

Tuyển tập các đề thi học kì I

Lớp 9

Mục lục

	Đề bài	Đáp án
Đề 1: Quận Hoàn Kiếm năm học 2017-2018.....	2	27
Đề 2: Quận Hà Đông năm học 2017-2018.....	4	32
Đề 3: Quận Ba Đình năm học 2017 -2018.....	5	37
Đề 4: Quận Bắc Từ Liêm năm học 2017-2018.....	6	42
Đề 5: Quận Cầu Giấy năm học 2017-2018.....	7	45
Đề 6: Huyện Đông Anh năm học 2017-2018.....	9	50
Đề 7: Quận Hai Bà Trưng năm học 2017-2018.....	10	53
Đề 8: Quận Nam Từ Liêm năm học 2017-2018.....	11	58
Đề 9: Thị Xã Sơn Tây năm học 2017-2018.....	13	61
Đề 10: Quận Thanh Trì năm học 2017-2018.....	15	66
Đề 11: Quận Hoàng Mai năm học 2017-2018.....	16	72
Đề 12: Quận Long Biên năm học 2017-2018.....	17	76
Đề 13: Quận Tây Hồ năm học 2017-2018.....	19	77
Đề 14: Huyện Đan Phượng năm học 2017-2018.....	20	80
Đề 15: Huyện Phúc Thọ năm học 2017-2018.....	21	84
Đề 16: Huyện Thường Tín năm học 2017-2018.....	22	87
Đề 17: Quận Đống Đa năm học 2017-2018.....	23	91
Đề 18: Quận Thanh Xuân năm học 2017-2018.....	24	98

UBND QUẬN HOÀN KIẾM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I – MÔN TOÁN 9

Năm học 2017 – 2018

Ngày kiểm tra: 15/12/2017

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm). Hãy tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $M = (2\sqrt{300} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{75}) : \sqrt{3}$;

b) $N = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$;

c) $P = \frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{12}{\sqrt{3}+3}$;

Bài 2 (2,0 điểm). Cho các biểu thức $A = 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$

với $x \geq 0, x \neq 4$ và $x \neq 9$.

a) Hãy tính giá trị của A khi $x = 16$

b) Rút gọn B .

c) Xét biểu thức $T = \frac{A}{B}$. Hãy tính giá trị nhỏ nhất của T .

Bài 3 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = (2-m)x + m + 1$ với m là tham số và $m \neq 2$ có đồ thị là đường thẳng d .

a) Khi $m = 0$, hãy vẽ d trên hệ trục tọa độ Oxy .

b) Tìm m để d cắt đường thẳng $y = 2x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

c) Tìm m để đường thẳng d cùng với các trục tọa độ Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài (O) . Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .

a) Chứng minh: bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: OA là đường trung trực của BC .

c) Lấy D là điểm đối xứng với B qua O . Gọi E là giao điểm của đoạn thẳng AD với (O) (E không trùng với D). Chứng minh: $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{BA}$.

d) Tính số đo góc HEC .

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $xy = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x+2y}$$

----- Hết -----

Học là ham
Toán THCS
Thi là đổ

UBND QUẬN HÀ ĐÔNG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I – MÔN TOÁN 9

Năm học 2017 – 2018

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức:

a) $A = 5\sqrt{27} - 5\sqrt{3} - 2\sqrt{12}$

b) $B = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + 1}$

Bài 2 (2,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2x-3\sqrt{x}+9}{9-x}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A ;

b) Tìm x để $A = \frac{4}{5}$;

c) Tìm số nguyên x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

Bài 3 (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị của hàm số: $y = 2x + 3$

b) Xác định m để đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ song song với đồ thị hàm số $y = (m^2 - 2m + 2)x + 2m - 1$

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A cố định ở ngoài đường tròn. Vẽ đường thẳng d vuông góc với OA tại A . Trên d lấy điểm M . Qua M kẻ hai tiếp tuyến ME , MF tới đường tròn $(O;R)$ tiếp điểm lần lượt là E và F . Nối EF cắt OM tại H , cắt OA tại B .

a) Chứng minh OM vuông góc với EF .

b) Cho biết $R = 6$ cm, $OM = 10$ cm. Tính OH .

c) Chứng minh 4 điểm A , B , H , M cùng thuộc một đường tròn.

d) Chứng minh tâm I đường tròn nội tiếp tam giác MEF thuộc một đường tròn cố định khi M chuyển động trên d .

Bài 5 (0,5 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x+5} - y^3 = \sqrt{y+5} - x^3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = x^2 - 3xy + 12y - y^2 + 2018$$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN BA ĐÌNH
Năm học: 2017 - 2018

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I
Môn: TOÁN - LỚP 9
Thời gian: 90 phút. Ngày 15/12/2017

Bài 1(2điểm):

a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{12} - \sqrt{(-3)^2}$

b) Tính giá trị biểu thức: $B = \cos^2 52^\circ \sin 45^\circ + \sin^2 52^\circ \cos 45^\circ$

Bài 2 (2 điểm):

a) Cho biểu thức $M = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$. Tìm x để $M = 2$

b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 4$

c) Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3 (2 điểm): Cho hàm số bậc nhất $y = (2m-1)x + 3$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = \frac{3}{2}$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) và hai đường thẳng $y = x + 3$ và $y = 2x + 1$ đồng quy ?

c) Gọi giao điểm A và B là giao điểm của (d) với hai trục tọa độ Ox, Oy. Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 3.

Bài IV (3.5 điểm). Cho nửa đường trong $(O; R)$ đường kính AB, vẽ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đường tròn. Trên tia Ax lấy điểm E ($E \neq A, EA < R$); trên nửa đường tròn lấy điểm M sao cho $EM = EA$, đường thẳng EM cắt By tại F.

a) Chứng minh EF là tiếp tuyến của (O);

b) Chứng minh $\triangle EOF$ vuông;

c) Chứng minh $AM.OE + BM.OF = AB.EF$;

d) Tìm vị trí của E trên tia Ax sao cho $S_{\triangle AMB} = \frac{3}{4} S_{\triangle EOF}$.

Bài 5: (0,5 điểm) : Giải phương trình : $\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+1} = 2x^2 - x - 3$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN BẮC TỪ LIÊM

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

Năm học: 2017 – 2018

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. Bài 1 (2,5 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

- Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Cho $P = A.B$. So sánh giá trị của biểu thức P và 1.

Bài 2 (1,5 điểm). Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \sqrt{9x-9} - 2\sqrt{x-1} = 8 \qquad \text{b) } \sqrt{x^2-6x+9} = 5$$

Bài 3 (2 điểm). Cho hàm số $y = (m-2)x + 2$ với $m \neq 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) .

- Vẽ đồ thị của hàm số trên khi $m = 3$.
- Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 2x + 5$.
- Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm A, cắt trục Oy tại điểm B. Tìm giá trị của m để diện tích tam giác AOB bằng 1 đơn vị.

Bài 4 (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB. Qua điểm A kẻ tia tiếp tuyến Ax đến đường tròn (O) . Trên tia Ax lấy điểm C sao cho $AC > R$. Từ điểm C kẻ tiếp tuyến CM với đường tròn (O) (M là tiếp điểm).

- Chứng minh rằng bốn điểm A, C, O, M cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh rằng $MB \parallel OC$.
- Gọi K là giao điểm thứ hai của BC với đường tròn (O) . Chứng minh rằng $BC.BK = 4R^2$.
- Chứng minh rằng $\widehat{CMK} = \widehat{MBC}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 1$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{z}{y}} + \sqrt{\frac{x}{z}} \leq 1$$

UBND QUẬN CẦU GIẤY
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Năm học: 2017 – 2018

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

Môn: Toán – Lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Trắc nghiệm khách quan (2 điểm)

Hãy chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng cho các câu hỏi sau:

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $A = \frac{2017}{\sqrt{x}-1}$ xác định là:

- A. $x > 0$ B. $x > 1$ C. $x > 0, x \neq 1$ D. $x \geq 0, x \neq 1$

Câu 2. Cho $\sqrt{x-1} = 2$, giá trị của x là:

- A. -3 B. 3 C. -1 D. 5

Câu 3. Cho biểu thức $P = \sqrt{\frac{5a}{32}} \cdot \sqrt{\frac{2a}{5}}$ với $a \geq 0$, kết quả thu gọn P là:

- A. $\frac{\sqrt{a}}{16}$ B. $\frac{a}{4}$ C. $\frac{a}{16}$ D. $\frac{\sqrt{a}}{4}$

Câu 4. Trong các hàm số dưới đây, hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua điểm A(1;4) là:

- A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x - 3$ C. $y = 4x$ D. $y = 4 - x$

Câu 5. Cho 2 đường thẳng $(d_1): y = (m^2 + 1)x + 2$ và $(d_2): y = 5x + m$. Hai đường thẳng đó trùng nhau khi:

- A. $m = \pm 2$ B. $m = 2$ C. $m = -2$ D. $m \neq \pm 2$

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trong các hệ thức sau, hệ thức đúng là:

- A. $\sin C = \frac{BC}{AC}$ B. $\cos C = \frac{BC}{AC}$ C. $\tan C = \frac{AB}{AC}$ D. $\cot C = \frac{AB}{AC}$

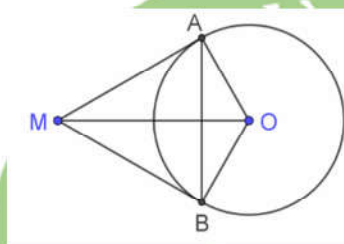
Câu 7. Cho hai điểm phân biệt A, B. Số đường tròn đi qua hai điểm A, B là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 8. Trong hình vẽ bên, MA và MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O;3cm), $MA = 4\text{cm}$.

Độ dài đoạn thẳng AB là:

- A. 4,8 cm B. 2,4 cm
C. 1,2 cm D. 9,6 cm



PHẦN II. Tự luận (8 điểm)

Câu 1. (2 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{3}{\sqrt{x}-25}$ với $x > 0, x \neq 25$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 81$;
- Cho $P = A.B$, chứng minh rằng $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$;
- So sánh P với P^2

Câu 2. (2 điểm)

Cho hàm số $y = (m+2)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số)

- Vẽ đồ thị hàm số trên khi $m = -1$;
- Tìm m để hai đường thẳng (d): $y = (m+2)x + 2m^2 + 1$ và (d'): $y = 3x + 3$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung.

Câu 3. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB và một điểm C thuộc đường tròn (O) (C khác A, B) sao cho $AC > BC$. Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với dây cung AC tại H. tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại D. Đoạn thẳng DB cắt đường tròn (O) tại E.

- Chứng minh $HA = HC$ và $\widehat{DCO} = 90^\circ$;
- Chứng minh rằng $DH.DO = DE.DB$;
- Trên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho E là trung điểm của cạnh AF. Từ F vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AD tại K. Đoạn thẳng FK cắt đường thẳng BC tại M. Chứng minh $MK = MF$.

Câu 4. (0,5 điểm) Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \leq \frac{4}{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S = x + y + \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y}$$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN ĐÔNG ANH

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I NĂM HỌC: 2017 – 2018

MÔN: Toán 9

Thời gian 90 phút

Bài 1 (1 điểm): Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$

b) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{3}$

Bài 2 (1 điểm). Giải phương trình sau: $2\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 9 - \sqrt{50x}$

Bài 3: (2 điểm). Cho $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a+2\sqrt{a}+1}$ với $a > 0; a \neq 1$.

- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn Q; b) Tính giá trị của biểu thức Q khi $a = 81$
c) So sánh Q với 1.

Bài 4: (2 điểm) Cho hàm số $y = x + 1$ có đồ thị (d) và hàm số $y = -x + 3$ có đồ thị là (d')

- a) Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
b) Hai đường thẳng (d) và (d') cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ các điểm A, B, C?
c) Tính chu vi tam giác ABC?

Bài 5: (3,5 điểm). Cho đường tròn (O; R) đường kính AB = 5cm và điểm C thuộc đường tròn sao cho AC = 3cm.

- a) Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao? Tính giá trị của $\sin \widehat{CAB}$?
b) Đường thẳng qua C vuông góc với AB tại H, cắt (O; R) tại D. Tính CD, AB có là tiếp tuyến của đường tròn (C; CH) không?
c) Kẻ tiếp tuyến AE của đường tròn (C; CH) với E là tiếp điểm khác H. Tính diện tích tứ giác AOCE?

Bài 6: (0,5 điểm). Cho a, b thỏa mãn điều kiện $a + b \geq 1; 1 > a > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $A = \frac{8a^2 + b}{4a} + b^2$.

UBND QUẬN HAI BÀ TRUNG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN LỚP 9

Năm học: 2017 – 2018

Ngày kiểm tra: 12/12/2017

Bài I. (2,5 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn B.
- 3) So sánh A.B với 5.

Bài II. (2 điểm)

1) Thực hiện phép tính: $\left(3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{50} \right) \cdot 3\sqrt{2}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2$

Bài III. (1,5 điểm). Cho hàm số $y = 3x + 2$ có đồ thị đường thẳng (d_1) .

- 1) Điểm $A\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ có thuộc đường thẳng (d_1) hay không? Vì sao?
- 2) Tìm giá trị m để đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) có phương trình $y = -2x - m$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

Bài IV. (3,5 điểm). Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và điểm C bất kì thuộc đường tròn (C khác A và B). Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt BC ở D. Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tại C cắt AD ở E.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, E, C, O thuộc cùng một đường tròn.
- 2) Chứng minh $BC \cdot BD = 4R^2$ và OE song song với BD.
- 3) Đường thẳng kẻ qua O vuông góc với BC tại N cắt tia EC tại F. Chứng minh BF là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.
- 4) Gọi H là hình chiếu của C trên AB, M là giao của AC và OE. Chứng minh rằng khi điểm C di động trên đường tròn $(O; R)$ và thỏa mãn yêu cầu của đề bài thì đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN luôn đi qua điểm cố định.

Bài V. (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + \frac{9}{x-2} + 2010$ với $x > 2$

UBND QUẬN NAM TỪ LIÊM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN LỚP 9
Năm học: 2017 – 2018

I. TRẮC NGHIỆM (1 điểm)

Trả lời câu hỏi bằng cách viết lại các chữ cái đứng trước đáp án đúng vào bài làm:

Câu 1: Nếu x thỏa mãn điều kiện $\sqrt{3+\sqrt{x}} = 2$ thì x nhận giá trị là:

- A. 0 B. 4 C. 5 D. 1

Câu 2: Điều kiện để hàm số bậc nhất $y = (1-m)x + m$ ($m \neq 1$) là hàm số nghịch biến là:

- A. $m > 1$ B. $m \geq 1$ C. $m \leq 1$ D. $m < 1$

Câu 3: Cho tam giác MNP vuông tại M, đường cao MH. Chọn hệ thức sai:

- A. $MH^2 = HN.HP$ B. $MP^2 = NH.HP$
C. $MH.NP = MN.MP$ D. $\frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MP^2} = \frac{1}{MH^2}$

Câu 4: Cho hai đường tròn (I; 7cm) và (K; 5cm). Biết $IK = 2$ cm. Quan hệ giữa hai đường tròn là:

- A. Tiếp xúc trong B. Tiếp xúc ngoài
C. Cắt nhau D. Đụng nhau

II. TỰ LUẬN (9 điểm)

Câu 1 (1 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{\frac{1}{3}} + 4\sqrt{12} - 5\sqrt{27}$ b) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$

Câu 2 (2 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)

- a) Rút gọn P.
b) Tìm x sao cho $P = 2$.
c) Biết $M = P:Q$. Tìm giá trị của x để $M^2 < \frac{1}{4}$

Câu 3 (2 điểm) Cho hàm số $y = (m-4)x + 4$ có đường thẳng (d) ($m \neq 4$)

- a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1;6)$.
 b) Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được ở câu a. Tính góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục Ox (làm tròn đến phút).
 c) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = (m - m^2)x + m + 2$

Câu 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AE tới đường tròn (O) (với E là tiếp điểm). Vẽ dây EH vuông góc với AO tại M .

- a) Cho biết bán kính $R = 5cm$, $OM = 3cm$. Tính độ dài dây EH .
 b) Chứng minh: AH là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
 c) Đường thẳng qua O vuông góc với OA cắt AH tại B . Vẽ tiếp tuyến BF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh: 3 điểm E, O, F thẳng hàng và $BF \cdot AE = R^2$
 d) Trên tia HB lấy điểm I ($I \neq B$), qua I vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O) cắt các đường thẳng BF, AE lần lượt tại C và D . Vẽ đường thẳng IF cắt AE tại Q . Chứng minh $AE = DQ$.

Bài V. (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \cdot \sqrt{1 + x^2 y^2}$$

-----HẾT-----

UBND THỊ XÃ SƠN TÂY
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I

Năm học: 2017 – 2018

MÔN: TOÁN 9

I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm):

Chọn đáp án đúng trong các câu sau:

Câu 1: Với giá trị nào của x thì căn thức $\sqrt{3-2x}$ có nghĩa

- A. $x \geq \frac{3}{2}$ B. $x > \frac{3}{2}$ C. $x \leq \frac{3}{2}$ D. $x \geq -\frac{3}{2}$

Câu 2: Giá trị của biểu thức $\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2} + \sqrt{2}$ bằng

- A. $2\sqrt{2}-3$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{2}+3$

Câu 3: Với giá trị nào của m hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + 4$ là hàm số đồng biến

- A. $m > 0$ B. $m < 2$ C. $m \neq 2$ D. $m > 2$

Câu 4: Biết đồ thị hàm số $y = ax + 7$ đi qua điểm $M(2; 11)$ thì hệ số a có giá trị bằng

- A. $a = 2$ B. $a = 4$ C. $a = -2$ D. $a = 3$

Câu 5: Nếu $0^\circ < x < 90^\circ$, $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ thì $\cos x$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH ($H \in BC$). Cho biết $BH = 9\text{cm}$ và $CH = 15\text{cm}$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. 125cm^2 B. 150cm^2 C. 120cm^2 D. Số khác

Câu 7: Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O; 3\text{cm})$ kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Góc tạo bởi hai tiếp tuyến là bao nhiêu bao nhiêu độ biết $AO = 6\text{cm}$.

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

Câu 8: Hai đường tròn $(O; 5\text{cm})$ và $(O'; 3\text{cm})$ có vị trí tương đối với nhau như thế nào nếu biết $OO' = 8\text{cm}$

- A. Tiếp xúc trong B. Không giao nhau
C. Tiếp xúc ngoài D. Cắt nhau

II. TỰ LUẬN (8 điểm):

Bài 1 (2 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P = \frac{5}{4}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1}{P}$

Bài 2 (2 điểm): Cho hàm số $y = (4 - 2a)x + b$.

a) Xác định giá trị của a để hàm số nghịch biến trên R?

b) Xác định hàm số biết đồ thị của hàm số là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ và đi qua điểm $C(-1; 2)$.

c) Vẽ đồ thị hàm số vừa xác định được ở phần b) và tính diện tích tam giác AOB (với A và B thứ tự là giao điểm của đồ thị với trục Ox và Oy).

Bài 3 (3, 5 điểm): Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Gọi H là trung điểm của OA. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt (O) tại hai điểm C và D.

a) Tứ giác ACOD là hình gì? Chứng minh ?

b) Qua điểm D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia OA tại M. Chứng minh MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C và tam giác MCD là tam giác đều.

c) Tính chu vi và diện tích của tam giác MCD theo R là bán kính của đường tròn tâm O.

d) Gọi N là trung điểm của HB, đường thẳng kẻ qua H vuông góc với CN cắt đường thẳng CA tại E. Chứng minh A là trung điểm của CE.

Bài 4 (0, 5 điểm): Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$. Tính tổng:

$$S = x \cdot \sqrt{\frac{(1+y^2) \cdot (1+z^2)}{1+x^2}} + y \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+z^2)}{1+y^2}} + z \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+y^2)}{1+z^2}}$$

-----HẾT-----

UBND HUYỆN THANH TRÌ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I NĂM HỌC 2017 – 2018

MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2.0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = 2\sqrt{48} + 4\sqrt{27} + \sqrt{75} + \sqrt{12} \quad B = \left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \sqrt{3} \right) (\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

Bài 2. (2,0 điểm). Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x+1}$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- Rút gọn B.
- Đặt $P = B : (A-1)$. Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 3. (1,5 điểm) Cho hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = \frac{-1}{2}x - 2$

- Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm C của hai đồ thị trên.
- Tính diện tích tam giác ABC biết A, B lần lượt là giao điểm của hai đường thẳng trên với trục tung.

Bài IV. (3,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AC. Đường tròn (O) cắt BC tại điểm thứ hai là I.

- Chứng minh: $AI^2 = BI \cdot CI$
- Kẻ $OM \perp BC$ tại M, AM cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh: $\triangle AIM$ đồng dạng với $\triangle CNM$ và suy ra $AM \cdot MN = CM^2$.
- Từ I kẻ $IH \perp AC$ tại H. Gọi K là trung điểm của IH. Tiếp tuyến tại I của (O) cắt AB tại P. CM: ba điểm C, K, P thẳng hàng.
- CM: OI là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$

Bài 5. (1,0 điểm) Tìm giá trị của x, y thỏa mãn phương trình:

$$\frac{36}{\sqrt{x}-2} + \frac{4}{\sqrt{y}-1} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$$

UBND QUẬN HOÀNG MAI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I NĂM HỌC: 2017 – 2018

MÔN: TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Ngày kiểm tra: 16 tháng 12 năm 2017

Bài I (2,5 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x - 2\sqrt{x} + 9}{\sqrt{x} - 3} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{x + 9}{x - 9} \text{ với } x > 0, x \neq 9$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 3$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$

3) So sánh $\frac{A}{B}$ và 4.

Bài II (2 điểm). Cho hàm số $y = (m + 1)x + m$ (với $m \neq -1$) có đồ thị là đường thẳng (d).

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1.

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đường thẳng (d) với giá trị m tìm được ở câu 1.

3) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 3x + 2$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

Bài III (1,5 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x - y = \sqrt{2} + 1 \end{cases}$$

Bài IV (3,5 điểm). Cho đường tròn (O;R) và một điểm H cố định nằm ngoài đường tròn. Qua H kẻ đường thẳng d vuông góc với đoạn thẳng OH. Từ một điểm S bất kì trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (O;R) (A, B là tiếp điểm). Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng SO với đoạn thẳng AB và đường tròn (O;R).

1) Chứng minh bốn điểm S, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $OM \cdot OS = R^2$.

3) Chứng minh N là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SAB.

4) Khi S di chuyển trên đường thẳng d thì điểm M di chuyển trên đường nào? Tại sao?

Bài V. (0,5 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{5y^3 - x^3}{yx + 3y^2} + \frac{5z^3 - x^3}{zy + 3z^2} + \frac{5x^3 - z^3}{xz + 3x^2} \leq 1$$

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I MÔN TOÁN 9

Năm học: 2017 – 2018

Ngày thi: 14/12/2017

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. (1,5 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $2\sqrt{50} - 3\sqrt{32} - \sqrt{162} + 5\sqrt{98}$

b) $\sqrt{8+2\sqrt{7}} + \sqrt{11-4\sqrt{7}}$

c) $\frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{8}{3+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{18}-3\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

Bài 2 (2,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right) \text{ với } x \geq 0, x \neq 9$$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để P đạt giá trị nhỏ nhất.

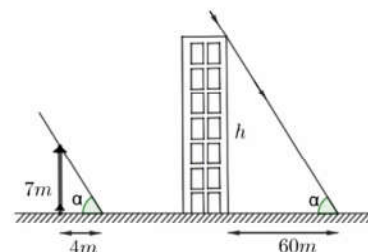
Bài 3 (1,5 điểm) Cho hàm số $y = 0,5x$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y = -x + 3$ có đồ thị là (d_2)

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .

b) Xác định các hệ số a, b của đường thẳng $(d_3): y = ax + b$. Biết (d_3) song song với (d_1) và (d_3) cắt (d_2) tại một điểm có hoành độ bằng 4.

Bài 4. (4,5 điểm)

1. Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất 4m. Cùng thời điểm đó, một tòa nhà cao tầng có bóng trên mặt đất là 60m. Hãy cho biết tòa nhà đó cao bao nhiêu tầng, biết mỗi tầng cao 3m (hình vẽ minh họa)



2. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) có BC là đường kính, vẽ đường cao AH của tam giác ABC. ($H \in BC$)

a) Biết $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Tính độ dài AH và HB.

b) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại B và C lần lượt tại M và N. Chứng minh: $MN = MB + NC$ và $\widehat{MON} = 90^\circ$.

c) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AB = AE$. Gọi I là trung điểm của BE. Chứng minh 3 điểm M, I, O thẳng hàng.

d) Chứng minh: HI là tia phân giác của góc AHC.

Bài 5. (0,5 điểm) Xe lăn cho người khuyết tật

Với sự phát triển của khoa học kỹ thuật hiện nay, người ta tạo ra nhiều mẫu xe lăn đẹp và tiện dụng cho người khuyết tật. Công ty A đã sản xuất ra những chiếc xe lăn cho người khuyết tật với số vốn ban đầu là 500 triệu đồng (*dùng để mua nguyên vật liệu và thiết bị sản xuất*). Chi phí để sản xuất ra một chiếc xe lăn là 2,5 triệu đồng. Giá bán ra thị trường mỗi chiếc là 3 triệu đồng.



- a) Em hãy viết hàm số biểu diễn tổng số tiền đã đầu tư đến khi sản xuất ra được x chiếc xe lăn (gồm vốn ban đầu và chi phí sản xuất) và hàm số biểu diễn số tiền thu được khi bán ra x chiếc xe lăn?
- b) Công ty A phải bán bao nhiêu chiếc xe lăn với giá trên mới có thể thu hồi được đủ số tiền vốn đã đầu tư ban đầu (gồm vốn ban đầu và chi phí sản xuất)

-----Hết-----

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN TÂY HỒ

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
Năm học: 2017 – 2018

MÔN TOÁN LỚP 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. (2 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10}{x - 9} + \frac{1}{3 - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \text{ và } B = \sqrt{x} + 1 \text{ với } x \geq 0, x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn A.
- 3) Tìm giá trị của x để $A > B$.

Bài 2. (2 điểm). Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (2k - 1)x + k - 2$ (với k là tham số)

- a) Tìm giá trị của k biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') có phương trình $y = -3x + 5$.
- b) Với giá trị của k vừa tìm được ở câu a, vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ và tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d)

Bài 3. (2 điểm) Giải phương trình

a) $\sqrt{x+3} + \sqrt{16x+48} = 6 + \sqrt{9x+27}$

b) $\sqrt{4x+1} = x-1$

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R). Đường thẳng d không qua O cắt (O) tại hai điểm A và B. Điểm C thuộc tia đối của tia AB. Vẽ CE và CF là các tiếp tuyến của (O) (E, F là hai tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB.

- a) Chứng minh 4 điểm C, E, O, F thuộc cùng một đường tròn.
- b) Gọi CO cắt EF tại K. Chứng minh $OK \cdot OC = R^2$.
- c) Đoạn thẳng CO cắt (O) tại I, Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CEF.
- d) Tìm vị trí điểm C trên tia đối của tia AB để tam giác CEF đều.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $0 < x < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{x}{1-x} + \frac{4}{x}$$

UBND HUYỆN ĐAN PHƯỢNG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

NĂM HỌC 2017 – 2018

MÔN: TOÁN 9

Thời gian: 90 phút

Bài 1: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{72} : \sqrt{2}$ b) $\sqrt{18} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{200}$ c) $\frac{4}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

Bài 2. (2,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A = \frac{3}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để A là số nguyên.

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số: $y = (m-2)x + m$ ($m \neq 2$) có đồ thị đường thẳng (d).

a) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(0;5);

b) Vẽ đồ thị hàm số đã cho với $m = 3$;

c) Tìm giá trị m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng: $y = 2x + 3$

Bài 4. (4,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB = 10cm. C là điểm trên đường tròn sao cho AC = 8cm. Vẽ $CH \perp AB$ ($H \in AB$).

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông. Tính độ dài CH và số đo $\widehat{BAC}$ (làm tròn đến độ);

b) Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại D. Chứng minh $OD \perp BC$;

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BC tại E. Chứng minh $CE \cdot CB = AH \cdot AB$

d) Gọi I là trung điểm của CH. Tia BI cắt AE tại F. Chứng minh FC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 5. (0,5 điểm) Cho a, b, c là ba số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh:

$$\sqrt{7a+9} + \sqrt{7b+9} + \sqrt{7c+9} \geq 10$$

UBND HUYỆN PHÚC THỌ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Năm học: 2017 – 2018

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

Môn: Toán

Ngày thi: 14/12/2017

Thời gian: 90 phút

Bài 1. (2,0 điểm) Thực hiện các phép tính sau:

a) $\sqrt{5}(\sqrt{20}-3)+\sqrt{45}$

b) $\sqrt{(5-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$

c) $\frac{2}{\sqrt{5}+1}-\frac{2}{3-\sqrt{5}}$

Bài 2. (2,0 điểm) a) Tính giá trị biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ tại $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức sau: $B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right):\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ với $x>0$

c) Tìm các giá trị của x để $B=2$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y=x+3$ (d_1)

a) Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên tập $\mathbf{R}$. Vẽ đồ thị hàm số trên.

b) Xác định hệ số a và b của hàm số $y=ax+b$ (d_2) biết rằng đường thẳng (d_2) song song với đường thẳng (d_1) và đường thẳng (d_2) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O và điểm A nằm bên ngoài đường tròn, từ A vẽ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O). AC cắt đường tròn O tại D (D khác C).

a) Chứng minh: $BD \perp AC$ và $AB^2 = AD.AC$

b) Từ C vẽ dây $CE \parallel OA$; BE cắt OA tại H . Chứng minh H là trung điểm của BE và AE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Chứng minh góc $OCH =$ góc OAC .

d) Tia OA cắt đường tròn (O) tại F . Chứng minh $FA.CH = HF.CA$.

Bài 5. (0,5 điểm) Giải phương trình sau:

$$\sqrt{3x+1}+\sqrt{2-x}-3=0$$

PHÒNG GD&ĐT

THƯỜNG TÍN

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I, NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn: Toán – Lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2,5 điểm) Cho $A = -\left(1 + \frac{x}{1-x}\right) : \left(\frac{x+3}{x-2} + \frac{x+2}{3-x} + \frac{x+2}{x^2-5x+6}\right)$

a) Rút gọn biểu thức

b) Tính giá trị của biểu thức với $x = \sqrt{9+4\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}}$ c) Tìm x để $a = 2017$

Câu 2 (2,0 điểm) Giải phương trình:

a) $7\sqrt{x-5} - \sqrt{9x-45} + \sqrt{4x-20} = 12$

b) $\sqrt{x^2 - 12x + 36} = 5$

Câu 3 (1,5 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{4}{3}x - 4$ có đồ thị (d)

a) Vẽ đồ thị (d) của hàm số trên.

b) Gọi A và B lần lượt là giao điểm của đồ thị (d) với các trục Ox, Oy. Tính diện tích tam giác OAB (với O là gốc tọa độ).

Câu 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn (O) sao cho $OA = 2R$. Từ A vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (O) (B là tiếp điểm).

a) Chứng minh tam giác ABO vuông tại B và tính độ dài AB theo R.

b) Từ B kẻ dây cung BC của (O) vuông góc với cạnh OA tại H. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Chứng minh tam giác ABC đều.

d) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với AB tại D. Đường tròn đường kính AC cắt cạnh DC tại E. Gọi F là trung điểm của OB. Chứng minh ba điểm A, E, F thẳng hàng.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $x > 0$ tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$E = \frac{x^3 + 2000}{x}$$

PHÒNG GDĐT QUẬN ĐỒNG ĐA
NĂM HỌC 2017 - 2018

ĐỀ THI HỌC KÌ I

Môn toán 9

Ngày thi: 19/12/2017

Thời gian: 90 phút

Bài 1: (2 điểm)

1) Thực hiện phép tính

$$a) \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{32} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \quad b) \frac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1} - (\sqrt{5} + \sqrt{7})$$

Bài 2: (2,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$ ($x \geq 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P

b) So sánh P với $\sqrt{P}$ với điều kiện $\sqrt{P}$ có nghĩa

c) Tìm x để $\frac{1}{P}$ nguyên

Bài 3: (2 điểm) Cho đường thẳng $d_1: y = (m-1)x + 2m + 1$

- Tìm m để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 . Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được và chứng tỏ giao điểm đồ thị vừa tìm được với đường thẳng $d: y = x + 1$ nằm trên trục hoành.
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1 đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và B của (O) cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

- Chứng minh $DC = DN$.
- Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.
- Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm MH. Chứng minh B, I, C thẳng hàng.
- Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z \geq 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$$

UBND QUẬN THANH XUÂN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

(Đề thi gồm 02 trang)

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 1

MÔN: TOÁN 9

NĂM HỌC 2017 - 2018

Thời gian làm bài 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: SBD:.

ĐỀ CHÍNH THỨC

I. Trắc nghiệm khách quan (2 điểm)

Chọn chữ cái đứng trước câu trả lời đúng và ghi vào tờ giấy thi của em.

- Câu 1.** Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{6-3x}$ là:
A. $x \leq 2$. **B.** $x \geq 2$. **C.** $x \geq 0$. **D.** $x < 2$.
- Câu 2.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+3} - 1$ là:
A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 0.
- Câu 3.** Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$ là:
A. $-1 + 6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{-11-6\sqrt{3}}{13}$. **C.** $\frac{-5-12\sqrt{3}}{37}$. **D.** 1.
- Câu 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A . Biết rằng $\frac{AB}{AC} = \sqrt{3}$. Số đo của góc ABC bằng:
A. 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 50° .
- Câu 5.** Với giá trị nào của a thì hàm số $y = (a-5)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $a < 5$. **B.** $a > 5$. **C.** $a = 5$. **D.** $a > -5$.
- Câu 6.** Cho hai đường thẳng $d_1: y = 2x + 3$ và $d_2: y = (m^2 + 1)x + m + 2$ (với m tham số). Với giá trị nào của tham số m thì d_1 song song với d_2 ?
A. $m = 2$. **B.** $m = 1$ hoặc $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.
- Câu 7.** Cho EM, EN là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) với tiếp điểm M, N . Khẳng định nào sau đây là sai:
A. $\widehat{EMO} = 90^\circ$. **B.** Bốn điểm E, M, O, N cùng thuộc một đường tròn.
C. MN là trung điểm của EO . **D.** EO là phân giác của $\widehat{MON}$.
- Câu 8.** Hai đường tròn $(O; 5)$ và $(O'; 8)$ có vị trí tương đối với nhau như thế nào biết $OO' = 12$
A. Tiếp xúc nhau. **B.** Không giao nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Cắt nhau

II. Tự luận (8 điểm)

Bài 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của $x \frac{A}{B} < \frac{-1}{2}$.

Bài 2. (2,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = ax + 3$.

a) Xác định a biết (d) đi qua $K(1; -1)$. Vẽ đồ thị với a vừa tìm được

b) Tìm tất cả các giá trị của a để (d) cắt Ox và Oy lần lượt tại hai điểm M, N sao cho diện tích tam giác OMN bằng 4.

Bài 3. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến ME, MF đến đường tròn (với E, F là các tiếp điểm).

1) Chứng minh các điểm M, N, O, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Đoạn OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại I . Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF .

3) Kẻ đường kính ED của $(O; R)$. Hạ FK vuông góc với ED . Gọi P là giao điểm của MD và FK . Chứng minh P là trung điểm của FK .

Bài 4. (0,5 điểm). Giải phương trình $x^2 + x - 17 = \sqrt{(x^2 - 15)(x - 3)} + \sqrt{x^2 - 15} + \sqrt{x - 3}$



Hướng dẫn giải

Quận Hoàn Kiếm

Bài 1:

$$\begin{aligned} \text{a) } M &= (2\sqrt{300} + 3\sqrt{48} - 4\sqrt{75}) : \sqrt{3} \\ M &= (20\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 20\sqrt{3}) : \sqrt{3} = 12\sqrt{3} : \sqrt{3} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } N &= \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} \\ N &= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{c) } P = \frac{2}{\sqrt{3}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} + \frac{12}{\sqrt{3}+3}$$

$$P = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} + \frac{12(\sqrt{3}-3)}{(\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}+3)}$$

$$P = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} - \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} + \frac{12(\sqrt{3}+3)}{3-9} = \sqrt{3}-1 + \sqrt{3}+2 - 2(\sqrt{3}-3)$$

$$P = 2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}+6 = 7$$

Bài 2:

$$\text{a) } A = 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9 \quad x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

$$A = 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{1+\sqrt{x}-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

Thay $x = 16$ vào biểu thức A ta có:

$$A = \frac{1}{1+\sqrt{16}} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$$

$$\text{b) } B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \text{ với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9 \quad x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$



$$B = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) + \sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

Với $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ để $T = \frac{A}{B} = \frac{1}{1+\sqrt{x}} : \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}$

Có $\sqrt{x} \geq 0$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} \leq \frac{3}{1}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq -3 \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq 1-3 \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq -2$$

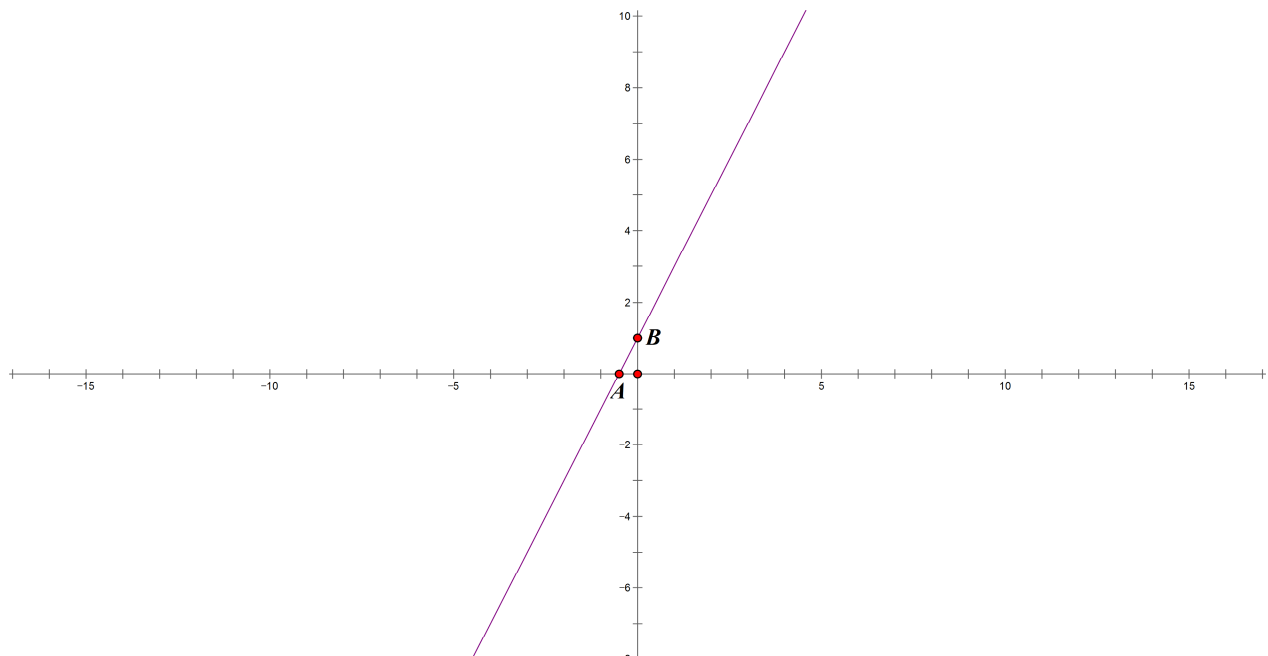
$$\Leftrightarrow T \geq -2$$

Vậy GTNN của $T = -2$ khi $x = 0$

Bài 3:

a) Với $m = 2$ ta có : $y = 2x + 1$

Đường thẳng $y = 2x + 1$ đi qua 2 điểm $A\left(-\frac{1}{2}; 0\right); B(0; 1)$



b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = (2-m)x + m + 1$ và đường thẳng $y = 2x - 5$ là :

$$(2-m)x + m + 1 = 2x - 5$$

$$\Leftrightarrow -mx + m = -6 \quad (1)$$

Vì 2 đường thẳng cắt nhau tại điểm có hoành độ là 2, thay $x = 2$ vào (1) ta được:

$$-2m + m = -6$$

$$\Leftrightarrow -m = -6$$

$$\Leftrightarrow m = 6$$

Vậy với $m = 6$ đường thẳng $y = (2-m)x + m + 1$ và đường thẳng $y = 2x - 5$ cắt nhau tại điểm có hoành độ là 2

c) Điều kiện $m \neq 2$

$$x = 0 \Rightarrow y = m + 1$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{m+1}{m-2}$$

Đường thẳng $y = (2-m)x + m + 1$ cắt trục Ox tại điểm $A\left(\frac{m+1}{m-2}; 0\right)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0; m+1)$.

Ta có:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{m+1}{m-2} \right| \cdot |m+1| = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{|m-2|} = 4$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 = 4|m-2|$$

Trường hợp 1: $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$

$$(m+1)^2 = 4(m-2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = 4m - 8$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 9 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot 9 = -8 < 0 \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

Trường hợp 2: $m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$

$$(m+1)^2 = -4(m-2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = -4m + 8$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0$$

$$\Delta' = 3^2 - 1 \cdot (-7) = 16$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 4 > 0$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$m_1 = \frac{-3+4}{1} = 1$$

$$m_2 = \frac{-3-4}{1} = -7$$

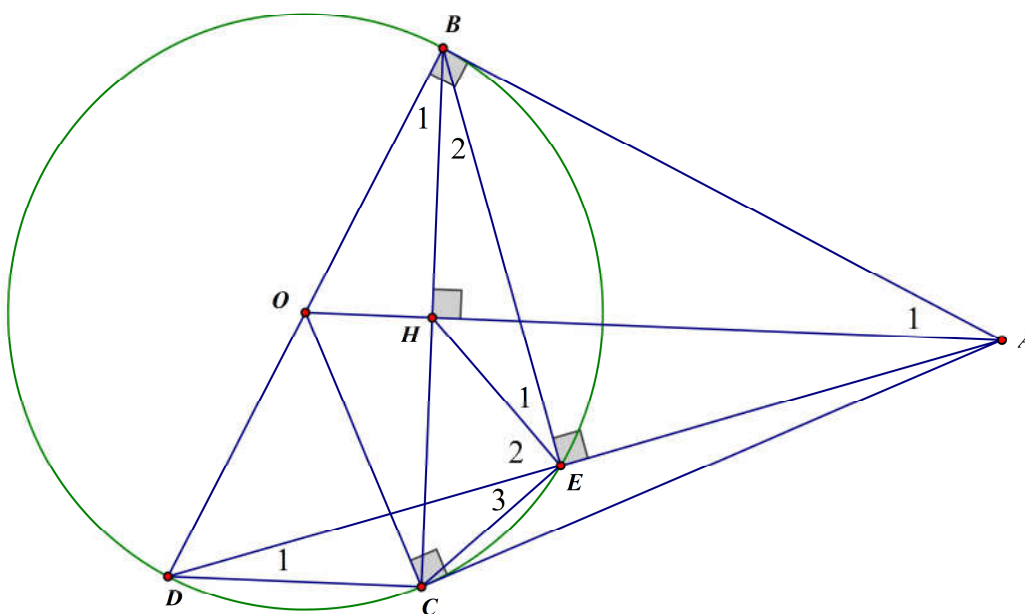
Vậy với $m = 1$ hoặc $m = -7$ thì đường thẳng d cùng với trục tọa độ Ox, Oy tạo thành tam giác có diện tích bằng 2.

Học là ham

Toán THCS

Thi là đỗ

Bài 4:



Giải:

a) Theo gt có $\widehat{OBA} = \widehat{OCA} = 90^\circ$ nên tứ giác $OBAC$ nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180° là tứ giác nội tiếp”) hay bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có $OB = OC = R$ và $AB = AC$ (tính chất tiếp tuyến cắt nhau) nên OA là trung trực của BC .

c) Vì D là điểm đối xứng với B qua O mà $B \in (O)$ nên BD là đường kính của đường tròn (O) .

Tam giác ABD vuông tại B có đường cao là BE nên $\triangle DBA$ đồng dạng với $\triangle DEB$ (g - g)

$$\text{Suy ra } \frac{DE}{DB} = \frac{BE}{BA} \Rightarrow \frac{DE}{BE} = \frac{DB}{BA} \quad (1).$$

d) Ta có: $\widehat{B_1} = \widehat{A_1}$ (vì cùng phụ với $\widehat{ABH}$) nên $\triangle DBC$ đồng dạng với $\triangle BAH$ (g - g)

$$\text{Suy ra } \frac{DC}{BH} = \frac{DB}{BA} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta được: } \frac{DE}{BE} = \frac{DC}{BH} \quad (3)$$

Lại có: $\widehat{D_1} = \widehat{B_2}$ (hai góc nội tiếp của cùng chắn $\widehat{CE}$ nhỏ của (O)) (4)

Từ (3), (4) ta được $\triangle CDE$ đồng dạng với $\triangle HBE$ (c - g - c)

Do đó $\widehat{E_1} = \widehat{E_3}$ (hai góc tương ứng)

Nên $\widehat{HEC} = \widehat{E_2} + \widehat{E_3} = \widehat{E_2} + \widehat{E_1} = 90^\circ$.

Bài 5:

$$\text{Ta có } Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x+2y} = \frac{3x+2y}{xy} + \frac{6}{3x+2y} = \frac{3x+2y}{6} + \frac{6}{3x+2y}.$$

$$\text{Đặt } t = 3x+2y \Rightarrow t \geq 2\sqrt{3x \cdot 2y} = 12.$$

Theo bất đẳng thức AM - GM và vì $t \geq 12$ nên ta có:

$$Q = \left(\frac{t}{6} + \frac{24}{t} \right) - \frac{18}{t} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{t}{6} \cdot \frac{24}{t}} - \frac{18}{12} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } Q_{\min} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Đề 2: Quận Hà Đông

Bài 1. (2,0 điểm)

a) $A = 5\sqrt{27} - 5\sqrt{3} - 2\sqrt{12}$

$$= 5.3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 2.2\sqrt{3}$$

$$= 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

b) $B = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{\sqrt{15} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + 1}$

$$= \frac{(\sqrt{15} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + 1) - (\sqrt{15} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{15}.\sqrt{5} - \sqrt{15} + \sqrt{3}.\sqrt{5} - \sqrt{3}) - (\sqrt{15}.\sqrt{5} - \sqrt{15} + \sqrt{3}.\sqrt{5} - \sqrt{3})}{4}$$

$$= \frac{0}{4} = 0$$

Bài 2.

a) Điều kiện:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} + 3 \neq 0 \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0 \\ 9 - x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$$

Rút gọn: $A = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) + (\sqrt{x} + 3) - (2x - 3\sqrt{x} + 9)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{2x - 6\sqrt{x} + \sqrt{x} + 3 - 2x + 3\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$

$$= \frac{-2\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{-2(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{2}{3 - \sqrt{x}}$$

b) $A = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{3 - \sqrt{x}} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow -10 = 4\sqrt{x} - 12 \Leftrightarrow 4\sqrt{x} = 2 \quad \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

c) Để A có giá trị là số nguyên thì $\frac{2}{3 - \sqrt{x}} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 - \sqrt{x} \in U(2) = \{-1; 1; -2; 2\}$



Ta có bảng sau:

$3 - \sqrt{x}$	-1	1	-2	2
x	16	4	25	1

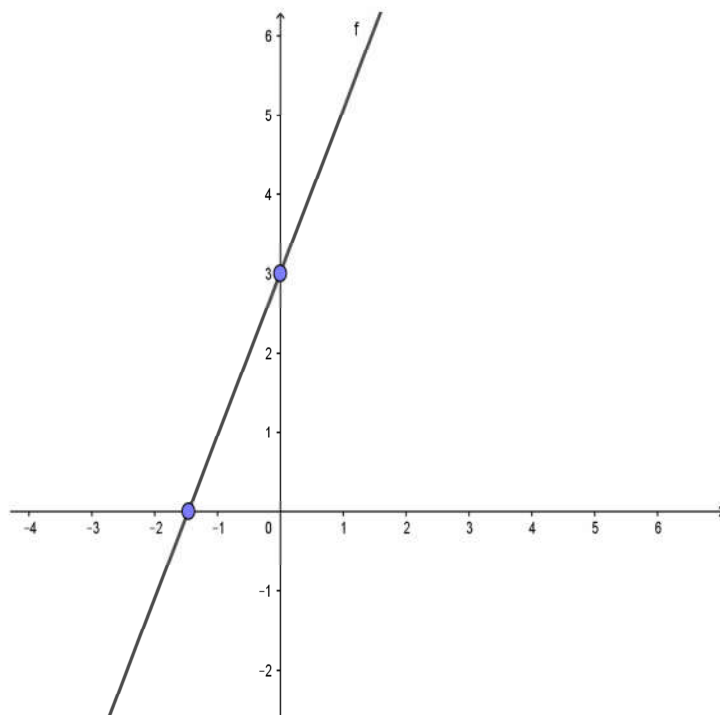
Vậy $x \in \{1; 4; 16; 25\}$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Bảng giá trị tương ứng của x, y :

x	0	$-\frac{3}{2}$
$y = 2x + 3$	3	0

Đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ là đường thẳng đi qua 2 điểm $(0; 3)$ và $(-\frac{3}{2}; 0)$

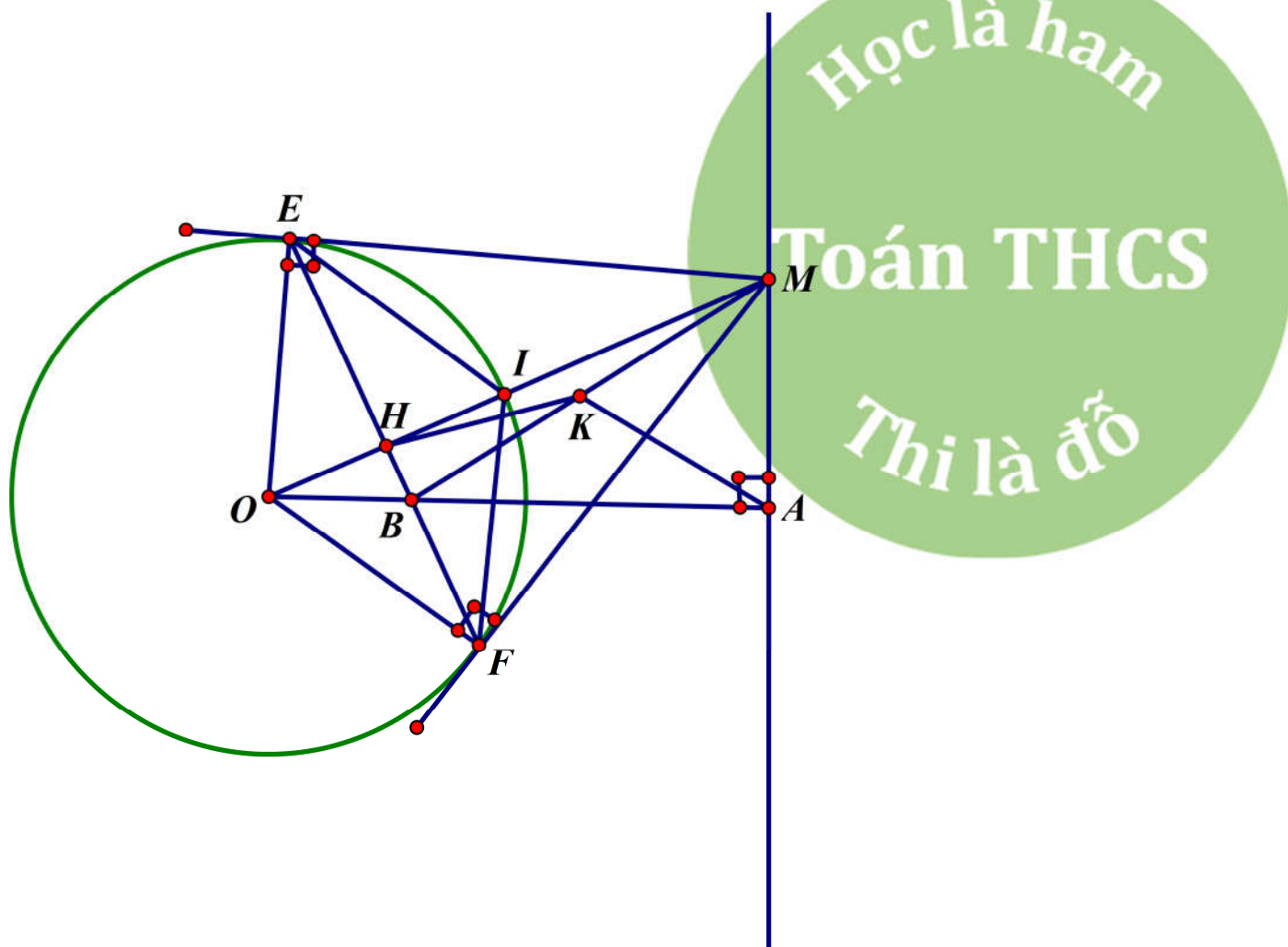


b) Đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ song song với đồ thị hàm số $y = (m^2 - 2m + 2)x + 2m - 1$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m^2 - 2m + 2 \neq 0 \\ 2 = m^2 - 2m + 2 \\ 2m - 1 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 + 1 \neq 0 \quad \forall m \\ m(m-2) = 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \Leftrightarrow m = 0 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = 0$ thì đồ thị của hàm số $y = 2x + 3$ song song với đồ thị hàm số $y = (m^2 - 2m + 2)x + 2m - 1$

Bài 4 (3,5 điểm):



- a) Xét (O) có: ME và MF là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M $\rightarrow$ ME = MF (Tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) $\rightarrow$ M thuộc trung trực EF (1)
- Lại có: OE = OF (=R) $\rightarrow$ O thuộc trung trực EF (2)
- Từ (1) và (2) $\rightarrow$ OM là trung trực của EF
- $\rightarrow$ EF vuông góc với OM tại H
- b) Chứng minh Δ MEO vuông tại E có EH là đường cao
- Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có $OE^2 = OH \cdot OM$
- Thay số vào, tính được OH = 3,6 cm
- c) +) Lấy K là trung điểm BM

+ Tam giác HBM vuông tại H $\rightarrow$ KH là trung tuyến trong tam giác vuông $\rightarrow$

$$HK = KB = KM = \frac{1}{2}BM \quad (3)$$

+ Tam giác MAB vuông tại A $\rightarrow$ AK là trung tuyến trong tam giác vuông

$$\rightarrow AK = KB = KM = \frac{1}{2}BM \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) } \rightarrow HK = AK = KB = KM = \frac{1}{2}BM$$

$\rightarrow$ 4 điểm A, B, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính BM (đpcm)

d) Gọi I là giao điểm 3 đường phân giác của ΔMEF

$$\text{+) C/m: } \widehat{FIO} = \widehat{IFM} + \widehat{FMI} = \widehat{IFE} + \widehat{HFO} = \widehat{IFO}$$

Nên ΔIFO cân tại O suy ra $OI = OF = R$

Vậy I thuộc đường tròn $(O; R)$ cố định

Bài 5. (0,5 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x+5} - y^3 = \sqrt{y+5} - x^3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 - 3xy + 12y - y^2 + 2018$

Giải

$$\sqrt{x+5} - y^3 = \sqrt{y+5} - x^3 \quad (*)$$

Điều kiện $x \geq -5; y \geq -5$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{x+5} = a & ; a \geq 0 \\ \sqrt{y+5} = b & ; b \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+5 = a^2 \\ y+5 = b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a^2 - 5 \\ y = b^2 - 5 \end{cases}$$

Thay vào phương trình $(*)$ ta có:

$$a - (b^2 - 5)^3 = b - (a^2 - 5)^3$$

$$\Leftrightarrow a - b + (a^2 - 5)^3 - (b^2 - 5)^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow a - b + (a^2 - 5 - b^2 + 5) \left[(a^2 - 5)^2 + (a^2 - 5)(b^2 - 5) + (b^2 - 5)^2 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow a-b+(a-b)(a+b)\left[(a^2-5)^2+(a^2-5)(b^2-5)+(b^2-5)^2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)\left\{1+(a+b)\left[(a^2-5)^2+(a^2-5)(b^2-5)+(b^2-5)^2\right]\right\}=0$$

$$\text{Do } a \geq 0; b \geq 0 \Rightarrow 1+(a+b)\left[(a^2-5)^2+(a^2-5)(b^2-5)+(b^2-5)^2\right] > 0$$

$$\Rightarrow a-b=0$$

$$\Leftrightarrow a=b$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5}=\sqrt{y+5}$$

$$\Rightarrow x+5=y+5$$

$$\Leftrightarrow x=y$$

Thay $x=y$ vào P ta được:

$$P=x^2-3x^2+12x-x^2+2018$$

$$P=-x^2+12x+2018$$

$$P=-x^2+12x-36+36+2018$$

$$P=-(x-6)^2+36+2054$$

$$\text{Ta có: } (x-6)^2 \geq 0, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow -(x-6)^2 \leq 0, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow -(x-6)^2+2054 \leq 2054, \forall x \in R$$

$$\Rightarrow P \leq 2054, \forall x \in R$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là 2054 khi đó $x=y=6$

Đề 3: Quận Ba Đình**Bài 1:**

$$a) A = |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{2^2 \cdot 3} - |-3| = 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned} b) B &= \cos^2 52^\circ \sin 45^\circ + \sin^2 52^\circ \cos 45^\circ \\ &= \cos^2 52^\circ \sin 45^\circ + \sin^2 52^\circ \sin 45^\circ \\ &= \sin 45^\circ (\cos^2 52^\circ + \sin^2 52^\circ) \\ &= \sin 45^\circ \cdot 1 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Bài 2 :

$$a) M = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x} - 2} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 2 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Vậy để $M = 2$ thì $x = 9$

$$b) P = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} : \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} : \frac{2(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$c) P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\forall \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 1 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \leq 2$$

$$\Leftrightarrow P \leq 2$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 0(tm)$

Vậy giá trị lớn nhất của $P = 2$ tại $x = 0$

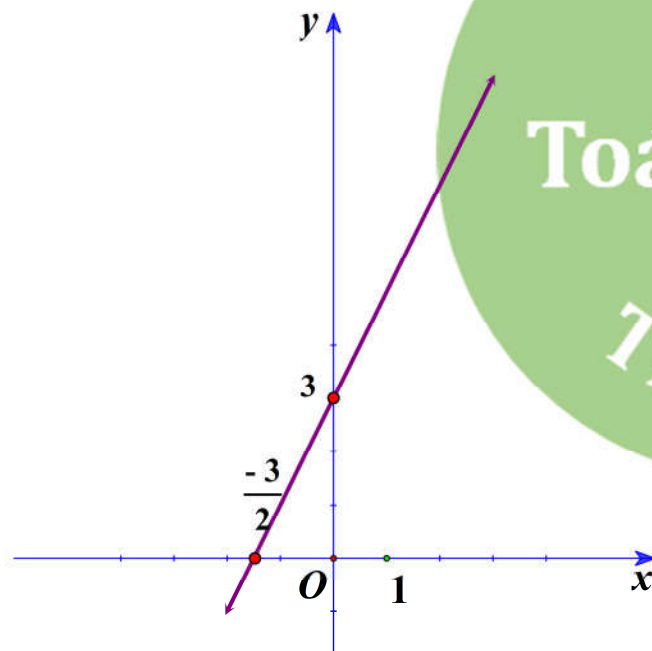
Bài 3:

Hàm số $y = (2m - 1)x + 3$ là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$



Khi $m = \frac{3}{2}$ (TM) thì $y = 2x + 3$

Đồ thị hàm số:



b) Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = x + 3$ và $y = 2x + 1$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3 = 2x + 1 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của hai đường thẳng là: $M(2; 5)$

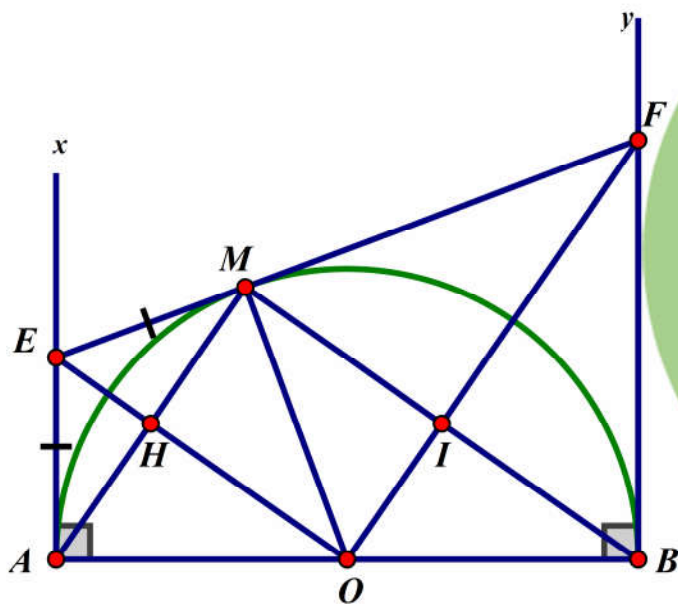
Ba đường thẳng đồng quy khi: $M \in (d)$ hay $(2m - 1) \cdot 2 + 3 = 5$ nên $m = 1$ (TM)

Vậy $m = 1$ để ba đường thẳng đồng quy.

c) Khi $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (d)$ cắt Oy tại $B(0; 3)$ nên $OB = 3$ (đvdd)

Khi $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-3}{2m-1} \Rightarrow (d)$ cắt Ox tại $A\left(\frac{-3}{2m-1}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{-3}{2m-1}\right|$ (đvdd)

Vì tam giác OAB vuông tại O. Do đó $S_{\triangle OAB} = \frac{OA \cdot OB}{2} \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{-3}{2m-1}\right| \cdot 3}{2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{4} \text{ (tm)} \\ m = -\frac{1}{4} \text{ (tm)} \end{cases}$

Bài 4:

Học là ham
Toán THCS
Thi là đổ

a) Do Ax là tiếp tuyến của (O) nên $Ax \perp AO \Rightarrow \widehat{xAO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EAO} = 90^\circ$ (do $E \in Ax$)

Xét $\triangle AEO$ và $\triangle MEO$ có:

$$\left. \begin{array}{l} EA = EM \text{ (gt)} \\ EO \text{ chung} \\ OA = OM (= R) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEO = \triangle MEO \text{ (c-c-c)} \Rightarrow \widehat{EMO} = \widehat{EAO} = 90^\circ$$

Suy ra $EM \perp OM = \{M\}$ hay $EF \perp OM = \{M\}$ (do $F \in EM$)

Vậy EF là tiếp tuyến của (O) .

b) Ta có EA, EM là hai tiếp tuyến của (O) nên theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta

$$\text{có } \widehat{AOE} = \widehat{EOM} = \frac{1}{2} \widehat{AOM} \quad (1)$$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{MOF} = \widehat{FOB} = \frac{1}{2} \widehat{BOM} \quad (2)$

$$\text{Từ (1)(2) ta có } \widehat{EOF} = \widehat{EOM} + \widehat{MOF} = \frac{1}{2} (\widehat{AOM} + \widehat{MOB}) = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$$

Vậy $\triangle EOF$ vuông.

c) Gọi $H = EO \cap AM, I = FO \cap BM$

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $FB = FM$, lại có $OM = OB \Rightarrow FO$ là trung trực của $BM \Rightarrow FO \perp MB = \{I\}, IB = IM = \frac{1}{2} BM$

Chứng minh tương tự ta có: $OE \perp AM = \{H\}, HA = HM = \frac{1}{2} AM$

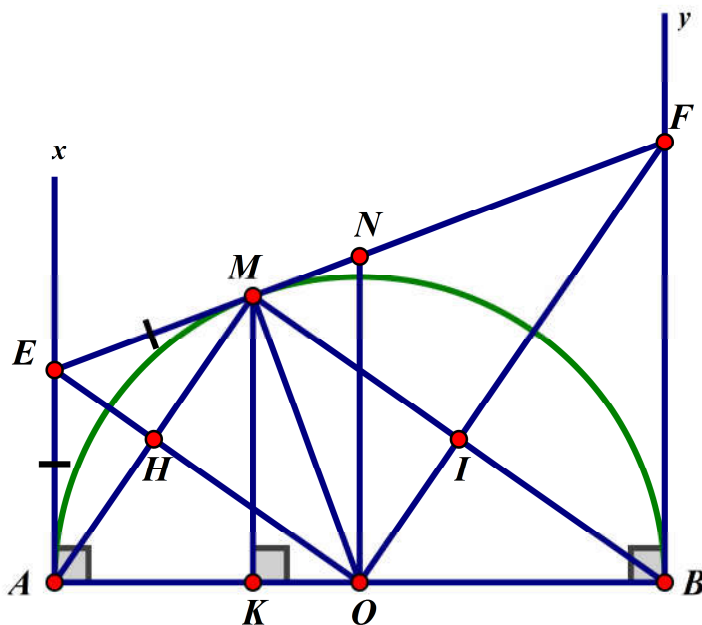
Xét tam giác vuông EMO , đường cao AH :

$$MH.OE = EM.OM \Rightarrow \frac{AM}{2}.OE = EM.R \Rightarrow AM.OE = 2EM.R \quad (3)$$

Chứng minh tương tự ta có: $BM.OF = 2MF.R \quad (4)$

Từ (3)(4) suy ra $AM.OE + BM.OF = 2R(EM + MF) = AB.EF$;

d)



Kẻ $MK \perp AB = \{K\}$,

Dựng $ON \parallel Ax \parallel By, (N \in EF)$, có $OA = OB (= R)$ suy ra $NE = NF \Rightarrow ON$ là trung tuyến tam giác vuông $EOF \Rightarrow ON = \frac{1}{2} EF$.

$$\text{Ta có: } S_{\triangle AMB} = \frac{3}{4} S_{\triangle EOF} \Leftrightarrow \frac{1}{2} MK.AB = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} OM.EF \Leftrightarrow MK.2R = \frac{3}{4} R.2ON \Leftrightarrow ON = \frac{4}{3} MK$$

Ta có $MK \perp AB \Rightarrow MK \parallel Ax \parallel ON \Rightarrow \widehat{KMO} = \widehat{MON}$

Xét ΔKMO và ΔMON :

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{MKO} = \widehat{OMN} = 90^\circ \\ \widehat{KMO} = \widehat{MON} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta KMO \sim \Delta MON (g - g) \Rightarrow \frac{MK}{OM} = \frac{OM}{ON} \Rightarrow MK \cdot ON = OM^2 = R^2$$

$$\Rightarrow MK \cdot \frac{4}{3} MK = R^2 \Rightarrow MK = \frac{\sqrt{3}}{2} R \Rightarrow KO = \sqrt{R^2 - \frac{3}{4} R^2} = \frac{R}{2} \Rightarrow K \text{ là trung điểm của } AO.$$

Vậy vị trí của E cần tìm được dựng như sau: từ trung điểm của AO , dựng đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn tại M , từ M kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt Ax tại E .

Bài 5:

Điều kiện: $x \geq \frac{2}{3}$

Phương trình tương đương: $\frac{(\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+1})(\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1})}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} = (2x-3)(x+1)$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-2-x-1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} = (2x-3)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow (2x-3) \frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} = (2x-3)(x+1)$$

$$\Leftrightarrow (2x-3) \left[\frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} - (x+1) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=0 & (1) \\ \frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} - (x+1) = 0 & (2) \end{cases}$$

Giải (1): $2x-3=0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (tmdk)}$

Giải (2): $\frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} - (x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3x-2}+\sqrt{x+1}} = x+1$$

$$\forall x \geq \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} VT \leq \frac{\sqrt{15}}{5} < 1 \\ VP \geq \frac{5}{3} > 1 \end{cases} \quad (\text{ Vô lý })$$

$\Rightarrow$ phương trình (2) vô nghiệm

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{3}{2}$

Đề 4: Bắc Từ Liêm

Bài 1. Hướng dẫn giải

1) $x = 25$ thỏa mãn điều kiện xác định.

Thay $x = 25$ vào A ta được: $A = \frac{\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-1} = \frac{5+1}{5-1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$$2) B = \frac{x+1}{x-\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$$

$$3) P = A.B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Xét hiệu: } P-1 = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - 1 = \frac{\sqrt{x}+1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Vì $\sqrt{x} > 0 \forall x \in \text{Tập xác định} \Rightarrow P-1 > 0 \Leftrightarrow P > 1$.

Bài 2. Hướng dẫn giải

$$a) \sqrt{9x-9} - 2\sqrt{x-1} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{9(x-1)} - 2\sqrt{x-1} = 8$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 8$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 64 \Leftrightarrow x = 65$$

Vậy phương trình cho có nghiệm là $x = 65$



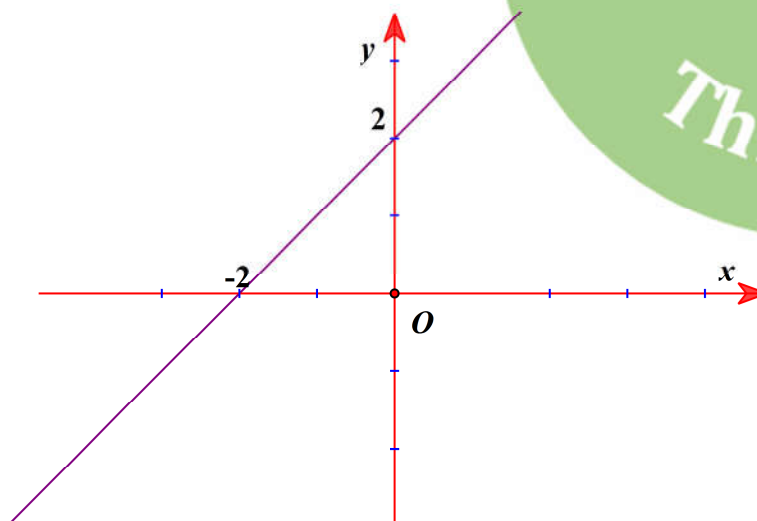
$$b) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Leftrightarrow |x-3| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=5 \\ x-3=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy phương trình cho có 2 nghiệm $\begin{cases} x=8 \\ x=-2 \end{cases}$

Bài 3. Hướng dẫn giải

a) Với $m=3 \Rightarrow y=x+2$

Đồ thị hàm số (d) đi qua 2 điểm $(0;2);(-2;0)$



b) Để $(d) \parallel (d_1): y=2x+5$ thì:

$$\begin{cases} m-2=2 \\ 2 \neq 5 \end{cases} \Rightarrow m=4$$

Vậy $m=4$ thì $(d) \parallel (d_1)$.

c) (d) cắt Ox tại $A\left(\frac{-2}{m-2}; 0\right) \Rightarrow OA = \frac{2}{|m-2|}$ với $m \neq 2$

(d) cắt Oy tại $B(0;2) \Rightarrow OB=2$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \Rightarrow S_{OAB} = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{|m-2|} = 1$$

$$\Leftrightarrow |m-2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=3 \end{cases}$$

So với điều kiện, thỏa mãn.

Nhóm Toán THCS:

<https://www.facebook.com/groups/606419473051109/>

Học là ham

Toán THCS

Thi là đổ

Vậy $m=1$ hoặc $m=3$ thì $S_{OAB}=1$ đơn vị diện tích.

Bài 4. Hướng dẫn giải

a) 4 điểm A, C, O, M cùng thuộc đường tròn đường kính OC .

b) CA và CM là 2 tiếp tuyến của (O) nên $CO \perp AM$.

Mà $M \in (O) \Rightarrow \widehat{AMO} = 90^\circ \Leftrightarrow BM \perp AM$.

$\Rightarrow MB \parallel OC$.

c) Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AK , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AB^2 = BK \cdot BC \Leftrightarrow BC \cdot BK = 4R^2$$

d) Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AK , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$AC^2 = CK \cdot CB$$

$$\text{Mà } AC = CM \Rightarrow CM^2 = CK \cdot CB \Leftrightarrow \frac{CK}{CM} = \frac{CM}{CB}$$

Suy ra $\triangle CKM \sim \triangle CMB$ (cạnh – góc – cạnh)

$$\Rightarrow \widehat{CMK} = \widehat{MBC}.$$

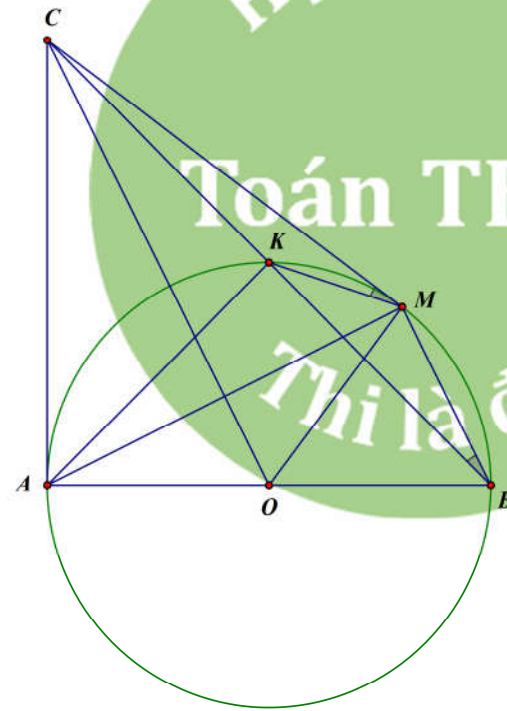
Bài 5. Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } a = \frac{x}{y}; b = \frac{y}{z}; c = \frac{z}{x} \Rightarrow a + b + c = 1$$

Khi đó:

$$\sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{z}{y}} + \sqrt{\frac{x}{z}} = \sqrt{\frac{y}{z} \cdot \frac{z}{x}} + \sqrt{\frac{z}{x} \cdot \frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{z}} = \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 cặp số dương $(a, b); (b, c); (c, a)$ ta có:



$$\begin{cases} a+b \geq 2\sqrt{ab} \\ b+c \geq 2\sqrt{bc} \\ c+a \geq 2\sqrt{ca} \end{cases} \Leftrightarrow (a+b) + (b+c) + (c+a) \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{ca}$$

$$\Leftrightarrow a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{z}{y}} + \sqrt{\frac{x}{z}} \leq 1 \text{ (đpcm)}$$

Nhận xét:

Đề bài của bài này chưa chính xác vì ta dễ dàng chứng minh được: $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \geq 3$ với mọi số

dương x, y, z mà đề cho: $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = 1$ (không phù hợp).

Đề 5: Quận Cầu Giấy

Hướng dẫn giải

Phần 1. TRẮC NGHIỆM (2,0 đ)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	D	B	C	B	C	D	A

Phần 2: TỰ LUẬN (8,0đ)

Câu 1 (2đ): Cho 2 biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$ & $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{3\sqrt{x}}{x-25}$ ($x > 0; x \neq 25$)

a) Tính A khi $x = 81$

b) Cho $P = A.B$. Chứng minh rằng $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$

c) So sánh P và P^2

Giải:

a) Tính A khi $x = 81$

$$\text{Thay } x = 81 \text{ (tmđk) vào biểu thức A ta có: } A = \frac{\sqrt{81}-5}{\sqrt{81}} = \frac{4}{9}$$

$$\text{Vậy khi } x=81 \text{ thì } A = \frac{4}{9}$$

b) Cho $P = A.B$. Chứng minh rằng $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$

$$\begin{aligned} P = A.B &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{3\sqrt{x}}{x-25} \right) \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)-3\sqrt{x}}{x-25} \right) \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} \cdot \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5} \text{ (dpcm)} \end{aligned}$$

c) So sánh P và P^2

Xét

$$P - P^2 = P(1 - P) = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5} \right)$$

$$P - P^2 = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+5} = \frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+5)^2} > 0 \quad (x > 0; x \neq 25)$$

Vậy $P > P^2$ ($x > 0; x \neq 25$)

Câu 2 (2 đ): Cho hàm số $y = (m+2)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số)

a) Vẽ đồ thị hàm số trên khi $m = -1$

b) Tìm m để 2 đường thẳng (d): $y = (m+2)x + 2m^2 + 1$ và (d'): $y = 3x + 3$ cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

Giải:

a) Vẽ đths trên khi $m = -1$

- Khi $m = -1$ ta có hàm số $y = x + 3$

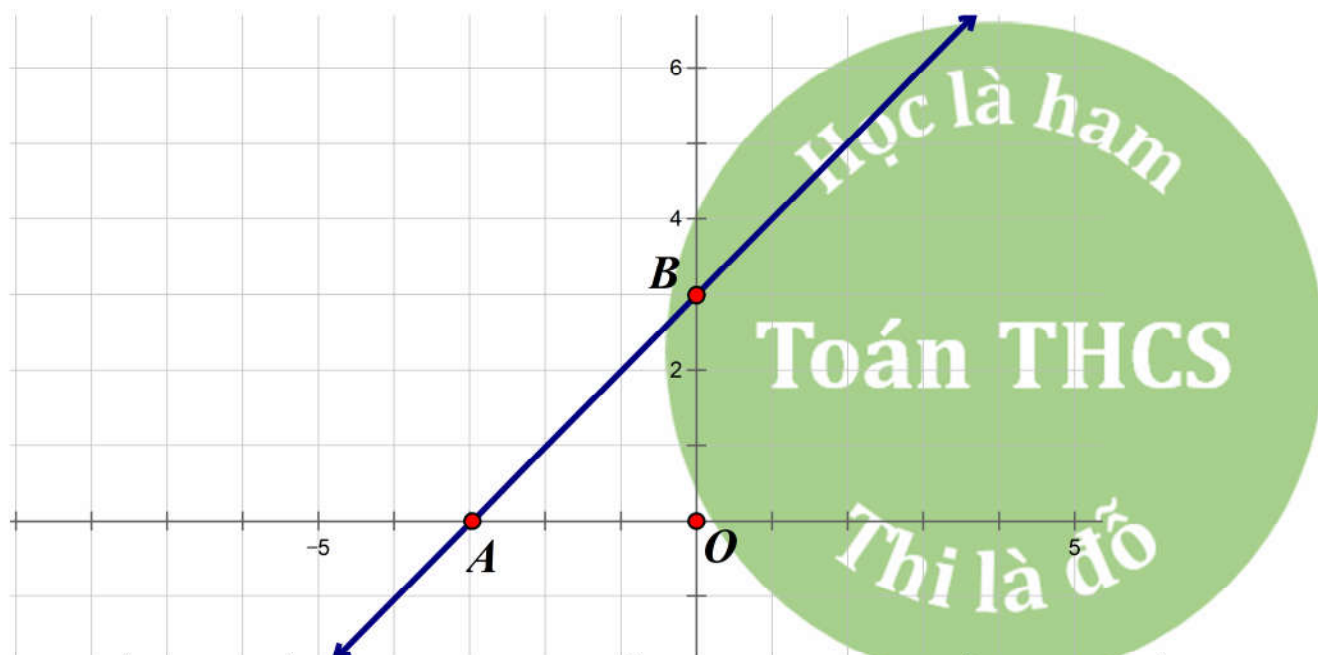
+ Với $y = 0$ thì $x = -3$, ta có điểm $A(-3; 0)$

+ Với $x = 0$ thì $y = 3$, ta có điểm $B(0; 3)$

+ Vậy $y = x + 3$ là đường thẳng đi qua $A(-3; 0)$ và $B(0; 3)$

- Hình vẽ:





- b) Tìm m để 2 đường thẳng $(d): y = (m + 2)x + 2m^2 + 1$ và $(d'): y = 3x + 3$ cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung.

Điều kiện để (d) cắt (d') : $m + 2 \neq 3 \Leftrightarrow m \neq 1$

Vì giao điểm của 2 đường thẳng nằm trên trục tung nên hoành độ giao điểm bằng 0

$$\text{Lúc đó ta có: } \begin{cases} y = 2m^2 + 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\text{Giải phương trình } 2m^2 + 1 = 3 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(tm) \\ m = 1(ktm) \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

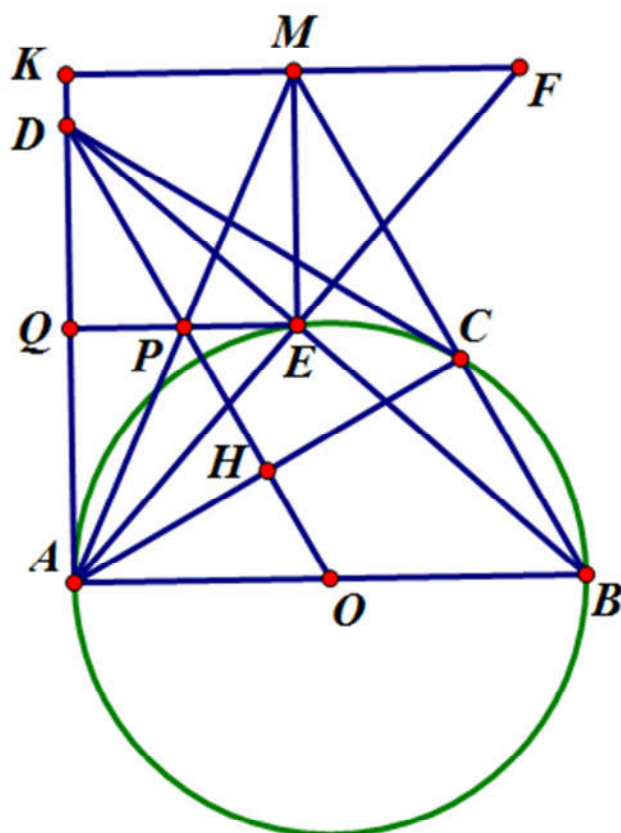
Câu 3. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn (O) (C khác A, B) sao cho $AC > BC$. Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với dây cung AC tại H . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại D . Đoạn thẳng DB cắt (O) tại E .

a) Chứng minh $HA = HC$ và $\widehat{DCO} = 90^\circ$;

b) Chứng minh rằng $DH \cdot DO = DE \cdot DB$;

c) Trên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho E là trung điểm của AF . Từ F vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AD tại K . Đoạn thẳng FK cắt đường thẳng BC tại M . Chứng minh $MK = MF$.



Học là ham

Toán THCS

Thi là đố

Lời giải:

a) Xét (O), ta có OH là một phần đường kính vuông góc với dây AC tại H
 $\Rightarrow$ H là trung điểm của AC (Liên hệ giữa đường kính và dây cung).
 $\Rightarrow HA=HC$

* Xét (O), ta có AD là tiếp tuyến tại A nên $AD \perp AB \Rightarrow \widehat{DAB} = 90^\circ$
 Xét $\triangle AOC$ có OA=OC (bán kính đường tròn (O))

$\Rightarrow \Delta AOC$ cân ở O

Mà OH là đường cao ($OH \perp AC$)

$\Rightarrow$ OH là phân giác của ΔAOC

$$\Rightarrow \widehat{AOH} = \widehat{COH}$$

Xét $\triangle ADO$ và $\triangle CDO$ có

$$OA = OC (= R)$$
$$\widehat{AOD} = \widehat{COD}(cmt)$$

OD chung

$$\Rightarrow \Delta ADO = \Delta CDO(c.g.c)$$
$$\Rightarrow \widehat{DCO} = 90^\circ$$

b) Xét (O) có $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Xét $\triangle ADO$ có $AH \perp DO(gt)$

$\Rightarrow DO.DH = DA^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Xét $\triangle ABD$ có $AE \perp DB$ (cmt)

$\Rightarrow DE.DB = DA^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DH.DO = DE.DB$ (đpcm).

c) Gọi $AM \cap DO = \{P\}$; $EP \cap AD = \{Q\}$.

Trong $\triangle ABM$ có $\left. \begin{array}{l} OP // MB \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow P$ là trung điểm của AM.

Trong $\triangle AMF$ có PE là đường trung bình $\Rightarrow PE // MF$
 $\Rightarrow PE // KF // AB$.

Trong $\triangle AKF$ có $\left. \begin{array}{l} EA = EF \\ EQ // KF \end{array} \right\} \Rightarrow Q$ là trung điểm của AK.

Trong $\triangle ADB$ có $\frac{PQ}{AO} = \frac{DP}{DO} = \frac{PE}{OB}$ Mà $AO = BO \Rightarrow PQ = PE$.

Trong $\triangle AKF$ có $\frac{QP}{KM} = \frac{PE}{MF} (= \frac{AP}{AM}) \Rightarrow KM = MF$ (đpcm).

Câu 4 (0,5 đ) : Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y \leq \frac{4}{3}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $S = x + y + \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y}$

Giải :

$$\begin{aligned} S &= x + \frac{4}{9x} + y + \frac{4}{9y} + \frac{11}{36x} + \frac{11}{36y} \\ &= \left(x + \frac{4}{9x}\right) + \left(y + \frac{4}{9y}\right) + \frac{11}{36} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \end{aligned}$$

Dễ dàng cm được BĐT $(x + y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4 \Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq \frac{4}{x + y}$

$$\text{Mà } x + y \leq \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 3$$

Áp dụng BĐT Cô si cho 2 số dương x và $\frac{4}{9x}$, ta có :

$$x + \frac{4}{9x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{9x}} = \frac{4}{3}$$

Tương tự, ta cũng có : $y + \frac{4}{9y} \geq 2\sqrt{y \cdot \frac{4}{9y}} = \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow S \geq \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{11}{36} \cdot 3 = \frac{43}{12}$$

Học là ham
Toán THCS
 Thi là đổ

Dấu “=” xảy ra khi
$$\begin{cases} x = y \\ x = \frac{4}{9x} \\ y = \frac{4}{9y} \\ x + y = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{3}$$

Vậy GTNN của S bằng $\frac{43}{12}$ khi $x = y = \frac{2}{3}$

Đề 6: Huyện Đông Anh

Bài 1: (1 điểm)

a/ $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

b/ $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

Bài 2: (1 điểm) (DK : $x \geq 0$) (0,5 điểm)

$$2\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 9 - \sqrt{50x}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{2x} + 21\sqrt{2x} = 9 - 5\sqrt{2x} \Leftrightarrow 30\sqrt{2x} = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{200} \text{ (TMDK)}$$

Bài 3: (2 điểm)

a/	
$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}-1}{a+2\sqrt{a}+1}; DK : a > 0, a \neq 1$	0,25 đ
$Q = \left[\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \right] : \frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}+1)^2}$	0,25 đ
$Q = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}+1)^2}{\sqrt{a}-1} = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$	0,5 đ
b/ Thay $a = 81$ (TMDK) vào biểu thức Q, ta được:	
$Q = \frac{\sqrt{81}+1}{\sqrt{81}} = \frac{10}{9}$	
Vậy $a = 81$ thì $Q = 10/9$	0,5 đ
c/ Xét hiệu:	0,5 đ



$$Q-1 = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} - 1 = \frac{\sqrt{a}+1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} > 0 (a > 0)$$

Vậy $Q-1 > 0 \Rightarrow Q > 1$

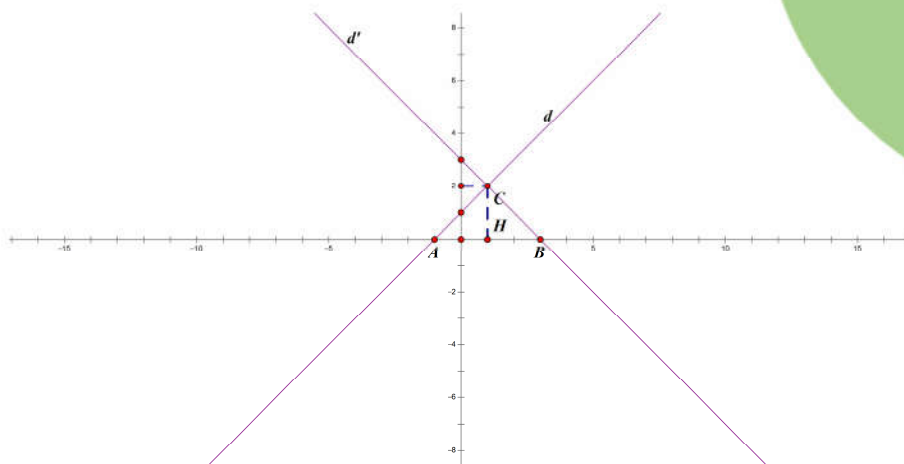
Bài 4: (2 điểm)

a/ Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ (0,5 điểm)

Vẽ $y = x + 1$

Vẽ $y = -x + 3$

x	0	-1		x	0	3
$y = x+1$	1	0		$y = -x+3$	3	0



b/ (1 điểm)

Đưa vào đồ thị ta thấy: $A(-1;0)$ và $B(3;0)$ (0,5 điểm)

Tìm tọa độ giao điểm C của (d) và (d'):

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') là:

$$x+1 = -x+3 \Leftrightarrow x=1$$

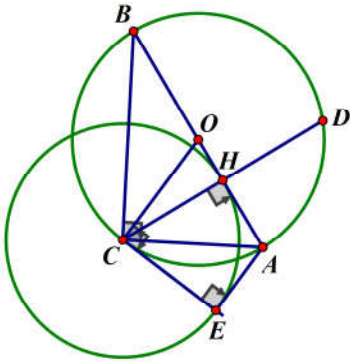
Thay $x=1$ vào hàm số $y = x + 1$, ta được $y = 1 + 1 = 2$. Vậy $C(1;2)$ (0,5 điểm)

c/ (0,5 điểm)

Ta có: $AC = BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$; $AB = 4$ (0,5 điểm)

Chu vi $\triangle ABC$; $P_{\triangle ABC} = AC + AB + BC = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4 = 4\sqrt{2} + 4 = 4(\sqrt{2} + 1)$ (0,5 điểm)

Bài 5: (3,5 điểm)



a/ + Tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AB nên vuông tại C + Tính được $BC = 4\text{cm}$ + $\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$	0,25 đ 0,25 đ
b/ + Tính được $CH = 2,4\text{ cm}$ + Chứng minh $CD = 2\text{ CH}$ + Tính được $CD = 4,8\text{ cm}$ + $CH \perp AB; H \in (C)$ nên AB là tiếp tuyến của đường tròn (C)	0,5 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ
c/ + Chứng minh tứ giác AECO là hình thang ($AE \parallel CO$)	0,25đ
+ Tính $AH = 1,8\text{cm}$ + Chứng minh $EA = AH = 1,8\text{ cm}, CE = CH = 2,4\text{ cm}$ + Dễ có $CO = 2,5\text{ cm}$ + Tính $S_{AECO} = \frac{1}{2}(EA + CO).EC = \frac{1}{2}(1,8 + 2,5).2,4 = 5,16(\text{cm}^2)$	0,5 đ 0,25đ 0,25 đ 0,25 đ

Bài 6: (0,5 điểm)

Tìm GTNN của $A = \frac{8a^2 + b}{4a} + b^2$ với $a + b \geq 1; 1 > a > 0$

Từ $a+b \geq 1 \Rightarrow b \geq 1-a > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{8a^2 + b}{4a} + b^2 \geq \frac{8a^2 + 1 - a}{4a} + (1 - a)^2 \\ &= \frac{8a^2 - a + 1 + 4a^3 - 8a^2 + 4a}{4a} = \frac{4a^3 - 4a^2 + a + 4a^2 - 4a + 1 + 6a}{4a} \\ &= \frac{a(2a - 1)^2 + (2a - 1)^2}{4a} + \frac{3}{2} = \frac{(2a - 1)^2 (a + 1)}{4a} + \frac{3}{2} (1) \end{aligned}$$

Vì với $a > 0$ thì $\frac{(2a-1)^2(a+1)}{4a} \geq 0$. Dấu “=” xảy ra khi $a = \frac{1}{2}$

Nên từ (1) suy ra: $A \geq 0 + \frac{3}{2}$ hay $A \geq \frac{3}{2}$

Vậy GTNN của $A = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$

Đề 7: Quận Hai Bà Trưng

Bài I. (2,5 điểm)

1. Tính giá trị của A khi $x = 4$.

Với $x = 4$, ta có $A = \frac{2\sqrt{4}-4}{\sqrt{4}-1} = \frac{2.2-4}{2-1} = 0$.

2. Rút gọn B.

$$\begin{aligned} \text{Với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1, \text{ ta có } B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{6\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

3. So sánh A.B với 5.

$$\begin{aligned} \text{Với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1, \text{ ta có } A.B &= \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{(2\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } A.B - 5 = \frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} - 5 = \frac{2\sqrt{x}-4-5\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1} = \frac{-3\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}+1} = \frac{-3(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Với } x \geq 0, \text{ ta có } \begin{cases} \sqrt{x}+3 > 0 \\ \sqrt{x}+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{-3(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+1} < 0 \Rightarrow A.B - 5 < 0 \Rightarrow A.B < 5$$

Vậy $A.B < 5$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Bài II. (2 điểm)

1. Thực hiện phép tính $\left(3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{50}\right) \cdot 3\sqrt{2}$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \left(3\sqrt{8} - \sqrt{18} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{50}\right) \cdot 3\sqrt{2} \\ &= \left(3\sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} + 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{5^2 \cdot 2}\right) \cdot 3\sqrt{2} \\ &= \left(3 \cdot 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} + 5\sqrt{2}\right) \cdot 3\sqrt{2} \\ &= \left(8\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) \cdot 3\sqrt{2} \\ &= 8\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{2} = 48 + 15 = 63. \end{aligned}$$

2. Giải phương trình: $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{(2x-1)^2} = 2+5 \\ \Leftrightarrow & |2x-1| = 7 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x-1 = -7 \\ 2x-1 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2$ là $S = \{-3; 4\}$.

Cách 2:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 2+5 \\ \Leftrightarrow & 4x^2 - 4x + 1 = 7^2 \\ \Leftrightarrow & 4x^2 - 4x - 48 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 - x - 12 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-4)(x+3) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x-4 = 0 \\ x+3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$



Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 2$ là $S = \{-3; 4\}$.

Bài III. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = 3x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d1)

1. Điểm $A\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ có thuộc đường thẳng (d1) không? Vì sao?

Với $x = \frac{1}{3}$ thì $y = 3x + 2 = 3 \cdot \frac{1}{3} + 2 = 1 + 2 = 3$.

Vậy điểm $A\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thuộc đường thẳng (d1).

2. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d1) và đường thẳng (d2) có phương trình $y = -2x - m$ cắt nhau tại điểm có hoành độ bằng 1.

Đường thẳng (d1) có phương trình $y = 3x + 2$

Đường thẳng (d2) có phương trình $y = -2x - m$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d1) và đường thẳng (d2) là:

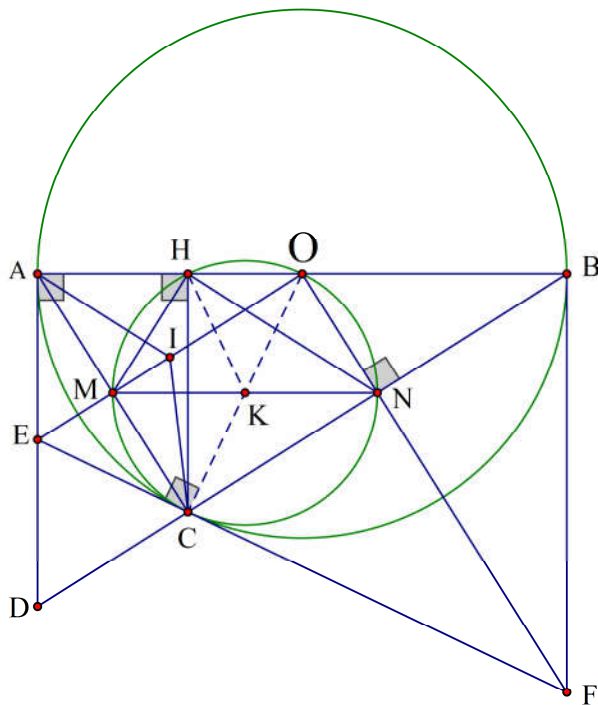
$$3x + 2 = -2x - m \Leftrightarrow 3x + 2x + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + m + 2 = 0 \quad (*)$$

Đường thẳng (d1) cắt đường thẳng (d2) tại điểm có hoành độ bằng 1 khi phương trình (*) có nghiệm $x = 1 \Leftrightarrow 5 \cdot 1 + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m + 7 = 0 \Leftrightarrow m = -7$.

Vậy với $m = -7$ thì đường thẳng (d1) cắt đường thẳng (d2) tại điểm có hoành độ bằng 1.

Bài IV. (3,5 điểm)



1. CMR: A, E, C, O cùng thuộc một đường tròn.

Vì AD, CE là các tiếp tuyến tại A và C của (O; R) nên $\triangle EAO$ vuông tại A, $\triangle ECO$ vuông tại C.

Gọi I là trung điểm của OE.

Ta có AI, CI là các đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OE của các tam giác vuông $\triangle EAO$ và

$$\triangle ECO \Rightarrow \begin{cases} AI = \frac{OE}{2} \\ CI = \frac{OE}{2} \end{cases} \Rightarrow IA = IC = IO = IE$$

$\Rightarrow$ A, E, C, O cùng thuộc đường tròn tâm I.

2. CMR: BC.BD = 4R² và OE // BD

Tam giác $\triangle ACB$ có đường trung tuyến $CO = \frac{1}{2}AB = R \Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại C.

Xét hai tam giác vuông $\triangle DAB$ và $\triangle ACB$ có:

$\widehat{ABD}$ chung

$$\widehat{DAB} = \widehat{ACB} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle DAB \sim \triangle ACB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{CB} = \frac{DB}{AB} \Rightarrow BC.BD = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

Ta có: AE = CE (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow$ E thuộc đường trung trực của AC.

OA = OC = R $\Rightarrow$ O thuộc đường trung trực của AC.

$\Rightarrow$ OE là đường trung trực của AC $\Rightarrow OE \perp AC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} OE \perp AC \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow OE \parallel BD.$$

3. Đường thẳng kẻ qua O và vuông góc với BC tại N cắt EC ở F. CMR: BF là tiếp tuyến của đường tròn (O;R).

Ta có $\triangle BOC$ cân tại O ($OB = OC = R$) nên đường cao ON cũng là đường trung tuyến (N là trung điểm BC) và cũng là đường phân giác $\Rightarrow \widehat{COF} = \widehat{BOF}$.

Xét hai tam giác $\triangle OCF$ và $\triangle OBF$ có:

$$OC = OB = R$$

$\widehat{COF} = \widehat{BOF}$ (theo chứng minh trên)
cạnh OF chung

$\Rightarrow \triangle OCF = \triangle OBF$ (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{OBF} = \widehat{OCF} = 90^\circ \Leftrightarrow BF \perp OB$ hay BF là tiếp tuyến của đường tròn (O;R).

4. Gọi H là hình chiếu của C trên AB, M là giao điểm của AC và OE. CMR: khi điểm C di động trên đường tròn (O;R) và thỏa mãn yêu cầu đề bài thì đường tròn ngoại tiếp HMN luôn đi qua điểm cố định.

Ta có $M = OE \cap AC$ mà OE là đường trung trực của AC $\Rightarrow$ M là trung điểm của AC.

$\Rightarrow$ HM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AC của tam giác vuông AHC.

$$\Rightarrow HM = \frac{AC}{2} = MC.$$

Ta cũng có HN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC của tam giác vuông BHC.

$$\Rightarrow HN = \frac{BC}{2} = NC.$$

Xét hai tam giác $\triangle MHN$ và $\triangle MCN$ có:

MH = MC (theo chứng minh trên)

canh MN chung

HN = CN (theo chứng minh trên)

$$\Rightarrow \triangle MHN = \triangle MCN \text{ (c.c.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MHN} = \widehat{MCN} = 90^\circ \text{ hay } \triangle MHN \text{ vuông tại H.}$$

Gọi $K = OC \cap MN$

Ta có $\begin{cases} OM \parallel NC \text{ (OE } \parallel \text{ BD)} \\ ON \parallel MC \text{ (cung } \perp \text{ BD)} \end{cases} \Rightarrow OMCN \text{ là hình bình hành.}$

Hình bình hành OMCN có $\widehat{ONC} = 90^\circ$ nên OMCN là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow KM = KN = KC = KO \text{ (tính chất hình chữ nhật). (1)}$$

Ta cũng có : HK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền MN của tam giác vuông MHN.

$$\Rightarrow HK = \frac{MN}{2} = KM = KN. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : $\Rightarrow KH = KM = KN = KC = KO$.

$\Rightarrow$ H, M, N, O cùng thuộc đường tròn tâm (K; KO) hay đường tròn ngoại tiếp HMN luôn đi qua điểm O cố định.

Bài V. (0,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + \frac{9}{x-2} + 2010$ với $x > 2$

$$\text{Với } x > 2, \text{ ta có: } P = x + \frac{9}{x-2} + 2010$$

$$= x - 2 + \frac{9}{x-2} + 2012$$

$$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{9}{x-2}} + 2012 \quad (\text{Bất đẳng thức Cô si})$$

$$= 2 \cdot 3 + 2012 = 2018.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x-2 = \frac{9}{x-2} \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -3 \text{ (loại vì } x > 2) \\ x-2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=5.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 2018 đạt được khi $x=5$.

Đề 8: Nam Từ Liêm

1. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Đáp án: D

Câu 2: Đáp án: B

Câu 3: Đáp án: B

Câu 4: Đáp án: A

2. TỰ LUẬN

Bài 1.

$$\text{a) } 3\sqrt{\frac{1}{3}} + 4\sqrt{12} - 5\sqrt{27} = \sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$$

$$\text{b) } \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{(3+2\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{3\sqrt{3}+6-2\sqrt{3}-2}{2} = \frac{\sqrt{3}+4}{2}$$

Bài 1.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} \\ &= \frac{x+2\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}-x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

$$P=2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x=16 \quad M = P:Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$\Rightarrow M^2 < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{2} \right) < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0 \Rightarrow \sqrt{x} < 2 \Rightarrow x < 4$$

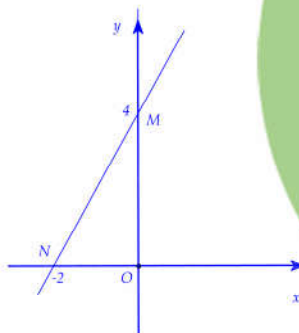
Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

Bài 2.

a. Thay $x = 1$; $y = 6$ vào hàm số $y = (m-4)x + 4$ ta được $6 = (m-4).1 + 4 \Rightarrow m = 6$.

b. $m = 6 \Rightarrow y = 2x + 4$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 4$; $y = 0 \Rightarrow x = -2$. Đường thẳng $y = 2x + 4$ qua 2 điểm $M(0;4)$ và $N(-2;0)$.



Gọi α là góc tạo bởi đồ thị với trục $Ox \Rightarrow \tan \alpha = a = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^\circ 26'$.

$$c. (d) \parallel (d_1) \Rightarrow \begin{cases} m - m^2 = m - 4 \\ m + 2 \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \Rightarrow m = -2 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Bài 3.

a) Theo đề ta có: $EH \perp OA$ tại M nên M là trung điểm của EH

hay $EH = 2EM$.

Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác vuông OME có:

$$EM = \sqrt{OE^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

Vậy $EH = 2EM = 8$ (cm)

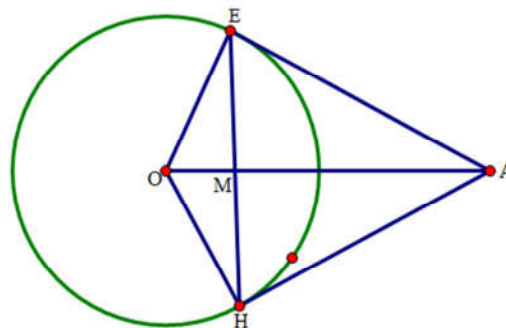
b) Ta có: $\begin{cases} OA \perp EH \\ ME = MH \end{cases} \Rightarrow OA$ là đường trung trực của EH .

Suy ra: $AE = AH$

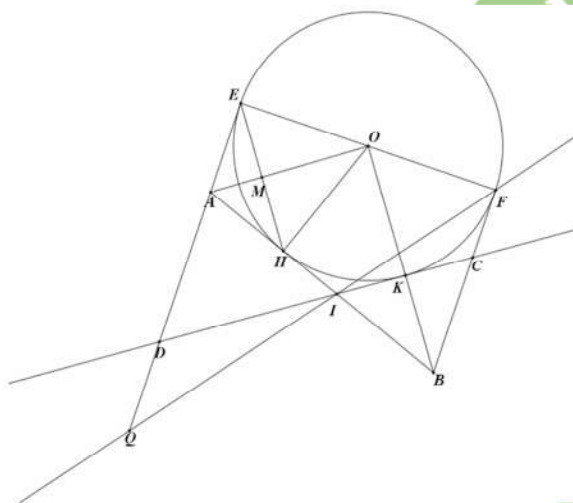
Xét hai tam giác OEA và tam giác OHM có:

$OE = OH (= R)$; $AE = AH$ (cmt); OA chung. Nên $\triangle OEA = \triangle OHA$ (c-c-c)

Suy ra: $\angle OHA = \angle OEA = 90^\circ$ Hay $AH \perp OH$



Vậy AH là tiếp tuyến của đường tròn tâm O .



c) Có $OH \perp AH$ hay B là giao của hai tiếp tuyến $BH; BF$.

Vậy, $\widehat{BOF} = \widehat{BOH}$, lại có $\widehat{EOA} = \widehat{HOA}$ nên $\widehat{EOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOF} = 2(\widehat{AOH} + \widehat{BOH}) = 2\widehat{AOB} = 180^\circ$

Tức là E, O, F thẳng hàng; $\widehat{AOE} + \widehat{BOF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OAE} = \widehat{BOF}$ (cùng phụ $\widehat{AOE}$).

$$\Rightarrow \triangle AOE \sim \triangle BOF$$

Tức là $\frac{AE}{OF} = \frac{OE}{BF} \Rightarrow AE.BF = OE.OF = R^2(1).$

d)

$$BF \parallel AQ \Rightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{AQ}{DQ} (*) (Talet)$$

Để dàng chứng minh ΔCOD vuông tại O , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ΔCOD ta có: $OK^2 = DK \cdot CK$

Mà DE, DK là các tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại D nên $DE = DK$;

Tương tự $CK = CF$. $\Rightarrow OK^2 = CF.DE \Leftrightarrow CF.DE = R^2(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra:

$$CF.DE = AE.BF \Leftrightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{DE}{AE} (**)$$

Từ (*) và (**) suy ra:

$$a) \quad \frac{AQ}{DQ} = \frac{DE}{AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AQ-DQ} = \frac{DE}{DE-AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{DE}{AD} \Leftrightarrow AQ = DE$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Bài 4. Với a, b là hai số thực không âm ta có $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (1).

Thật vậy (1) $\Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (luôn đúng) $\Rightarrow$ đpcm.

Áp dụng (1) ta được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}} = \frac{2}{\sqrt{xy}}$ (do $\frac{1}{x}; \frac{1}{y}$ là các số thực dương).

$$\text{Vậy } P \geq \frac{2}{\sqrt{xy}} \cdot \sqrt{1+x^2y^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy} + xy}.$$

Ta có:

$$1 \geq x+y \geq 2\sqrt{xy} \quad (\text{do } x; y \text{ là hai số thực dương}) \Rightarrow xy \leq \frac{1}{4}.$$

$$\frac{1}{xy} + xy = \frac{1}{16xy} + xy + \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{xy} \geq 2\sqrt{\frac{1}{16xy} \cdot xy} + \frac{15}{16} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{15}{4} = \frac{17}{4}.$$

$$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{\frac{17}{4}} = \sqrt{17}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \sqrt{17} \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} x=y \\ x+y=1 \Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2} \\ xy=\frac{1}{4} \end{cases}$$

Đề 9 : Thị Xã Sơn Tây

I. Trắc nghiệm

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	D	A	B	D	B	C

II. Tự luận (8 điểm):

Bài 1 (2 điểm): Cho biểu thức $P = \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

Cho biểu thức $P = \left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn: $\left(\frac{3}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1} =$

$$\left(\frac{3}{x-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{1} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}.$$

b) $P = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} = \frac{5}{4}$

$$\Leftrightarrow 4(\sqrt{x}+2) = 5(\sqrt{x}-1)$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x}+8 = 5\sqrt{x}-5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 13$$

$$\Leftrightarrow x = 169.$$

c) $M = \frac{\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{1}{P} = \frac{\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+2+10}{\sqrt{x}+2} = 1 + \frac{10}{\sqrt{x}+2}.$

Vì $\sqrt{x} \geq 0 \forall x \Rightarrow \sqrt{x}+2 \geq 2 \forall x \Rightarrow$ GTNN của $\sqrt{x}+2$ là 2

Mà M đạt GTLN khi $\sqrt{x}+2$ đạt GTNN $\Rightarrow M_{\max} = 1 + \frac{10}{2} = 1+5 = 6.$

Vậy GTLN của M là 6 và M đạt GTLN khi $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tm đk $x \geq 0, x \neq 1$).

Bài 2 (2 điểm): Cho hàm số $y = (4-2a)x + b$ (1)

a) Hàm số nghịch biến trên R khi $4-2a < 0 \Leftrightarrow 2a > 4 \Leftrightarrow a > 2.$

b) +) Đồ thị hàm số là đường thẳng song song với đường thẳng $y = 2x + 1$

$$\text{nên } 4-2a = 2 \Leftrightarrow -2a = -2 \Leftrightarrow a = 1.$$

+) Đồ thị hàm số đi qua C(-1; 2) nên (-1; 2) thỏa công thức hàm số

$$\Rightarrow 2 = (4-2.1).(-1) + b$$

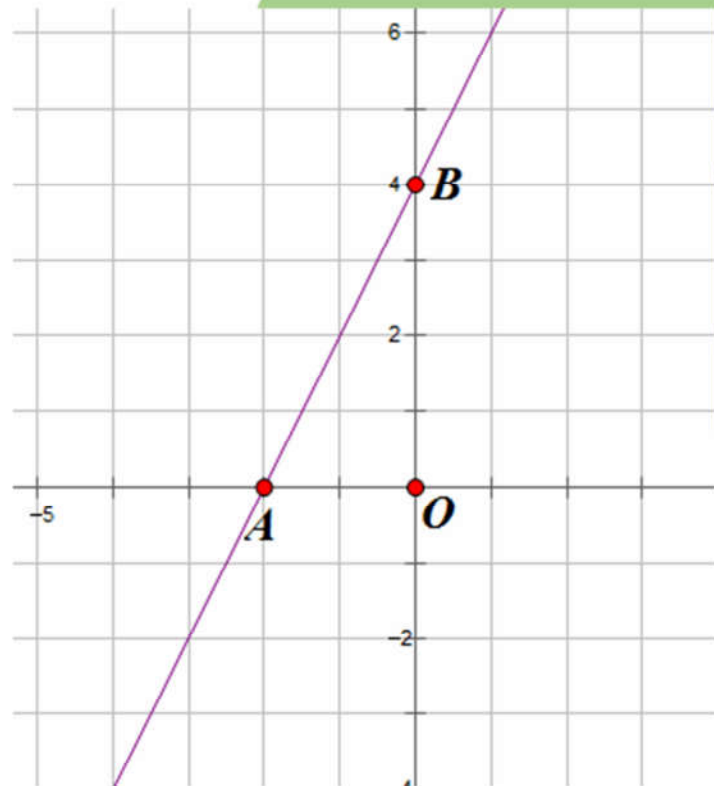
$$\Leftrightarrow 2 = -2 + b$$

$$\Leftrightarrow b = 4.$$

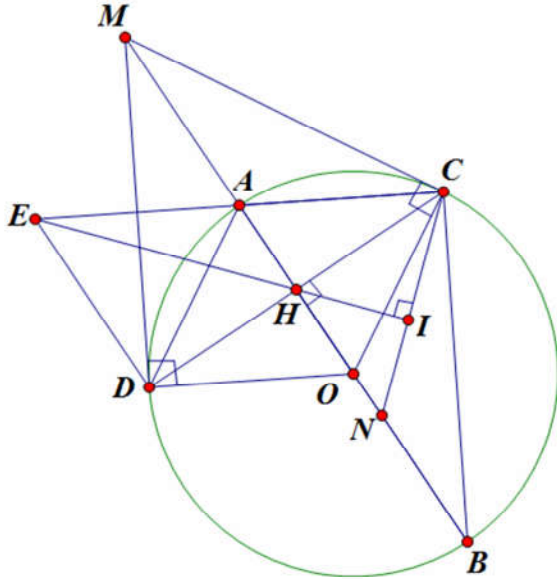
Vậy $a = 1; b = 4$ và công thức hàm số là : $y = 2x + 4.$

c) Diện tích tam giác AOB là:

$$\begin{aligned}
 S_{AOB} &= \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-2| \cdot |4| \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4 (cm^2).
 \end{aligned}$$



Bài 3 (3, 5 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Gọi H là trung điểm của OA . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt (O) tại hai điểm C và D .



a) Ta có $AB \perp CD$ (gt) mà dây CD không đi qua tâm O nên $HC = HD$ (Tính chất đường kính vuông góc với dây cung).

Xét tứ giác ACOD có $\left. \begin{array}{l} HA = HO(gt) \\ HC = HD(cmt) \\ AO \perp CD(gt) \end{array} \right\} \Rightarrow$ tứ giác ACOD là hình thoi.

b) Vì ACOD là hình thoi (cm câu a) nên đường chéo AO cũng là phân giác $\Rightarrow \widehat{DOA} = \widehat{COA}$

Xét $\triangle MOD$ và $\triangle MOC$ có $\left. \begin{array}{l} OD = OC(gt) \\ \widehat{DOM} = \widehat{COM}(cmt) \\ OM chung \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MOD = \triangle MOC(c.g.c)$

$\Rightarrow \widehat{MDO} = \widehat{MCO}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{MDO} = 90^\circ$ (MD là tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{MCO} = 90^\circ$ do đó MC là tiếp tuyến của (O).

Vì MD và MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M nên $MC = MD$ hay tam giác MCD cân tại M.
(1)

Ta có $\triangle AOC$, $\triangle AOD$ đều nên $\widehat{ADO} = \widehat{ACO} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ADH} = \widehat{ODH} = \widehat{ACH} = \widehat{OCH} = 30^\circ$

Lại có $\widehat{MCA} = \frac{1}{2} \widehat{AC}$ (góc giữa tiếp tuyến và dây cung) và $\widehat{ADH} = \frac{1}{2} \widehat{AC}$ (góc nội tiếp chắn cung AC) $\Rightarrow \widehat{MCA} = \widehat{ADH} \Rightarrow \widehat{MCA} = 30^\circ$.

$$\text{Do đó } \widehat{MCH} = \widehat{MCA} + \widehat{ACH} = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra MCD là tam giác đều

$$\text{d) Ta có } \widehat{ECH} = \widehat{ADC} = \widehat{CBN} \quad (1)$$

$$\text{Lại có } \widehat{CHI} = \widehat{HNI} (= 90^\circ - \widehat{IHN})$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{CHI} = 180^\circ - \widehat{HNI} \Rightarrow \widehat{CHE} = \widehat{CNB} \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có $\triangle CHE \sim \triangle BNC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{CH}{NB} = \frac{2CH}{2CB} = \frac{CD}{BH} \text{ kết hợp với } \widehat{ECD} = \widehat{CBH} \text{ (theo 1) suy ra } \triangle CED \sim \triangle BCH \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CHB} = 90^\circ$$

$$\text{Mà } AC = AD \Rightarrow \triangle ADC \text{ cân tại A} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{ADC} \Rightarrow 90^\circ - \widehat{ACD} = 90^\circ - \widehat{ADC}$$

$$\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ADE} \Rightarrow \triangle AED \text{ cân tại A} \Rightarrow AE = AD$$

Suy ra $AE = AC = AD \Rightarrow A$ là trung điểm của CE.

Bài 4 (0, 5 điểm): Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 1$.

$$\text{Tính tổng } S = x \cdot \sqrt{\frac{(1+y^2) \cdot (1+z^2)}{1+x^2}} + y \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+z^2)}{1+y^2}} + z \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+y^2)}{1+z^2}}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ta có

$$\begin{aligned} x \cdot \sqrt{\frac{(1+y^2) \cdot (1+z^2)}{1+x^2}} &= x \cdot \sqrt{\frac{(xy + yz + xz + y^2) \cdot (xy + yz + xz + z^2)}{xy + yz + xz + x^2}} = x \cdot \sqrt{\frac{[x(y+z) + y(y+z)][y(x+z) + z(x+z)]}{y(x+z) + x(x+z)}} \\ &= x \cdot \sqrt{\frac{(x+y)(y+z)(z+x)(z+y)}{(x+z)(y+x)}} = x \cdot \sqrt{(y+z)^2} = x(y+z). \end{aligned}$$

Tương tự ta cũng có:

$$\begin{aligned} y \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+z^2)}{1+y^2}} &= y \sqrt{\frac{(xy+yz+xz+x^2) \cdot (xy+yz+xz+z^2)}{xy+yz+xz+y^2}} = y \sqrt{\frac{[x(z+x)+y(x+z)][y(x+z)+z(x+z)]}{x(y+z)+y(y+z)}} \\ &= y \sqrt{\frac{(x+y)(x+z)(z+x)(z+y)}{(y+z)(y+x)}} = y \sqrt{(x+z)^2} = y(x+z). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z \cdot \sqrt{\frac{(1+x^2) \cdot (1+y^2)}{1+z^2}} &= z \sqrt{\frac{(xy+yz+xz+x^2) \cdot (xy+yz+xz+y^2)}{xy+yz+xz+z^2}} = z \sqrt{\frac{[y(x+z)+x(x+z)][x(y+z)+y(y+z)]}{y(x+z)+z(x+z)}} \\ &= z \sqrt{\frac{(x+z)(x+y)(x+y)(y+z)}{(x+z)(y+z)}} = z \sqrt{(x+y)^2} = z(x+y). \end{aligned}$$

Do đó $S = x(y+z) + y(x+z) + z(x+y) = xy + xz + xy + yz + xz + xy = 2(xy + yz + zx) = 2 \cdot 1 = 2$.

Vậy $S = 2$.

Đề 10 : Huyện Thanh Trì

Bài 1:

$$\begin{aligned} A &= 2.4\sqrt{3} + 4.3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= 27\sqrt{3} \\ B &= \left(\frac{1 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} - \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{6})(1 + \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})} - \sqrt{3} \right) (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

Bài 2:

a) Ta có: $x = 9$ (thỏa mãn $x \geq 0, x \neq 1$)

$$A = \frac{\sqrt{9} - 2}{\sqrt{9} - 1} = \frac{3 - 2}{3 - 1} = \frac{1}{2}$$

b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

$$B = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) + 1 \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1}$$

$$B = \frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{1}{x + 1}$$

$$B = \frac{x + 1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{1}{x + 1}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \text{ (với } x \geq 0, x \neq 1)$$

$$c) P = B : (A - 1)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - 1 \right)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \left(\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \left(\frac{\sqrt{x} - 2 - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} : \frac{-1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{-(\sqrt{x} - 1)}{1}$$

$$P = \frac{-(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} + 1}$$

$$P = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = -1 + \frac{2}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\text{Vì } x \geq 0 \Rightarrow 1 + \sqrt{x} \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{1 + \sqrt{x}} \leq 2$$

$$\Rightarrow -1 + \frac{2}{1 + \sqrt{x}} \leq 1$$

$$\Rightarrow P \leq 1$$

$\Rightarrow$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 0$ (tmđk)

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = 0$



Bài 3:

a) Xét hàm số: $y = 2x + 3$

$$\text{Với } x = -\frac{3}{2} \text{ thì } y = 2 \cdot \frac{-3}{2} + 3 = 0;$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì } y = 2 \cdot 0 + 3 = 3.$$

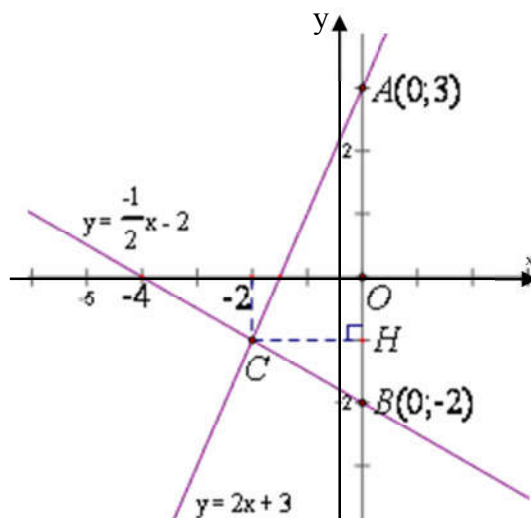
Đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ là một đường thẳng cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$, cắt trục tung tại điểm $A(0; 3)$.

$$\text{Xét hàm số: } y = \frac{-1}{2}x - 2$$

$$\text{Với } x = -4 \text{ thì } y = \frac{-1}{2} \cdot (-4) - 2 = 0;$$

$$\text{Với } x = 0 \text{ thì } y = \frac{-1}{2} \cdot 0 - 2 = -2.$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{-1}{2}x - 2$ là một đường thẳng cắt trục hoành tại điểm $(-4; 0)$, cắt trục tung tại điểm $B(0; -2)$.



b) Gọi $C(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = \frac{-1}{2}x - 2$, ta có:

$$\begin{cases} y_0 = 2x_0 + 3 \\ y_0 = \frac{-1}{2}x_0 - 2 \end{cases} \Rightarrow 2x_0 + 3 = \frac{-1}{2}x_0 - 2 \Leftrightarrow 4x_0 + 6 = -x_0 - 4 \Leftrightarrow 4x_0 + x_0 = -6 - 4$$

$$\Leftrightarrow 5x_0 = -10 \Leftrightarrow x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 2 \cdot (-2) + 3 = -1.$$

Vậy đồ thị hai hàm số $y = 2x + 3$ và $y = \frac{-1}{2}x - 2$ cắt nhau tại giao điểm $C(-2; -1)$.

d) Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh C của tam giác ABC , ta có:

$$CH = |x_0| = 2$$

$$AB = OA + OB = 5$$

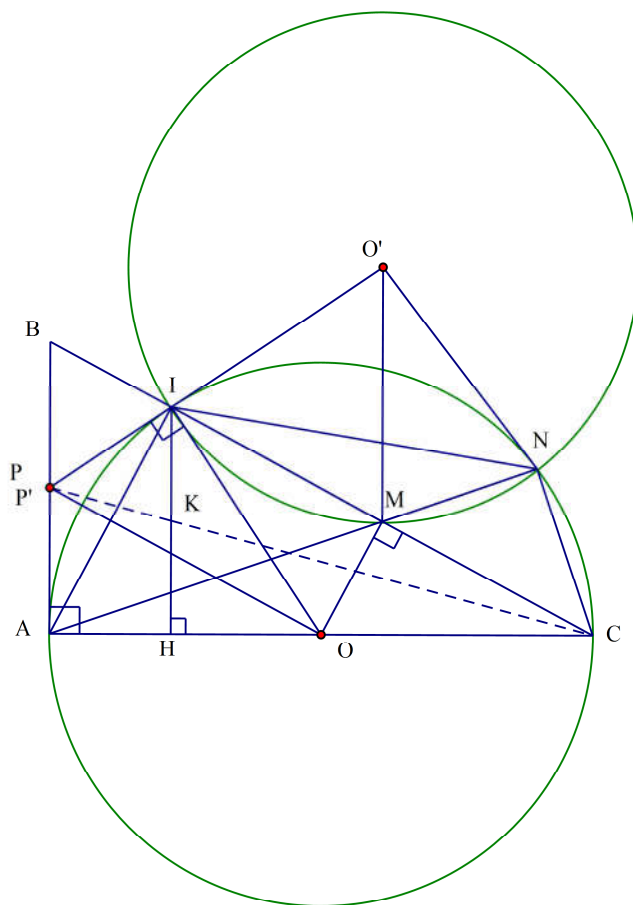
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}CH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ (đvdt)}.$$

Học là ham

Toán THCS

Thi là đổ

Bài 4:



a) Xét $\triangle AIC$ có cạnh AC là đường kính của đường tròn (O) ngoại tiếp $\triangle AIC$.

$\Rightarrow \triangle AIC$ vuông tại $I \Rightarrow AI \perp IC$ hay $AI \perp BC$ là đường cao của $\triangle ABC$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AI có: $AI^2 = BI \cdot CI$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) - đpcm

b) Xét $\triangle ANC$ có cạnh AC là đường kính của đường tròn (O) ngoại tiếp $\triangle ANC$.

$\Rightarrow \triangle ANC$ vuông tại N .

$$\widehat{IMA} = \widehat{NMC} \text{ (Hai góc đối đỉnh)}$$

Xét $\triangle AIM$ và $\triangle CNM$ có:

$$\widehat{AIM} = \widehat{MNC} = 90^\circ$$

$$\widehat{IMA} = \widehat{NMC} \text{ (Hai góc đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle AIM \sim \triangle CNM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{CM} = \frac{IM}{MN} \Rightarrow AM \cdot MN = CM \cdot IM \text{ (1)}$$

Xét đường tròn (O) có $OM \perp IC$ ($OM \perp BC$)

$\Rightarrow M$ là trung điểm của IC (định lý đường kính - dây) $\Rightarrow MC = IM \text{ (2)}$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow AM \cdot MN = CM^2 \text{ (đpcm)}$$

c) Xét đường tròn (O) có PI và AP là hai tiếp tuyến cắt nhau tại P

$\Rightarrow PI = AP$ (định lý) $\Rightarrow P \in$ trung trực của AI (3)

Có $OI = OA$ ($= R$) $\Rightarrow O \in$ trung trực của AI (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow OP$ là trung trực của AI

$\Rightarrow OP \perp AI$ (theo đ/n)

mà $AI \perp BC \Rightarrow OP \parallel BC$ (quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song)

Xét $\triangle ABC$ có O là trung điểm của AC ,

$OP \parallel BC \Rightarrow P$ là trung điểm của AB (định lý về đường trung bình)

Gọi P' là giao điểm của CK và AB .

Có $IH \perp AC, AB \perp AC \Rightarrow IH \parallel AB$ (quan hệ giữa tính vuông góc và tính song song)

$$\text{Xét } \triangle AP'C \text{ có } HK \parallel AP' \Rightarrow \frac{HK}{AP'} = \frac{CK}{CP'} \text{ (theo hệ quả đ/1 Ta-let) (3)}$$

$$\text{Xét } \triangle BP'C \text{ có } IK \parallel BP' \Rightarrow \frac{IK}{BP'} = \frac{CK}{CP'} \text{ (theo hệ quả đ/1 Ta-let) (4)}$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \frac{HK}{AP'} = \frac{IK}{BP'} \text{ mà } KI = KH \text{ (vì } K \text{ là trung điểm của } IH)$$

nên $AP' = BP' \Rightarrow P'$ là trung điểm của $AB \Rightarrow P \equiv P'$.

Vậy ba điểm C, K, P thẳng hàng.

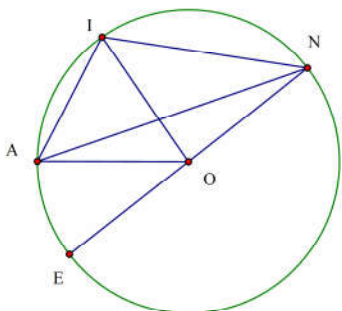
d) Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$

* Chứng minh phần phụ: $\widehat{INA} = \frac{1}{2} \widehat{IOA}$ (như góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn một cung đã học)

Học là ham

Toán THCS

Thi là đổ



Có $\widehat{IOE} = 2\widehat{INO}$ (góc ngoài tại đỉnh tam giác cân INO)

$\widehat{AOE} = 2\widehat{ANO}$ (góc ngoài tại đỉnh tam giác cân ANO)

$$\Rightarrow \widehat{IOE} - \widehat{AOE} = 2\widehat{INO} - 2\widehat{ANO} = 2\widehat{INA}$$

$$\text{Hay } \widehat{IOA} = 2\widehat{INA} \Rightarrow \widehat{INA} = \frac{1}{2}\widehat{IOA}$$

*chứng minh được $\widehat{INA} = \frac{1}{2}\widehat{IOA}$ (5) ,

Tương tự chứng minh được $\widehat{INM} = \frac{1}{2}\widehat{IO'M}$ (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \widehat{IO'M} = \widehat{IOA}$

Xét $\triangle IO'M$ và $\triangle IOA$ có:

$$\widehat{IO'M} = \widehat{IOA}$$

$$\frac{O'I}{OA} = \frac{O'M}{OI} \quad (\text{vì } O'I = O'M; OA = OI)$$

Suy ra $\triangle IO'M \sim \triangle IOA$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{O'IM} = \widehat{OIA}$ (2 góc tương ứng)

$$\text{Mà } \widehat{AIO} + \widehat{OIM} = 90^\circ$$

$$\text{nên } \widehat{OIM} + \widehat{MOI'} = 90^\circ \Rightarrow OI \perp O'I$$

nên OI là tiếp tuyến của (O') – định lý – đpcm.

Bài 5: Tìm giá trị của x, y thỏa mãn phương trình: $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ y-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ y > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{36}{\sqrt{x-2}} + 4\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} + \sqrt{y-1} = 28$$

Áp dụng bất đẳng thức Cossi: $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + 4\sqrt{x-2} \geq 2\sqrt{\frac{36}{\sqrt{x-2}} \cdot 4\sqrt{x-2}} = 2\sqrt{36 \cdot 4} = 24$;

Tương tự: $\frac{4}{\sqrt{y-1}} + \sqrt{y-1} \geq 2\sqrt{\frac{4}{\sqrt{y-1}} \cdot \sqrt{y-1}} = 2\sqrt{4} = 4$;

Do đó $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + 4\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} + \sqrt{y-1} \geq 24 + 4 = 28$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{36}{\sqrt{x-2}} = 4\sqrt{x-2} \\ \frac{4}{\sqrt{y-1}} = \sqrt{y-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x-2) = 36 \\ y-1 = 4 \end{cases}$$

Vậy giá trị x, y thỏa mãn phương trình: $\frac{36}{\sqrt{x-2}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 28 - 4\sqrt{x-2} - \sqrt{y-1}$ là $\begin{cases} x = 11 \\ y = 5 \end{cases}$

Đề 11: Quận Hoàng Mai

Bài I. (2,5 điểm)

1) Thay $x = 3$ (tmđk) vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{3-2\sqrt{3}+9}{\sqrt{3}-3} = \frac{12-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-3} = \frac{(12-2\sqrt{3})(\sqrt{3}+3)}{3-9} = \frac{30+6\sqrt{3}}{-6} = -5-\sqrt{3}.$$

Vậy $A = -5-\sqrt{3}$ khi $x = 3$.

2) Với $x > 0, x \neq 9$ ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{x+9}{x-9} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-3) - x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+6\sqrt{x}+9+x-3\sqrt{x}-x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \quad (\text{đpcm}) \end{aligned}$$

3) Với $x > 0, x \neq 9$ ta có: $\frac{A}{B} = \frac{x-2\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{x-2\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x}} - 2$

Vì $x > 0, x \neq 9$ nên suy ra $\sqrt{x}$ và $\frac{9}{\sqrt{x}}$ dương.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số $\sqrt{x}$ và $\frac{9}{\sqrt{x}}$ ta được:

$$\sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{9}{\sqrt{x}}} = 6$$

Suy ra $\sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x}} - 2 \geq 4$, với $x > 0, x \neq 9$

Hay $\frac{A}{B} \geq 4$, với $x > 0, x \neq 9$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{9}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 9$ (không thỏa mãn điều kiện)

Do đó $\frac{A}{B} > 4$, với $x > 0, x \neq 9$.

Bài II. (2,5 điểm)

1) Vì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1 nên suy ra $(0;1)$ thuộc đường thẳng (d).

Do đó, ta có: $(m+1).0 + m = 1 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện $m \neq -1$).

Vậy với $m = 1$ thì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1.

2) Với $m = 1$ suy ra (d): $y = 2x + 1$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(0;1)$

$$x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B(1;3)$$

Đường thẳng AB là đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ cần vẽ.

3) Gọi điểm $M(x; y)$ là giao điểm của đường thẳng (d), đường thẳng $y = 3x + 2$ và trục hoành.

Vì M thuộc trục hoành nên suy ra $y = 0$.

Vì M thuộc đường thẳng $y = 3x + 2$ và $y = 0$ nên suy ra $3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2}{3}$.

Suy ra $M\left(\frac{-2}{3}; 0\right)$.

Lại có $M\left(\frac{-2}{3}; 0\right) \in (d) \Leftrightarrow (m+1) \cdot \frac{-2}{3} + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}m = \frac{2}{3} \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn điều kiện $m \neq -1$).

Vậy với $m=2$ thì đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y=3x+2$ tại một điểm nằm trên trục hoành.

Bài III. (1 điểm)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + (\sqrt{2} - 1)y = 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x - y = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (\sqrt{2} + 1)x + y = \sqrt{2} + 1 \\ (\sqrt{2} + 1)x - y = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2y = 0 \\ (\sqrt{2} + 1)x - y = \sqrt{2} + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm $(x; y) = (1; 0)$.

Bài IV. (3,5 điểm)

1) Gọi I là trung điểm của SO .

Do SA, SB là hai tiếp tuyến của đường tròn tâm O (A, B là tiếp điểm) nên suy ra $SA \perp OA; SB \perp OB$.

Tam giác SAO vuông tại A có AI là đường trung tuyến nên suy ra $IA = IO = IS$. (1)

Tương tự, tam giác SBO vuông tại B có BI

Là đường trung tuyến nên suy ra $IB = IO = IS$. (2)

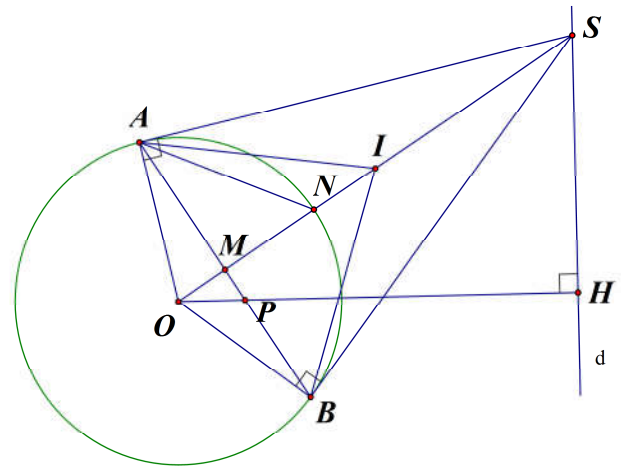
Từ (1) và (2) suy ra $IA = IB = IO = IS$.

Vậy bốn điểm S, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn tâm I đường kính OS.

2) Vì SA, SB là hai tiếp tuyến của đường tròn tâm O (A, B là tiếp điểm) nên suy ra $SA = SB$.

Lại có $OA = OB (= R)$. Suy ra SO là đường trung trực của đoạn thẳng AB . Do đó $SO \perp AB$ tại M .

Xét ΔSAO vuông tại A có $AM \perp SO$ (do $SO \perp AB$) nên theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta suy ra $OM \cdot OS = OA^2$. Mà $OA = R$. Do đó $OM \cdot OS = R^2$.



3) Nội A với N.

Vì SA, SB là hai tiếp tuyến của đường tròn tâm O (A, B là tiếp điểm) nên suy ra SO là phân giác của $\widehat{ASB}$. Suy ra SM là phân giác của góc $\widehat{ASB}$, hay SM là đường phân giác của tam giác SAB .

Xét $\triangle OAN$ có $OA = ON = R$. Suy ra $\triangle OAN$ cân tại O . Do đó $\widehat{OAN} = \widehat{ONA}$.

Ta có $\widehat{SAN} + \widehat{OAN} = 90^\circ$ và $\widehat{OAN} = \widehat{ONA}$. Suy ra $\widehat{SAN} + \widehat{ONA} = 90^\circ$. (3)

Mà $\widehat{MAN} + \widehat{MNA} = \widehat{BAN} + \widehat{ONA} = 90^\circ$ (vì $\triangle AMN$ vuông tại M) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{SAN} = \widehat{BAN}$. Suy ra AN là đường phân giác của tam giác SAB .

Lại có SM là đường phân giác của tam giác SAB (cmt) và SM cắt AN tại N .

Suy ra N là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SAB .

4) Gọi P là giao điểm của AB và OH .

Xét $\triangle OMP$ và $\triangle OHS$ có:

$\widehat{O}$ chung; $\widehat{OMP} = \widehat{OHS} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle OMP \sim \triangle OHS (g.g) \Rightarrow \frac{OM}{OH} = \frac{OP}{OS} \Rightarrow OM \cdot OS = OH \cdot OP.$$

Mà $OM \cdot OS = R^2$ (cmt) $\Rightarrow OH \cdot OP = R^2$. Suy ra điểm P cố định. Suy ra khi S di chuyển trên đường thẳng d thì điểm M di chuyển trên đường tròn đường kính OP .

Bài V. (0,5 điểm)

Trước tiên ta chứng minh bất đẳng thức phụ sau: $\frac{5b^3 - a^3}{ab + 3b^2} \leq -a + 2b, \forall a, b > 0. \quad (*)$

Với mọi $a, b > 0$ ta có:

$$\begin{aligned} \frac{5b^3 - a^3}{ab + 3b^2} &\leq -a + 2b \\ \Leftrightarrow 5b^3 - a^3 &\leq (-a + 2b)(ab + 3b^2) \\ \Leftrightarrow 5b^3 - a^3 &\leq -a^2b - 3ab^2 + 2ab^2 + 6b^3 \\ \Leftrightarrow a^3 + b^3 &\geq a^2b + ab^2 \\ \Leftrightarrow (a+b)(a^2 - ab + b^2) &\geq ab(a+b) \\ \Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 &\geq ab \\ \Leftrightarrow (a-b)^2 &\geq 0 \quad (\text{luôn đúng}) \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b > 0$.

Áp dụng BĐT (*) ta được:

$$\frac{5y^3 - x^3}{xy + 3y^2} \leq -x + 2y \quad (1)$$

$$\frac{5z^3 - y^3}{yz + 3z^2} \leq -y + 2z \quad (2)$$

$$\frac{5x^3 - z^3}{xz + 3x^2} \leq -z + 2x \quad (3)$$

Cộng theo vế (1), (2) và (3) ta được: $P \leq x + y + z = 1$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$.

Đề 12: Quận Long Biên

Chưa có đáp án



Đề 14: Quận Tây Hồ

ĐÁP ÁN

Bài 1

a)	0.5 điểm
$B = \sqrt{x} + 1$	
Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức B ta có	0.25 điểm
$B = \sqrt{16} + 1$	
$B = 4 + 1 = 5$	0.25 điểm
b)	1 điểm
$A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10}{x - 9} + \frac{1}{3 - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$	
$A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} - \frac{1}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$	0.25 điểm
$A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 10 - \sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{1} \right)$	0.25 điểm
$A = \frac{x + 7}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{1}$	0.25 điểm
$A = \frac{x + 7}{\sqrt{x} + 3}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$)	0.25 điểm
c)	0.5 điểm
$A > B \Leftrightarrow \frac{x + 7}{\sqrt{x} + 3} > \sqrt{x} + 1$ (ĐKXD $x \geq 0; x \neq 9$)	
$\Leftrightarrow \frac{x + 7 - x - 4\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3} > 0$	
$\Leftrightarrow \frac{4 - 4\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} > 0$	
$\Leftrightarrow 4 - 4\sqrt{x} > 0$ (vì $\sqrt{x} + 3 > 0$ với mọi $x \geq 0; x \neq 9$)	
$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x < 1$	0.25 điểm
Kết hợp ĐKXD, ta có với $0 \leq x < 1$ thì $A > B$	0.25 điểm

Bài 2

a)	0.75 điểm
Ta có $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} 2k - 1 = -3 \\ k - 2 \neq 5 \end{cases}$	0.25 điểm

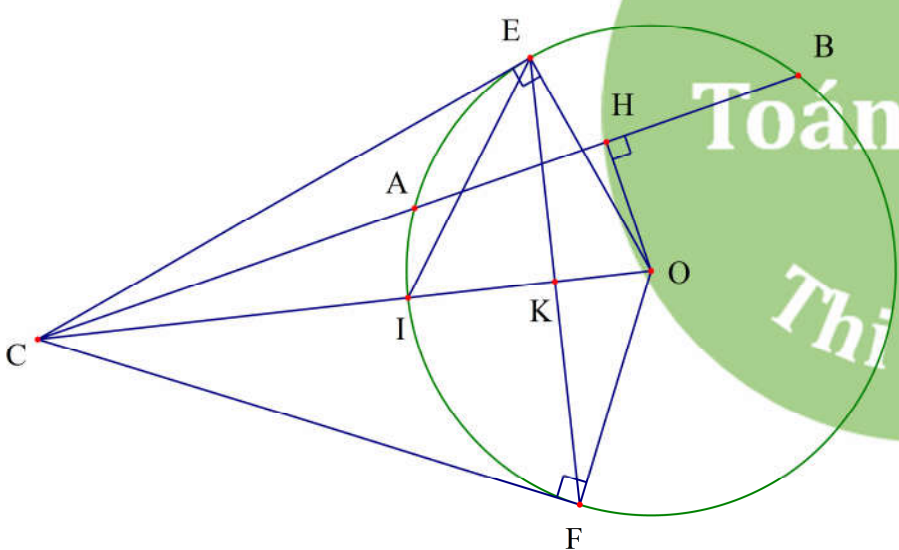
$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k \neq 7 \end{cases}$	0.25 điểm
$\Leftrightarrow k = -1$	0.25 điểm
Vậy $k = -1$ thì $d // d'$	
b)	1.25 điểm
Với $k = -1$, ta có phương trình của đường thẳng (d) là $y = -3x - 3$	0.25 điểm
*) Vẽ đúng đường thẳng d (nêu cách vẽ 0.25 điểm + vẽ đt 0.25 điểm)	0.5 điểm
Lưu ý: Mặt phẳng tọa độ thiếu trên trục, hoặc thiếu mũi tên, hoặc thiếu tên gốc tọa độ: - 0.25 điểm)	
*) Ta có d cắt Ox tại điểm A (-1; 0) D cắt Oy tại điểm B (0 ; -3) (hình vẽ kèm theo) Ta có : $OA = -1 = 1$ $OB = -3 = 3$	0.25 điểm
Hạ $OH \perp d$ tại H	
Xét tam giác OAB vuông tại O, đường cao OH, ta có	
$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$	
$\dots \Leftrightarrow OH = \frac{3\sqrt{10}}{10}$	0.25 điểm
Vậy khoảng cách từ O đến đường thẳng d là :	
$OH = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ (đơn vị độ dài)	

Bài 3 :

a)	1 điểm
$\sqrt{x+3} + \sqrt{16x+48} = 6 + \sqrt{9x+27}$ (ĐKXD: $x \geq -3$)	
$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} + \sqrt{16(x+3)} = 6 + \sqrt{9(x+3)}$	0.25 điểm
$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3} = 6 + 3\sqrt{x+3}$	
$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+3} = 6$	
$\Leftrightarrow \sqrt{x+3} = 3$	0.25 điểm
$\Leftrightarrow x+3 = 9$	
$\Leftrightarrow x = 6$ (thỏa mãn điều kiện	0.25 điểm
Kết luận : Phương trình có tập nghiệm $S = \{6\}$	0.25 điểm
Lưu ý : Thiếu ĐKXD hoặc thiếu kiểm tra hoặc thiếu kết luận - 0.25 điểm	
b) $\sqrt{4x+1} = x-1$ (ĐKXD : $x \geq -\frac{1}{4}$)	1 điểm
Nhận xét : $\sqrt{4x+1} \geq 0 \Rightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$	0.25 điểm
Ta có : $\sqrt{4x+1} = x-1 \Rightarrow 4x+1 = (x-1)^2$	0.25 điểm
$\Leftrightarrow 4x+1 = x^2 - 2x + 1$	
$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x(x-6) = 0$	

$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 6$	0.25 điểm
Kết hợp điều kiện ta có $x = 6$	
Kết luận : Phương trình có tập nghiệm $S = \{6\}$	0.25 điểm

Bài 4 : (3.5 điểm)

Hình vẽ		0.25 điểm
a)	Chứng minh C, E, O, H thuộc một đường tròn	
1.25 điểm	Xét (O) có CE là tiếp tuyến tại E $\Rightarrow \angle CEO = 90^\circ$ $\Rightarrow E$ thuộc đường tròn đường kính CO $\Rightarrow C, E, O$ thuộc đường tròn đường kính CO (1)	0.25 điểm
	Giải thích góc $\angle CHO = 90^\circ$ $\Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính CO $\Rightarrow C, H, O$ thuộc đường tròn đường kính CO (2)	0.25 điểm
	(1), (2) $\Rightarrow C, E, O, H$ thuộc đường tròn đường kính CO	0.25 điểm
b)	Chứng minh $OK \cdot OC = R^2$	
0.75 điểm	Chứng minh CO vuông góc với EF tại K	0.25 điểm
	Xét tam giác CEO vuông tại E, có chiều cao EK $\Rightarrow OK \cdot OC = OE^2$	0.25 điểm
	Mà $OE = R$ (do E thuộc (O;R)) $\Rightarrow OK \cdot OC = R^2$	0.25 điểm
c)	Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CEF.	
0.75 điểm	Chứng minh CI là tia phân giác của $\angle ECF$ (3)	0.25 điểm
	Chứng minh góc $\angle IEO = \angle EIO$	
	Ta có góc $\angle CEI + \angle IEO = 90^\circ$ Góc $\angle IEF + \angle EIO = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle CEI = \angle IEF$	
	$\Rightarrow EI$ là tia phân giác của góc $\angle CEF$ (4)	0.25 điểm
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CEF	0.25 điểm

d)	Tìm vị trí điểm C trên tia đối của tia AB để tam giác CEF đều.	
0.5 điểm	Giả sử tam giác CEF đều $\Rightarrow \dots \Rightarrow \text{góc ECO} = 30^\circ \Rightarrow \dots \Rightarrow OC = 2R$	0.25 điểm
	Đảo lại nếu $OC = 2R$ $\Rightarrow \dots \Rightarrow \text{góc ECO} = 30^\circ$	
	$\Rightarrow \text{góc ECF} = 60^\circ \Rightarrow$ Tam giác CEF đều	
	Vậy C là giao điểm của tia đối của tia AB và đường tròn $(O; 2R)$	0.25 điểm

Bài 5: 0.5 điểm

0.5 điểm	Cho $0 < x < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{x}{1-x} + \frac{4}{x}$	
	$M = \frac{x}{1-x} + \frac{4(1-x)}{x} + 4$	
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm, ta có	
	$\frac{x}{1-x} + \frac{4(1-x)}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{1-x} \cdot \frac{4(1-x)}{x}} = 4$	
	$\Rightarrow M \geq 8$	0.25 điểm
	Dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{1-x} = \frac{4(1-x)}{x} \Rightarrow \dots \Leftrightarrow (x-2)(3x-2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = \frac{2}{3}$ Kết hợp điều kiện, ta có $x = \frac{2}{3}$	
	Vậy GTNN của M bằng 8 khi $x = \frac{2}{3}$	0.25 điểm

Lưu ý: Nếu học sinh giải các bài theo cách khác đúng vẫn cho điểm tương đương

Đề 14: Huyện Đan Phượng

Bài 1: (1,5 điểm). Rút gọn các biểu thức:

a) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{72} : \sqrt{2} = \sqrt{27 \cdot 3} - \sqrt{72 : 2} = \sqrt{81} - \sqrt{36} = 9 - 6 = 3.$

b) $\sqrt{18} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\sqrt{200} = \sqrt{3^2 \cdot 2} - 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}.$

c) $\frac{4}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \frac{4 \cdot (\sqrt{3}+1)}{3-1} - 2 \cdot |\sqrt{3}-1| = 2(\sqrt{3}+1) - 2(\sqrt{3}-1) = 4.$

Bài 2: (2,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}.$$

Cách 2:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \cdot (\sqrt{x}-1) + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2-1} \cdot (\sqrt{x}-1) = 1 + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$$

b) Tìm x để $A = \frac{3}{2}$

$$A = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4\sqrt{x}+2 = 3\sqrt{x}+3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn ĐK)}.$$

Hỏi thêm: Tìm x để $A = \frac{5\sqrt{x}}{6}$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để A là số nguyên.

$$A = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2(\sqrt{x}+1)-1}{\sqrt{x}+1} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}+1}.$$

$$\text{Do đó } A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+1=1 \\ \sqrt{x}+1=-1 \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

Hỏi thêm: Tìm giá trị nhỏ nhất của A ?

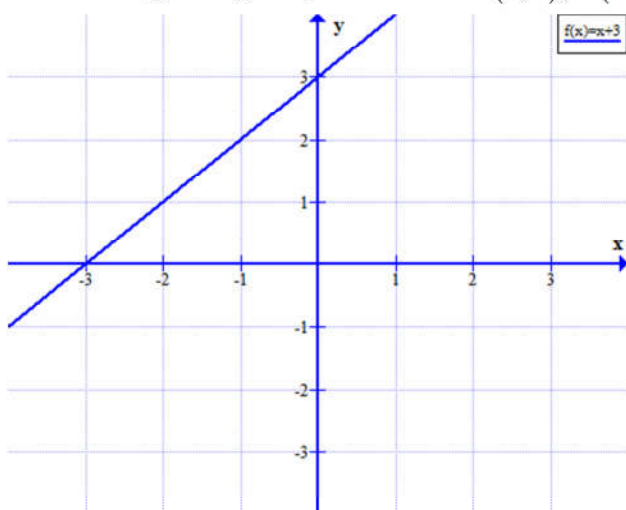
Bài 3: (2,0 điểm). Cho hàm số $y = (m-2)x + m$ với $(m \neq 2)$, có đồ thị là đường thẳng d

a) d đi qua điểm $A(0;5) \Leftrightarrow 5 = (m-2) \cdot 0 + m \Leftrightarrow m = 5$.

b) Vẽ đồ thị của hàm số đã cho với $m = 3$

Với $m = 3$ ta có hàm số $y = x + 3$ (Δ).

Δ là đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;3); B(-3;0)$.



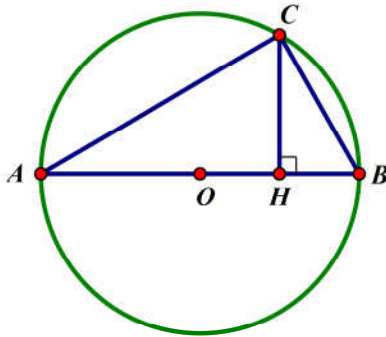
c) Tìm giá trị của m để đường thẳng d song song với đường thẳng $y = 2x + 3$.

d song song với đường thẳng $y = 2x + 3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 2 = 2 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Bài 4: (4,0 điểm).

Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 10\text{cm}$. C là điểm trên đường tròn sao cho $AC = 8\text{cm}$, vẽ $CH \perp AB$ ($H \in AB$).

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông. Tính độ dài CH và số đo góc $\widehat{BAC}$ (làm tròn đến độ):



* Ta có $\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{ACB} = 90^\circ$. Vậy $\triangle ABC$ vuông tại C .

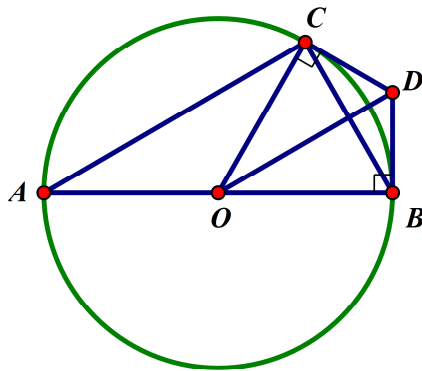
* Khi đó: $CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 6$ (cm).

Suy ra $CH = \frac{AC \cdot CB}{AB} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8$ (cm).

Cách 2: $AH = \frac{AC^2}{AB} = \frac{8^2}{10} = 6,4$. Từ đó áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông AHC ta cũng suy ra kết quả trên.

* $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 37^\circ$.

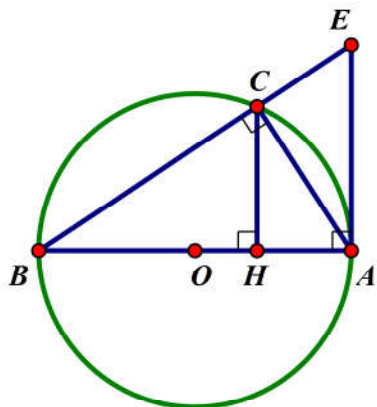
b) Tiếp tuyến của đường tròn tại B và C cắt nhau tại D . Chứng minh $OD \perp BC$;



Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau ta có $DB = DC$.
Mặt khác $OB = OC$.

Suy ra OD là đường trung trực của BC . Vậy $OD \perp BC$.

- c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt BC tại E . Chứng minh $CE.CB = AH.AB$.

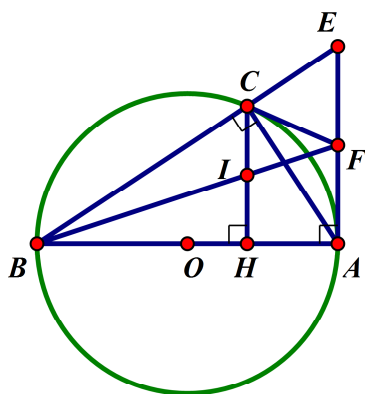


Tam giác ABE vuông tại A , có AC là đường cao nên $CE.CB = AC^2$.

Mặt khác, xét tam giác vuông ABC , ta có $AH.AB = AC^2$.

Vậy $CE.CB = AH.AB$

- d) Gọi I là trung điểm của CH , tia BI cắt AE tại F . Chứng minh FC là tiếp tuyến của đường tròn (O)



Dễ dàng chứng minh được F là trung điểm của AE .

Xét tam giác vuông ACE ta có $CF = \frac{AE}{2} = AF$.

Suy ra $\Delta OCF = \Delta OAF \ (c - c - c)$.

Do đó $\widehat{OCF} = \widehat{OAF} = 90^\circ$.

Vậy CF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 5: (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực không âm và thỏa mãn $a + b + c = 1$;

Chứng minh rằng $\sqrt{7a+9} + \sqrt{7b+9} + \sqrt{7c+9} \geq 10$

* Trước hết ta sẽ chứng minh rằng: Với mọi số thực x thỏa mãn $0 \leq x \leq 1$ ta luôn có:

$$\sqrt{7x+9} \geq x+3 \quad (1).$$

Thật vậy: $\sqrt{7x+9} \geq x+3 \Leftrightarrow 7x+9 \geq (x+3)^2 \Leftrightarrow x(x-1) \leq 0$ (luôn đúng).

Dấu bằng trong (1) xảy ra khi và chỉ khi $x=0$ hoặc $x=1$.

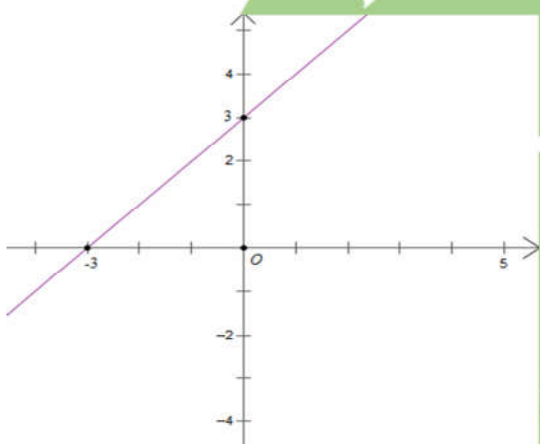
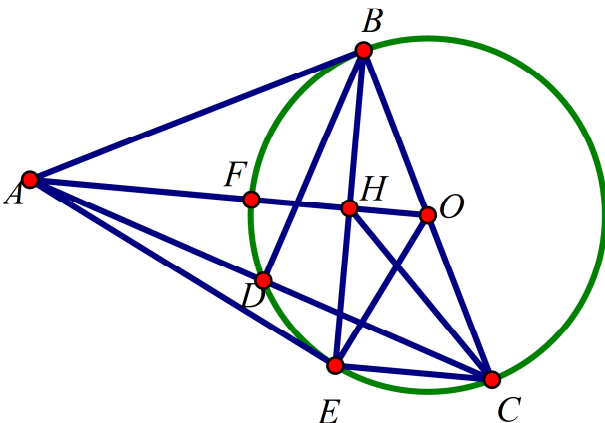
* Trở lại bài toán, do a, b, c là các số thực không âm và thỏa mãn $a+b+c=1$ nên áp dụng kết quả trên ta có:

$$\sqrt{7a+9} + \sqrt{7b+9} + \sqrt{7c+9} \geq (a+3) + (b+3) + (c+3) = (a+b+c) + 9 = 10 \text{ (đpcm).}$$

Đề 15: Huyện Phúc Thọ

Hướng dẫn giải

Bài	Đáp án	Điểm
1	a) $\sqrt{5}(\sqrt{20}-3) + \sqrt{45} = \sqrt{100} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 10$	0,5
	b) $\sqrt{(5-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 5-\sqrt{3} - (2-\sqrt{3}) = 3$	0,75
	c) $\frac{2}{\sqrt{5}+1} - \frac{2}{3-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} - \frac{2(3+\sqrt{5})}{4} = \frac{-8}{4} = -2$	0,75
2	a) ĐKXD: $x \geq 0$ Với $x=16$ thỏa mãn ĐKXD, thay vào A ta được $A = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}+2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	0,25 0,25
	b) $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ (Với $x > 0$) $= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}$ $= \frac{x+1}{\sqrt{x}}$	0,5 0,25
	c) $B = 2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$ (Với $x > 0$) $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (TM ĐKXD)	0,5 0,25
3	a) Hàm số $y = x + 3(d_1)$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$ vì hệ số $a = 1 > 0$	0,25

	Lập bảng giá trị: <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>-3</td></tr> <tr> <td>y</td><td>3</td><td>0</td></tr> </table> - Vẽ đúng đồ thị hàm số: 	x	0	-3	y	3	0	0,25
x	0	-3						
y	3	0						
	b) Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = x + 3$ nên $a = 1; b \neq 3$. Mặt khác đồ thị hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $(2; 0)$ thuộc (d_2). Ta có $0 = 1.2 + b$. Suy ra $b = -2$ (TM) Vậy $a = 1; b = -2$; đường thẳng (d_2): $y = x - 2$.	0,5						
4	Hình vẽ 	0,5						
	a) AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) (GT) $\Rightarrow AB \perp OB$ $\triangle BDC$ nội tiếp đường tròn đường kính $BC \Rightarrow \triangle BDC$ vuông tại D $\Rightarrow BD \perp AC$.	0,5						

ΔABC vuông tại B, BD là đường cao $\Rightarrow AB^2 = AD.AC$	0,25
b) ΔBEC có $OH \parallel EC$ (GT), O là trung điểm của BC. $\Rightarrow H$ là trung điểm của BE $\Rightarrow OA \perp BE$ Do đó OA là đường trung trực của BE $\Rightarrow AB = AE$ Xét ΔAEO và ΔABO có: $AE = AB; OE = OB (= R)$ OA là cạnh chung $\Rightarrow \Delta AEO = \Delta ABO$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{AEO} = \widehat{ABO} = 90^\circ$ Ta có $AE \perp OE$, $E \in (O)$ do đó AE là tiếp tuyến của (O)	0,5
c) ΔABO vuông tại B, BH là đường cao $\Rightarrow OH.OA = OB^2$. Mà $OB = OC (= R)$ nên $OH.OA = OC^2$. Xét ΔOCH và ΔOAC có $\widehat{COH}$ chung; $\frac{OC}{OA} = \frac{OH}{OC}$ (Vì $OH.OA = OC^2$). Do đó $\Delta OCH \sim \Delta OAC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OCH} = \widehat{OAC}$	0,5
d) Ta có $OF = OC (= R)$ $\Rightarrow \Delta OFC$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{OCF} = \widehat{CFO}$ Mà $\widehat{CFO} = \widehat{OAC} + \widehat{ACF}$; $\widehat{OCF} = \widehat{OCH} + \widehat{HCF}$ Do đó $\widehat{ACF} = \widehat{HCF}$ Suy ra CF là tia phân giác của góc ACH. ΔACH có CF là đường phân giác $\Rightarrow \frac{FA}{CA} = \frac{HF}{CH}$ Vậy $FA.CH = HF.CA$	0,25
	0,25

5	$\sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} - 3 = 0 \quad \text{ĐKXD: } \frac{-1}{3} \leq x \leq 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} + \sqrt{2-x} = 3$ $\Leftrightarrow 3x+1+2-x+2\sqrt{(3x+1)(2-x)} = 9$ $\Leftrightarrow 2x+3+2\sqrt{(3x+1)(2-x)} = 9$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{(3x+1)(2-x)} = 6-2x$ $\Leftrightarrow \sqrt{(3x+1)(2-x)} = 3-x \quad (\text{với } \frac{-1}{3} \leq x \leq 2)$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 11x + 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1) \cdot \left(x - \frac{7}{4}\right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (TM)} \\ x = \frac{7}{4} \text{ (TM)} \end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm là $x=1$; $x=7/4$	0,25 0,25
---	--	-------------------------

Đề 16: Huyện Thường Tín

Bài 1: 3.0 điểm

a. 1.5 điểm ĐKXD: $x \geq 0; x \neq 4$ (0.5đ)

$$P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2+5\sqrt{x}}{x-4} \quad (0.25)$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 2 - 5\sqrt{x}}{x-4} \quad (0.25đ)$$

$$P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \quad (0.25đ)$$

b. 0.75 điểm

$$P = \frac{3 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}} + 2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5} \quad (0.75đ)$$

c) 0.75 điểm

$$P < 2 \Rightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+2} < 0 \Rightarrow x < 16 \quad (0.5đ)$$

Kết hợp với ĐKXD: $P < 2 \Leftrightarrow 0 \leq x < 16; x \neq 4 \quad (0.25đ)$

Bài 2: (1.5 điểm) Giải các phương trình sau: Mỗi câu đúng 0.5đ

a) $\sqrt{2x-15} = 3$ (ĐK: $x \geq \frac{15}{2}$)

Bình phương hai vế ta có: $(0.25đ)$

$$2x-15 = 9 \Leftrightarrow 2x = 24 \Leftrightarrow x = 12 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy pt có 1 nghiệm $x = 12 \quad (0.25đ)$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5 \Leftrightarrow |x-1| = 5 \Leftrightarrow x = 6 \text{ hay } x = -4$

KL:

c) $\sqrt{4x-12} + \frac{1}{3}\sqrt{9x-27} = 4 + \sqrt{x-3}$

$$\text{ĐK: } x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3 \quad (0.25đ)$$

$$(*) \Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} + \sqrt{x-3} = 4 + \sqrt{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = 2 \Leftrightarrow x-3 = 4 \Leftrightarrow x = 7 \text{ (TMĐK)} \quad (0.25đ)$$

KL:

Bài 3: (1.5 điểm) Cho hàm số $y = -2x + 3$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là (d_2) .

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ. (0.5đ)

Nhóm Toán THCS:

<https://www.facebook.com/groups/606419473051109/>



Xác định đúng tọa độ 2 điểm thuộc (d_1)

0.25đ

Xác định đúng tọa độ 2 điểm thuộc (d_2)

Vẽ đúng (d_1)

0.25đ

Vẽ đúng (d_2)

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính (0.5đ)

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-2x + 3 = x - 1 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Suy ra: } y = x - 1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$

0.25đ

c) Viết phương trình đường thẳng (d_3) đi qua điểm $A(-2; 1)$ và song song với đường thẳng (d_1) (0.5đ)

Vì $(d_3) \parallel (d_1)$ nên phương trình đường thẳng (d_3) có dạng: $y = -2x + b$

Vì (d_3) đi qua điểm $A(-2; 1)$ nên ta có: $1 = -2 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = -3$

0.25đ

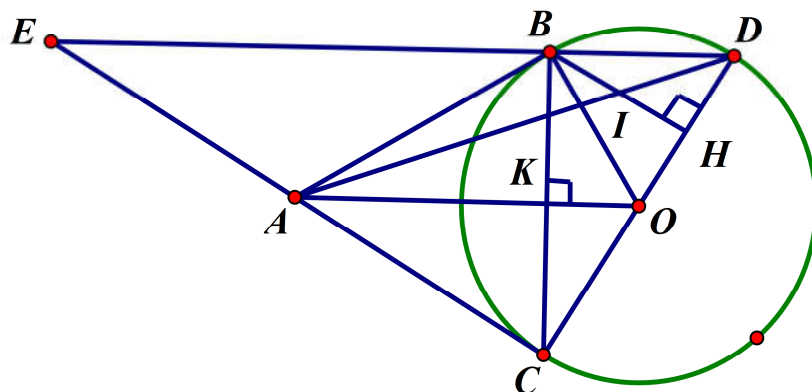
Vậy đường thẳng (d_3) có phương trình là: $y = -2x - 3$

0.25đ

0.25đ+0.25đ

Bài 4: (3,5 điểm)

-Vẽ hình+ GT,KL
(0.25đ)



Nhóm Toán THCS:

<https://www.facebook.com/groups/606419473051109/>

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

Ta có: $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến của đường tròn) 0.25đ

Suy ra:

Tam giác vuông ABO nội tiếp đường tròn đường kính AO

Tam giác vuông ACO nội tiếp đường tròn đường kính AO 0.25đ

Nên A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO có tâm là trung điểm AO. 0.25đ

b) Chứng minh AO vuông góc với BC. Cho biết bán kính R bằng 15 cm, dây BC = 24 cm. Tính AB, OA

Ta có: $AB = AC$ (tính chất của tiếp tuyến đường tròn), $OB = OC$ (bán kính đường tròn)
0.25đ

Suy ra: OA là trung trực của BC 0.25đ

$\Rightarrow OA \perp BC$ tại K 0.25đ

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABO đường cao BK, ta có:

$$\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{BK^2} - \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{15^2} \Rightarrow AB = 20 \text{ (cm)} \quad 0.25đ$$

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông ABO, ta có:

$$OA = \sqrt{AB^2 + OB^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{25^2} = 25 \text{ (cm)} \quad 0.25đ$$

c) Chứng minh BC là tia phân giác của góc ABH

$$\widehat{CBH} = \widehat{ACB} \text{ (cùng phụ } \widehat{BCH} \text{)} \quad (0.25đ)$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} \text{ (} AB = AC \text{ nên } \triangle ABC \text{ cân tại A)} \quad (0.25đ)$$

Suy ra: $\widehat{ABC} = \widehat{CBH} \Rightarrow BC$ là tia phân giác của $\widehat{ABH}$ 0.25đ

d) Gọi I là giao điểm của AD và BH. E là giao điểm của BD và AC. Chứng minh

$$IH = IB.$$

ΔDCE có: $OA \parallel ED$ (cùng vuông góc với BC)

$$OC = OD = R$$

$$\text{Suy ra: } EA = AC \text{ (1)}$$

Ta lại có: $BH \parallel AC$ (cùng vuông góc với DC)

Áp dụng hệ quả của định lý Ta-let, ta có:

$$\frac{BI}{AE} = \frac{ID}{DA} = \frac{IH}{AC} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } BI = IH$$

Bài 5(0.5đ)

$$\sqrt{a^2 + b^2} \geq \frac{a+b}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2(a^2 + b^2)} \geq a+b$$

$$\Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2 \quad (\text{ vì } a; b \text{ không âm }) \quad 0.25đ$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0, \text{ hiển nhiên đúng}$$

$$\text{Dấu “} = \text{” xảy ra khi và chỉ khi } a = b \quad 0.25đ$$

$$\text{Vậy } \sqrt{a^2 + b^2} \geq \frac{a+b}{\sqrt{2}}$$

Đề 17: Quận Đống Đa

Bài 1:

$$\begin{aligned} & \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 5\sqrt{32} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 20\sqrt{2} - |\sqrt{2}-1| \\ &= 16\sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \quad (\text{ vì } \sqrt{2} > 1) \\ &= 16\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 \\ &= 15\sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1} - (\sqrt{5} + \sqrt{7})$$



$$\begin{aligned}
& \frac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1} - (\sqrt{5}+\sqrt{7}) \\
&= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{7}} - (\sqrt{5}+\sqrt{7}) \\
&= \sqrt{5}+1+\sqrt{7}-1-\sqrt{5}-\sqrt{7} \\
&= 0
\end{aligned}$$

Bài 2:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} \quad (x \geq 0; x \neq 1) \\
P &= \frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} \\
&= \frac{(3x+\sqrt{9x}-3)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \\
&= \frac{3x+\sqrt{9x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{3x+3\sqrt{x}-3-(x-1)-(x-4)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{3x+3\sqrt{x}-3-x+1-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}
\end{aligned}$$

b) Để $\sqrt{P}$ có nghĩa thì $x > 1$

$$\text{Khi } x > 1: P-1 = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - 1 = \frac{2}{\sqrt{x}-1} > 0$$

$$\text{Mà: } P > 0 \Rightarrow P(P-1) > 0 \Leftrightarrow P^2 > P$$

Vậy $P > \sqrt{P}$ với $x > 1$

$$c) \frac{1}{P} = \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

Để $\frac{1}{P}$ nguyên thì $\sqrt{x+1} \in U(2)$

Mà $U(2) = \{-1; -2; 1; 2\}$

$\sqrt{x+1}$	-1	-2	1	2
$\sqrt{x}$	-2	-3	0	1
x	loại	Loại	0	1 (loại vì không TMĐK)

Vậy để $\frac{1}{P}$ nguyên thì $x = 0$

Bài 3:

a)

- (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3

$\Rightarrow$ Giao điểm của (d_1) và Oy là $I(0; -3)$

$$\Rightarrow (d_1): -3 = (m-1) \cdot 0 + 2m + 1$$

$$\Leftrightarrow -4 = 2m$$

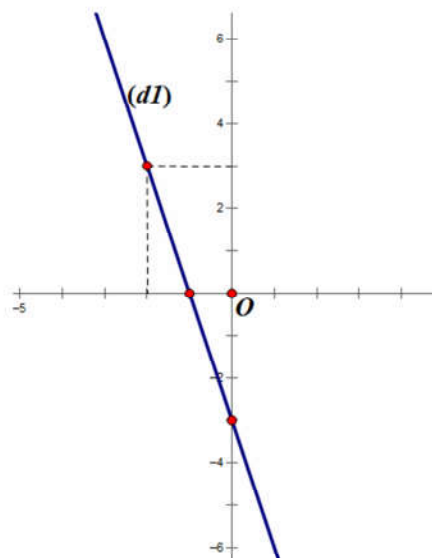
$$\Leftrightarrow m = -2$$

$$\Rightarrow (d_1): y = -3x - 3$$

- Vẽ đồ thị hàm số:

$$(d_1): y = -3x - 3$$

x	-2	-1	0
y	3	0	-3



- Hoành độ giao điểm của (d_1) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-3x - 3 = x + 1$$

$$\Leftrightarrow -4x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow y = x + 1 = -1 + 1 = 0$$

Vậy, giao điểm của (d_1) và (d) là $K(-1; 0)$.

$\Rightarrow$ Giao điểm của (d_1) và (d) nằm trên trục hoành.

b)

- TH1: Nếu $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

$$\Rightarrow (d_1): y = 3$$

$$\Rightarrow d_{(O; d_1)} = 3$$

Vậy, với $m = 1$ thì $d_{(O; d_1)} = 3$ (1)

- TH2: TH1: Nếu $m = \frac{-1}{2}$

$$\Rightarrow (d_1): y = \frac{-3}{2}x$$

$$\Rightarrow d_{(O; d_1)} = 0$$

Vậy, với $m = \frac{-1}{2}$ thì $d_{(O; d_1)} = 0$ (2)

- TH3: Nếu $\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{-1}{2} \end{cases}$

Giả sử điểm cố định mà (d_1) đi qua có tọa độ $M(x_0; y_0)$.

Khi đó, ta có:

$$(m - 1)x_0 + 2m + 1 - y_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow mx_0 - x_0 + 2m + 1 - y_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(x_0 + 2) + (-x_0 - y_0 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 3)$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

Giao điểm của (d_1) và Ox là $A\left(\frac{-2m-1}{m-1}; 0\right)$

Giao điểm của (d_1) và Oy là $B(0; 2m+1)$

Học là ham

Toán THCS

Thi là đổ

$$\Rightarrow OA^2 = \left(\frac{-2m-1}{m-1} \right)^2; OB^2 = (2m+1)^2$$

Gọi H là chân đường cao hạ từ O xuống AB.

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle AOB$ vuông tại O, ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \left(\frac{m-1}{-2m-1} \right)^2 + \frac{1}{(2m+1)^2} = \frac{m^2-2m+2}{(2m+1)^2}$$

$$\Rightarrow OH^2 = \frac{(2m+1)^2}{m^2-2m+2}$$

$$\text{Có } OH \leq OM \Rightarrow OH_{\max} = OM$$

$$\Leftrightarrow OH_{\max} = \sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2m+1)^2}{m^2-2m+2} = 13$$

$$\Leftrightarrow (2m+1)^2 = 13(m^2-2m+2)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 = 13m^2 - 26m + 26$$

$$\Leftrightarrow -9m^2 + 30m - 25 = 0$$

$$\Delta' = 15^2 - (-9) \cdot (-25) = 0$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có nghiệm kép: } m = \frac{-b'}{a} = \frac{-15}{-9} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Vậy, với } m = \frac{5}{3} \text{ thì } d_{(O;d1)} = \sqrt{13} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow OH_{\max} = \sqrt{13} \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}$$

Bài 4: Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và B của (O) cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

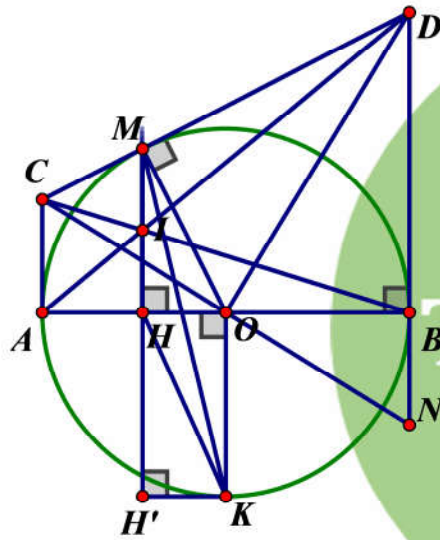
a. Chứng minh $DC = DN$.

b. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

c. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm MH. Chứng minh B, I, C thẳng hàng.

d. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.





a) + Xét (O) có DM và DB là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại D nên suy ra góc CDO bằng góc NDO
+ Xét $\triangle ODN$ và $\triangle ODC$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Góc DON} = \text{góc DOC} = 90^\circ \\ \text{Góc ODN} = \text{góc ODC} \\ \text{OD chung} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle ODN = \triangle ODC (\text{g.c.g}) \rightarrow DC = DN$$

b) + Theo câu a ta có $\triangle ODN = \triangle ODC \rightarrow ON = OC$

+ Xét $\triangle OAC$ và $\triangle OBN$:

$$\left. \begin{array}{l} ON = OC \\ \text{Góc DON} = \text{góc BON} \\ OA = OB = R \end{array} \right\} \rightarrow \triangle OAC = \triangle OBN (\text{c.g.c}) \rightarrow \text{Góc CAO} = \text{góc NBO} = 90^\circ \rightarrow AC \perp OC$$

+ Xét (O):

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp OC \\ OC \text{ là bán kính} \end{array} \right\} \rightarrow AC \text{ là tiếp tuyến của (O)}.$$

c) Gọi E là giao điểm BC và MH

$$\text{Vì } EH \parallel AC \rightarrow \frac{EH}{AC} = \frac{BE}{BC} (\text{Talet}) \rightarrow EH = \frac{AC \cdot BE}{BC} (1)$$

$$\text{Vì } ME \parallel DB \rightarrow \frac{ME}{BD} = \frac{CE}{BC} (\text{Talet}) \rightarrow ME = \frac{BD \cdot CE}{BC} (2)$$

$$\text{Vì } AC \parallel DB \rightarrow \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{BE} (\text{Talet}) \rightarrow AC \cdot BE = BD \cdot CE (3)$$

Từ (1) (2) (3) $\rightarrow EH = ME \rightarrow E$ là trung điểm MH $\rightarrow E \equiv I \rightarrow B, I, C$ thẳng hàng

d) Kẻ $KH' \perp MH$

$$S_{\Delta MHK} = \frac{1}{2} MH \cdot KH' = \frac{1}{2} MH \cdot OH \quad (OH = KH')$$

$$\text{Ta có } MH \cdot OH \leq \frac{OH^2 + MH^2}{2} = \frac{R^2}{2}$$

$$\rightarrow S_{\Delta MHK} \leq \frac{R^2}{4}$$

$$\rightarrow S_{\max} = \frac{R^2}{4} \text{ khi } OH = MH$$

$$\rightarrow \text{Góc } MOH = 45^\circ$$

Bài 5: (0,5 điểm) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z \geq 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$$

HDG:

Dự đoán điểm rơi nghiệm $x = 2, y = 3, z = 4$

$$\begin{aligned} A &= \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} + \frac{3x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z} \\ &= \left(\frac{x}{4} + \frac{2y}{4} + \frac{3z}{4} \right) + \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x} \right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y} \right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z} \right) \\ \Rightarrow A &\geq \frac{20}{4} + \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x} \right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y} \right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z} \right) \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức Cosi, ta có:

$$\frac{3x}{4} + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{\frac{3x}{4} \cdot \frac{3}{x}} = 9$$

$$\frac{y}{2} + \frac{9}{2y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{2} \cdot \frac{9}{2y}} = 9$$

$$\frac{z}{4} + \frac{4}{z} \geq 2\sqrt{\frac{z}{4} \cdot \frac{4}{z}} = 2$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = 20 + 5 = 25 \text{ khi } \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$$

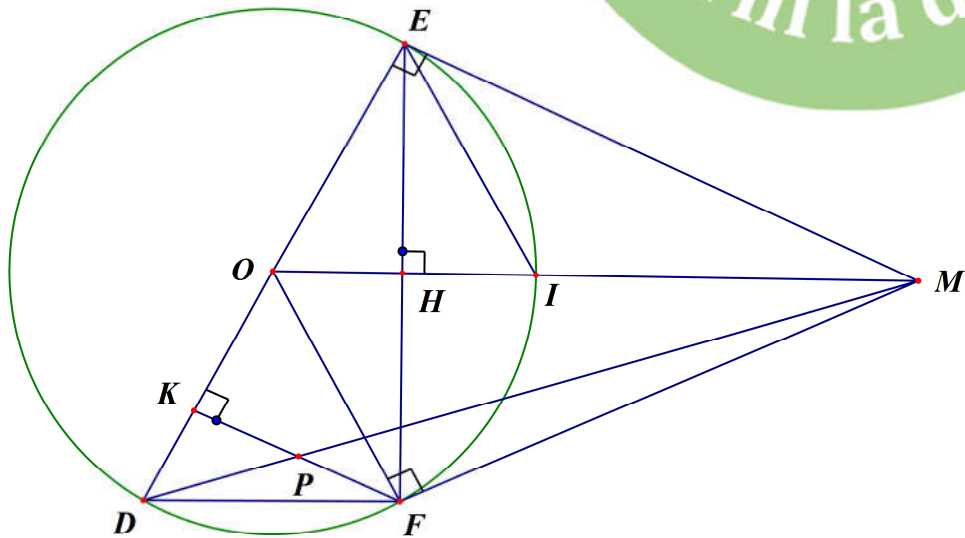


Đề 18: Quận Thanh Xuân

Bài 3. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$. Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến ME, MF đến đường tròn (với E, F là các tiếp điểm).

- 1) Chứng minh các điểm M, N, O, F cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Đoạn OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại I . Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF .
- 3) Kẻ đường kính ED của $(O; R)$. Hạ FK vuông góc với ED . Gọi P là giao điểm của MD và FK . Chứng minh P là trung điểm của FK .

Lời giải



Xét $\triangle DKF$ và $\triangle EHM$ có

$$\widehat{K} = \widehat{H} = 90^\circ$$

$$\widehat{D} = \widehat{E} \text{ (cùng phụ với } \widehat{DEH} \text{)}$$

$$\Rightarrow \triangle DKF \sim \triangle EHM$$

$$\Rightarrow \frac{DK}{DF} = \frac{EH}{EM} \Rightarrow DK \cdot EM = DF \cdot EH \quad (1)$$

$$\text{Lại có } PK \parallel EM \Rightarrow \frac{PK}{EM} = \frac{DK}{DE} \Rightarrow PK \cdot DE = DK \cdot EM \quad (2)$$

Có $\triangle DEF$ vuông tại F

$$\Rightarrow FK \cdot DE = DF \cdot FE \Rightarrow FK \cdot DE = 2DF \cdot HE \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow FK.DE = 2PK.DE \Rightarrow FK = 2PK$$

$\Rightarrow P$ là trung điểm của FK

Bài 4. (0,5 điểm). Giải phương trình $x^2 + x - 17 = \sqrt{(x^2 - 15)(x - 3)} + \sqrt{x^2 - 15} + \sqrt{x - 3}$

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x^2 - 15} \\ b = \sqrt{x - 3} \end{cases} (a, b \geq 0)$$

$\Rightarrow$ phương trình trở thành

$$a^2 + b^2 + 1 = ab + a + b$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 1 - ab - a - b = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 - (a-1)(b-1) = 0$$

$$\Rightarrow \left[(a-1) - \frac{1}{2}(b-1) \right]^2 + \frac{3}{4}(b-1)^2 = 0$$

$$\text{Vì } VT \geq 0 \Rightarrow VT = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2-15}=1 \\ \sqrt{x-3}=1 \end{cases} \Rightarrow x=4$$