: $y = (-1)^2 = 1$.

Thay $x = 2$ vào $y = x^2$, ta được: $y = 2^2 = 4$.

Vậy $-1; 1, 2; 4$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $5x^2 - 7x + 1 = 0$ (x là ẩn số).

- Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

- Tính giá trị biểu thức $A = \left(x_1 - \frac{7}{5}\right)x_1 + \frac{1}{25x_2^2} + x_2^2$.

Lời giải

a) Chứng minh phương trình 1 có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Phương trình $5x^2 - 7x + 1 = 0$ (x là ẩn số).

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4.5.1 = 29 > 0$$

Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Tính giá trị biểu thức $A = \left(x_1 - \frac{7}{5}\right)x_1 + \frac{1}{25x_2^2} + x_2^2$.

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{7}{5} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \left(x_1 - \frac{7}{5}\right)x_1 + \frac{1}{25x_2^2} + x_2^2$$

$$A = \left[x_1 - (x_1 + x_2)\right]x_1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \frac{1}{x_2^2} + x_2^2$$

$$A = -x_2 \cdot x_1 + (x_1 \cdot x_2)^2 \cdot \frac{1}{x_2^2} + x_2^2$$

$$A = -x_1 \cdot x_2 + x_1^2 + x_2^2$$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2$$

$$A = \left(\frac{7}{5}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$A = \frac{49}{25} - \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{34}{25}$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm) Trên một khúc sông, vận tốc dòng chảy (của nước) ở bề mặt lớn hơn vận tốc dòng chảy ở đáy sông. Gọi $v \text{ km/h}$ là vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông, $f \text{ km/h}$ là vận tốc dòng chảy ở đáy sông, các nhà khoa học đã tìm được công thức thể hiện mối liên hệ giữa vận tốc này là: $\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31$.

a) Nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là $9,31 \text{ km/h}$ thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km/h)

- b) Nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là $20,32 \text{ km} / \text{h}$ thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km / h)

Lời giải

- a) Nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là $9,31 \text{ km} / \text{h}$ thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km / h)

Ta có: $v = 9,31 \text{ km} / \text{h}$ thay vào công thức $\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31$

$$\Rightarrow \sqrt{f} = \sqrt{9,31} - 1,31$$

$$\Rightarrow f = \left(\sqrt{9,31} - 1,31 \right)^2 = 3,03 \text{ km} / \text{h}$$

Vậy nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là $9,31 \text{ km} / \text{h}$ thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là $3,03 \text{ km} / \text{h}$.

- b) Nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là $20,32 \text{ km} / \text{h}$ thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến phần trăm km / h)

Ta có: $f = 20,32 \text{ km} / \text{h}$ thay vào công thức $\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31$

$$\Rightarrow \sqrt{20,32} = \sqrt{v} - 1,31$$

$$\Rightarrow \sqrt{v} = \sqrt{20,32} + 1,31$$

$$\Rightarrow v = \left(\sqrt{20,32} + 1,31 \right)^2$$

$$\Rightarrow v = 33,85 \text{ km} / \text{h}$$

Vậy nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là $20,32 \text{ km} / \text{h}$ thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là $33,85 \text{ km} / \text{h}$.

Câu 4. (1 điểm) Thớt là dụng cụ sử dụng trong bếp của mỗi gia đình. Xét một cái thớt bằng gỗ có hình trụ với đường kính đáy 22 cm , chiều cao 4 cm .



- a) Tính tổng diện tích hai mặt thớt (làm tròn đến đơn vị cm^2).
- b) Cho biết loại gỗ làm thớt có khối lượng riêng là $500 \text{ kg} / \text{m}^3$. Tính khối lượng (theo đơn vị gam) của cái thớt trên. Biết công thức tính thể tích V của hình trụ là $V = S.h$ (S là diện tích đáy và h là chiều cao hình trụ).

Lời giải

- a) Tính tổng diện tích hai mặt thớt (làm tròn đến đơn vị cm^2).

Bán kính đáy thớt là: $r = 22 : 2 = 11 \text{ cm}$

Tổng diện tích hai mặt thớt là: $2\pi r^2 = 2\pi \cdot 11^2 = 760 \text{ cm}^2$

- b) Cho biết loại gỗ làm thớt có khối lượng riêng là $500 \text{ kg} / \text{m}^3$. Tính khối lượng (theo đơn vị gam) của cái thớt trên. Biết công thức tính thể tích V của hình trụ là $V = S.h$ (S là diện tích đáy và h là chiều cao hình trụ).

Thể tích của thớt là: $V = S.h = \pi.r^2.h = \pi \cdot 11^2 \cdot 4 = 1520,53 \text{ cm}^3 = 0,00152053 \text{ m}^3$

Khối lượng của thớt là: $0,00152053 \cdot 500 = 0,76 \text{ kg} = 760 \text{ g}$

Câu 5. (1 điểm) Trong môn bóng đá, ban đầu các quả bóng thường được làm bằng bàng quang hoặc dạ dày của động vật. Những quả bóng này dễ bị vỡ. Đến thế kỷ 19, với những khám phá về lưu hóa của Charles Goodyear, bóng được làm bằng cao su. Cuối thế kỷ 20, quả bóng thường được làm từ 32 mảnh ghép nhỏ do Eigil Nielsen phát triển vào năm 1962. Cho đến hôm nay, người ta đã ứng dụng thêm nhiều công nghệ khác nữa để làm quả bóng.

Xét một quả bóng được ghép từ 32 mảnh da gồm các mảnh hình lục giác màu trắng và hình ngũ giác màu đen. Mỗi mảnh màu đen ráp với 5 mảnh màu trắng. Mỗi mảnh màu trắng ráp với 3 mảnh màu đen và 3 mảnh màu trắng (Hình 1). Hỏi quả bóng này có bao nhiêu mảnh màu trắng?



Hình 1. Quả bóng

Lời giải

Gọi số mảnh màu trắng là x (mảnh)

số mảnh màu đen là y (mảnh)

Đk: $x, y \in \mathbb{N}^*$

Tổng số mảnh ghép là 32 $\Rightarrow x + y = 32$ 1

Vì mỗi mảnh màu đen ráp với 5 mảnh màu trắng và mỗi mảnh màu trắng ráp với 3 mảnh màu đen $\Rightarrow 3x = 5y$ 2

Từ 1, 2 ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 32 \\ 3x = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 32 \\ 3x - 5y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy quả bóng này có 20 mảnh màu trắng.

Câu 6. (0,75 điểm) Một cửa hàng thực hiện chương trình khuyến mãi một sản phẩm bánh kem: Mua 4 tặng 1. Giá bán 1 bánh là 50 000 đồng. Bình mua 12 bánh, Mai mua 13 bánh. Bình nói với Mai góp tiền mua chung sẽ tốn ít tiền hơn khi từng người mua riêng. Hãy tính xem khi Mai và Bình mua chung thì sẽ đỡ tốn hơn bao nhiêu tiền và mỗi người sẽ chi trả bao nhiêu.

Lời giải

TH1. Hai bạn mua bánh riêng

Bình mua 12 bánh nên Bình chỉ cần mua 10 bánh (vì mua 8 tặng 2)

Số tiền Bình phải trả là: $10.50\,000 = 500\,000$ (đồng)

Mai mua 13 bánh nên Mai chỉ cần mua 11 bánh (vì mua 8 tặng 2)

Số tiền Mai phải trả là: $11.50\,000 = 550\,000$ (đồng)

Tổng số tiền mua riêng phải trả của 2 bạn là: $500\,000 + 550\,000 = 1\,050\,000$ (đồng)

TH2. Hai bạn góp tiền mua bánh chung

Tổng số bánh 2 bạn mua chung là 25 bánh nên 2 bạn chỉ cần mua 20 bánh (vì mua 20 tặng 5)

Tổng số tiền phải trả khi 2 bạn mua chung là: $20.50\,000 = 1\,000\,000$ (đồng)

Số tiền tiết kiệm khi 2 bạn mua chung là: $1\,050\,000 - 1\,000\,000 = 50\,000$ (đồng)

Số tiền Bình phải trả khi mua chung là: $\frac{1\,000\,000.12}{25} = 480\,000$ (đồng)

Số tiền Mai phải trả khi mua chung là: $\frac{1\,000\,000.13}{25} = 520\,000$ (đồng)

Câu 7. (0,75 điểm) Các bạn học sinh của lớp 9A dự định đóng góp một số tiền để mua tặng cho mỗi em ở Mái ấm tình thương ba món quà (giá tiền các món quà đều như nhau). Khi các bạn đóng đủ số tiền như dự định thì Mái ấm đã nhận chăm sóc thêm 9 em và giá tiền mỗi món quà lại tăng thêm 5% nên số tiền có được chỉ vừa đủ để tặng mỗi em hai món quà. Hỏi hiện tại Mái ấm có bao nhiêu em?

Lời giải

Gọi số em lúc ban đầu ở Mái ấm là x (em)

Số em lúc tặng quà ở Mái ấm là $x + 9$ (em)

Đk: $x \in \mathbb{N}^*$

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$x.3 = x + 9.2.105\%$$

$$\Leftrightarrow 3x = x + 9.2,1$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2,1x + 18,9$$

$$\Leftrightarrow 0,9x = 18,9$$

$$\Leftrightarrow x = 21 \text{ nh?n}$$

Vậy hiện tại Mái ấm có: $21 + 9 = 30$ (em)

Câu 8. (3 điểm) Cho AB và CD là hai đường kính vuông góc của đường tròn $O; R$. Gọi I là trung điểm của bán kính OD . Tia AI cắt O tại P ($P \neq A$). Tiếp tuyến tại P của đường tròn O cắt tia AB tại T .

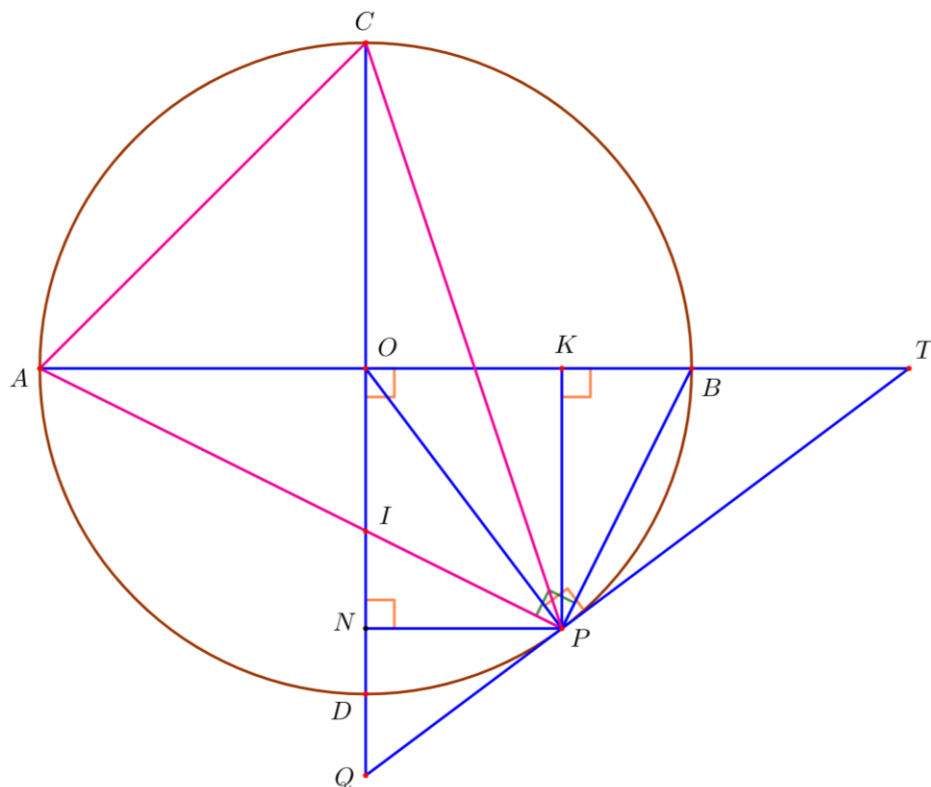
a) Chứng minh tứ giác $PIOB$ nội tiếp và $BTP + 2TPB = 90^\circ$.

b) Kẻ $PK \perp AB$ ($K \in AB$). Gọi Q là giao điểm của TP và CD . Chứng minh $\triangle PQI$

cân và $\frac{2}{KT} = \frac{1}{KB} - \frac{1}{KA}$.

c) Tính theo R diện tích $\triangle ACP$.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $PIOB$ nội tiếp và $BTP + 2TPB = 90^\circ$.

Xét tứ giác $PIOB$, có:

$$\begin{cases} IOB = 90^\circ & AB \perp CD \\ IPB = 90^\circ & AP \perp PB \end{cases}$$

$$\Rightarrow IOB + IPB = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $PIOB$ nội tiếp vì có hai góc đối bù nhau.

Xét $\triangle OPT$ có:

$OP \perp PT$ (tính chất tiếp tuyến)

$\Rightarrow \triangle OPT$ vuông tại P

$$\Rightarrow POT + PTO = 90^\circ$$

Mà $POT = 2TPB$ (Góc ở tâm, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn BP)

$$\Rightarrow BTP + 2TPB = 90^\circ$$

b) Kẻ $PK \perp AB$ $K \in AB$. Gọi Q là giao điểm của TP và CD . Chứng minh $\triangle PQI$

$$\text{cân và } \frac{2}{KT} = \frac{1}{KB} - \frac{1}{KA}.$$

Ta có: tứ giác $PIOB$ nội tiếp

$$\Rightarrow PIQ = OBP \text{ (góc ngoài = góc đối trong)}$$

Mà $ABP = APQ$ (Góc nội tiếp, góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn AP)

$$\Rightarrow PIQ = APQ$$

Xét $\triangle PQI$ có: $PIQ = IPQ$

$$\Rightarrow \triangle PQI \text{ cân tại } Q.$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{KT} = \frac{1}{KB} - \frac{1}{KA}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{KT} = \frac{KA - KB}{KA \cdot KB}$$

$$\Leftrightarrow 2KA \cdot KB = KT \cdot KA - KB$$

$$\Leftrightarrow 2KA \cdot KB = KT \cdot OA + OK - KB$$

$$\Leftrightarrow 2KA \cdot KB = KT \cdot OA - KB + OK$$

$$\Leftrightarrow 2KA \cdot KB = KT \cdot OK + OK$$

$$\Leftrightarrow 2KA \cdot KB = KT \cdot 2OK$$

$$\Leftrightarrow KA \cdot KB = KT \cdot OK$$

Xét $\triangle APB$ vuông tại P có đường cao PK

$$\Rightarrow KA.KB = KP^2 \quad 1$$

Xét $\triangle OPT$ vuông tại P có đường cao PK

$$\Rightarrow KT.KO = KP^2 \quad 2$$

$$\text{Từ } 1, 2 \Rightarrow KA.KB = KT.KO$$

$$\text{Vậy } \frac{2}{KT} = \frac{1}{KB} - \frac{1}{KA}.$$

c) Tính theo R diện tích $\triangle ACP$.

Kẻ $PN \perp OD$ tại N

Xét tứ giác $OKPN$ có:

$$PKO = KON = ONP = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $OKPN$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow OK = PN$$

Xét $\triangle AOI$ vuông tại O

$$\Rightarrow AI = \sqrt{AO^2 + OI^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{5}}{2}$$

Xét $\triangle AOI$ và $\triangle APB$ có:

$\hat{A}$ chung

$$\angle AOI = \angle APB = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AOI \sim \triangle APB \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{AP} = \frac{AI}{AB} = \frac{OI}{PB} \text{ (TSDD)}$$

$$\text{Ta có: } \frac{AO}{AP} = \frac{AI}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{AP} = \frac{\frac{R\sqrt{5}}{2}}{2R}$$

$$\Rightarrow AP = \frac{R \cdot 2R}{\frac{R\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Rightarrow AP = \frac{4R}{\sqrt{5}}$$

Xét $\triangle APB$ vuông tại P có đường cao PK

$$\Rightarrow AP^2 = AK.AB$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4R}{\sqrt{5}}\right)^2 = AK.2R$$

$$\Rightarrow \frac{16R^2}{5} = AK.2R$$

$$\Rightarrow AK = \frac{16R^2}{5} : 2R$$

$$\Rightarrow AK = \frac{8R}{5}$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ACP} = S_{\triangle ACI} + S_{\triangle CPI}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}AO.CI + \frac{1}{2}PN.CI$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}CI \cdot AO + PN$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}CI \cdot AO + OK$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}CI.AK$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2}\left(R + \frac{R}{2}\right) \cdot \frac{8R}{5} = \frac{1}{2} \frac{3R}{2} \cdot \frac{8R}{5} = \frac{6R^2}{5} \quad d\text{vd}t$$

-----HẾT-----