

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm):

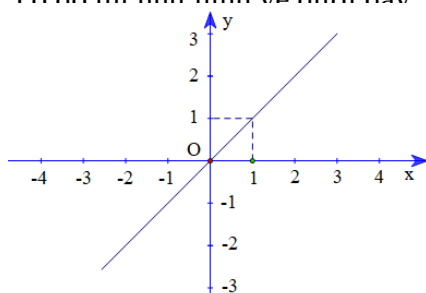
Câu 1: Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{2020-x}$ là

- A. $x \leq 2020$. B. $x \geq 2020$. C. $x < 2020$. D. $x > 2020$.

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ trong các hàm số sau: $y = 17x + 2$; $y = 17x - 3$; $y = 11 - 5x$; $y = x + 10$; $y = -x + 2020$.

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = (m-3)x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng ?



- A. $m = -4$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Câu 4: Hệ phương trình $\begin{cases} -5x + 3y = 1 \\ x + 5y = 11 \end{cases}$ có nghiệm là $(x; y)$. Khi đó $x - y$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 5: Điểm nào dưới đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y = 5x^2$?

- A. $A(1;5)$. B. $B(3;40)$. C. $C(2;20)$. D. $M(-1;-5)$.

Câu 6: Giả sử phương trình $x^2 - 16x + 55 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Tính $x_1 - 2x_2$

- A. 1. B. 24. C. 13. D. -17.

Câu 7: Cho parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = -2x + 3$ cắt nhau tại hai điểm $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Khi đó $y_1 + y_2$ bằng

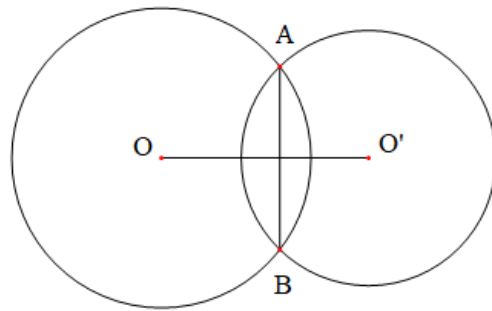
- A. 1. B. -2. C. 8. D. 10.

Câu 8: Cho tam giác vuông ABC cân tại A , cạnh $BC = \sqrt{6}(\text{cm})$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\sqrt{3}(\text{cm}^2)$. B. $3(\text{cm}^2)$. C. $\frac{3}{2}(\text{cm}^2)$. D. $6(\text{cm}^2)$.

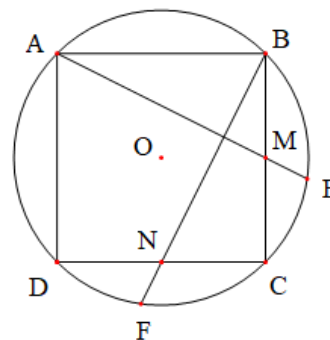
Câu 9: Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B . Biết $OA = 6(\text{cm})$; $AO' = 5(\text{cm})$; $AB = 8(\text{cm})$ (như hình vẽ bên). Độ dài OO' bằng

A. $5(\text{cm})$. B. $5\sqrt{5}(\text{cm})$.
C. $3 + 2\sqrt{5}(\text{cm})$. D. $3 + 5\sqrt{2}(\text{cm})$.



Câu 10: Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O) . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD . Đường thẳng AM, BN cắt đường tròn lần lượt là E, F (như hình vẽ bên). Số đo $\angle EDF$ bằng

A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 75° .



PHẦN II. TỰ LUẬN (7,5 điểm):

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{45} + \sqrt{9} - \sqrt{45}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -2x + 7y = 3 \end{cases}$$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình khi $m = 2$.
b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
c) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 x_2 + m x_2 - 2 = 4$.

Câu 3. (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Tia phân giác $\angle BAC$ cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn (O) tại M . Gọi K là hình chiếu của M trên AB , T là hình chiếu của M trên AC . Chứng minh rằng:

- a) $AKMT$ là tứ giác nội tiếp.
b) $MB^2 = MC^2 = MD \cdot MA$.
c) Khi đường tròn (O) và $B; C$ cố định, điểm A thay đổi trên cung lớn BC thì tổng $\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT}$ có giá trị không đổi.

$$\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{9x + 18} = 3x + \sqrt{x + \frac{6}{x} + 5}$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (7,5 điểm): Chọn phương án trả lời đúng duy nhất trong các câu sau.

Mỗi câu chọn đúng đáp án được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	C	D	A	B	D	D	C	C	B

PHẦN II. TỰ LUẬN (2,5 điểm):

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{45} + \sqrt{9 - \sqrt{45}}$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -2x + 7y = 3 \end{cases}$$
.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } P &= \sqrt{45} + \sqrt{9 - \sqrt{45}} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{5 - 2 \cdot 2\sqrt{5} + 4} \\ &= 3\sqrt{5} + \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} \\ &= 3\sqrt{5} + |\sqrt{5} - 2| \\ &= 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 \\ &= 4\sqrt{5} - 2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = 4\sqrt{5} - 2.$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ -2x + 7y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ 12y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$, là $(2; 1)$.

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

c) Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 x_2 + m x_2 - x_2 = 4$.

Lời giải

a) Giải phương trình khi $m = 2$.

Khi $m = 2$ thì phương trình trở thành $x^2 - 4x + 1 = 0$

Ta có: $\Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot 1 = 3 > 0$, do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2 + \sqrt{3}$, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

Vậy khi $m = 2$ tập nghiệm của phương trình là $S = \{2 \pm \sqrt{3}\}$.

b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

Xét phương trình: $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (*) ta có:

$$\Delta' = m^2 - 1 \cdot (m - 1) = m^2 - m + 1 = m^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot m + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$\text{Do } \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall m \Rightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \quad \forall m.$$

Vậy phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 x_2 + m x_2 - x_2 = 4$.

Theo ý b) phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình, áp dụng hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có: $x_1^2 x_2 + m x_2 - x_2 = 4$

$$x_1^2 x_2 + (m - 1)x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 x_2 + x_2 \cdot x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 (x_1 + x_2) = 4$$

$$\Leftrightarrow (m - 1) \cdot 2m = 4$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)m = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 1)(m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy $m = -1, m = 2$ thỏa mãn bài toán.

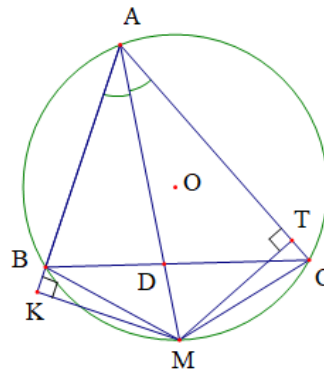
Câu 3. (3,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Tia phân giác $\angle BAC$ cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn (O) tại M . Gọi K là hình chiếu của M trên AB , T là hình chiếu của M trên AC . Chứng minh rằng:

a) $AKMT$ là tứ giác nội tiếp.

b) $MB^2 = MC^2 = MD.MA$.

c) Khi đường tròn (O) và $B; C$ cố định, điểm A thay đổi trên cung lớn BC thì tổng $\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT}$ có giá trị không đổi.

Lời giải



a) Ta có: $\begin{cases} MK \perp AB = \{K\} \\ MT \perp AC = \{T\} \end{cases} (gt) \Rightarrow \angle K = \angle T = 90^\circ$

Xét tứ giác $AKMT$ ta có $\angle K + \angle T = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Mà hai góc này đối diện.

Do đó, $AKMT$ là tứ giác nội tiếp. (Theo DHNB).

b) Xét (O) ta có: $\angle MAB$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{BM}$, $\angle MAC$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{CM}$.

Lại có: AM là tia phân giác của $\angle BAC$ (gt) $\angle MAB = \angle MAC$

$\Rightarrow sđ \widehat{BM} = sđ \widehat{CM}$ (hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau).

Ta có $\angle MBC$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{MC}$, $\angle BAM$ là góc nội tiếp chắn $\widehat{BM}$

$\Rightarrow \angle MAB = \angle MBC = \angle MBD$ (hai góc nội tiếp bằng nhau chắn hai cung bằng nhau).

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MBD$ có:

$\angle AMB$ chung

$\angle MAB = \angle MBD$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MBD$

$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB}{MD} \Rightarrow MB^2 = MD.MA$

Mặt khác: số đo $\widehat{BM} = \widehat{CM}$ (cmt) nên $MB = MC$ (hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau).

$$\text{Vậy } MB^2 = MC^2 = MD.MA.$$

$$\text{c) Đặt } \widehat{BAM} = \widehat{CAM} = \alpha.$$

$$\text{Ta có } \widehat{KAM} = \widehat{BAM} = \widehat{CAM} = \widehat{TAM} \text{ nên } \widehat{KAM} = \widehat{TAM}.$$

Xét $\triangle AKM$ và $\triangle ATM$ lần lượt vuông tại K, tại T có:

AM chung,

$$\widehat{KAM} = \widehat{TAM} \text{ (cmt).}$$

$$\Rightarrow \triangle AKM = \triangle ATM \text{ (cạnh huyền – góc nhọn).}$$

$$\Rightarrow MK = MT \text{ (hai cạnh tương ứng).}$$

Giả sử $AB \leq AC$, khi đó ta có:

$$\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AK - KB}{MK} + \frac{AT + TC}{MT} = \frac{AK + AT - KB + TC}{MK}.$$

Xét $\triangle BMK$ và $\triangle CMT$ lần lượt vuông tại K, tại T có:

$$MB = MC \text{ (cmt),}$$

$$MK = MT \text{ (cmt).}$$

$$\Rightarrow \triangle BMK = \triangle CMT \text{ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).}$$

$$\Rightarrow BK = TC \text{ (hai cạnh tương ứng).}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AK + AT}{MK}.$$

Xét tam giác AKM vuông tại K có: $AK = AM \cdot \cos \alpha; MK = AM \cdot \sin \alpha$

Xét tam giác AMT vuông tại T có: $AT = AM \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = \frac{AK + AT}{MK} = \frac{AM \cdot \cos \alpha + AM \cdot \cos \alpha}{AM \cdot \sin \alpha} = \frac{2AM \cdot \cos \alpha}{AM \cdot \sin \alpha} = 2 \cot \alpha.$$

Vì đường tròn (O) và $B; C$ cố định nên số đo $\widehat{BC}$ không đổi.

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = 2\alpha = \frac{1}{2} \text{ số đo } \widehat{BC} \text{ không đổi (góc nội tiếp bằng nửa số đo cung bị chắn).}$$

$$\Rightarrow \alpha \text{ không đổi} \Rightarrow 2 \cot \alpha \text{ không đổi.}$$

$$\text{Vậy } \frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MT} = 2 \cot \alpha \text{ không đổi, với } \alpha = \frac{1}{4} \text{ số đo } \widehat{BC} \text{ không đổi.}$$

$$\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{9x + 18} = 3x + \sqrt{x + \frac{6}{x} + 5} \quad (*)$$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2 + 3x \geq 0 \\ 9x + 18 \geq 0 \\ x + \frac{6}{x} + 5 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, x \leq -3 \\ x \geq -2 \\ \frac{x^2 + 5x + 6}{x} \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

Khi đó,

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \sqrt{x(x+3)} + 3\sqrt{x+2} = 3x + \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 6}{x}} \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{x(x+3)} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} = 3x\sqrt{x} + \sqrt{x^2 + 5x + 6} \\ &\Leftrightarrow x \cdot \sqrt{x+3} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} = 3x\sqrt{x} + \sqrt{(x+2)(x+3)} \\ &\Leftrightarrow x \cdot \sqrt{x+3} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} - 3x\sqrt{x} - \sqrt{(x+2)(x+3)} = 0 \\ &\Leftrightarrow x \cdot \sqrt{x+3} - \sqrt{(x+2)(x+3)} + 3\sqrt{x} \cdot \sqrt{x+2} - 3x\sqrt{x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x+3}(x - \sqrt{(x+2)}) - 3\sqrt{x}(x - \sqrt{x+2}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - \sqrt{(x+2)})(\sqrt{x+3} - 3\sqrt{x}) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{(x+2)} = 0 \quad (1) \\ \sqrt{x+3} - 3\sqrt{x} = 0 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow x = \sqrt{(x+2)} \\ &\Leftrightarrow x^2 = x + 2 \quad (\text{vì } x > 0) \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (KTM)} \\ x = 2 \text{ (TM)} \end{cases} \\ (2) &\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} \\ &\Leftrightarrow x+3 = 9x \\ &\Leftrightarrow 8x = 3 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{8}(TM)$$

Vậy phương trình (*) có tập nghiệm $S = \left\{ 2; \frac{3}{8} \right\}$.