UBND HUYỆN KIM MÃ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG HUYỆN
NĂM HỌC 2015-2016

ĐỀ THI MÔN TOÁN LỚP 8

Bài 1. (4 điểm)

a) Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9

b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì : $A=5^{n+2}+26.5^n+8^{2n+1} \vdots 59$

Bài 2. (4 điểm)

Phân tích các đa thức thành nhân tử:

a) $x^3+y^3+z^3-3xyz$

b) $x^4+2011x^2+2010x+2011$

Bài 3. (4 điểm)

a) Cho $a+b=2$ và $a^2+b^2=20.$ Tính giá trị của biểu thức $M=a^3+b^3$

b) Cho $a+b+c=0$ và $a^2+b^2+c^2=14.$ Tính giá trị của biểu thức $N=a^4+b^4+c^4$

Bài 4. (4 điểm)

Cho hình thang cân $ABCD$ có $\widehat{ACD}=60^0, O$ là giao điểm của hai đường chéo. Gọi E,F,G theo thứ tự là trung điểm của $OA, OD, BC.$ Tam giác EFG là tam giác gì ? Vì sao?

Bài 5. (4 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có E,F thứ tự là trung điểm của $AB,CD.$

a) Chứng minh rằng các đường thẳng AC,BD,EF đồng quy

b) Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và $N.$ Chứng minh rằng $EMFN$ là hình bình hành

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Ta phải chứng minh : $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \vdots 9$ với $n \in \mathbb{Z}$

$A = n^3 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + n^3 + 6n^2 + 12n + 8$

$= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9$

$= 3n^3 - 3n + 9n^2 + 18n + 9$

$= 3n(n-1)(n+1) + 9(n^2 + 2n + 1)$

Nhận thấy $n(n-1)(n+1) \vdots 3 \Rightarrow 3n(n-1)(n+1) \vdots 9$ và $9(n^2 + 2n + 1) \vdots 9$

Vậy $A \vdots 9$

$b) 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1} = 25.5^n + 26.5^n + 8.8^{2n}$

$= 5^n(59 - 8) + 8.64^n = 59.5^n + 8(64^n - 5^n)$

$59.5^n \vdots 59$ và $8.(64^n - 5^n) \vdots (64 - 5) = 59$

Vậy $5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1} \vdots 59$

Bài 2.

$a / x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3 - 3xyz$

$= (x+y+z)^3 - 3z(x+y)(x+y+z) - 3xy(x+y+z)$

$= (x+y+z)\left[(x+y+z)^2 - 3z(x+y) - 3xy\right]$

$= (x+y+z)\left[x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yzz + 2xz - 3zx - 3zy - 3xy\right]$

$= (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$

$b / x^4 + 2011x^2 + 2010x + 2011$

$= x^4 + x^3 + x^2 + 2010x^2 + 2010x + 2010 - x^3 + 1$

$= x^2(x^2 + x + 1) + 2010(x^2 + x + 1) - (x-1)(x^2 + x + 1)$

$= (x^2 + x + 1)(x^2 + 2010 - x + 1)$

$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2011)$

Bài 3.

a) Từ $a^2 + b^2 = 20 \Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = 20 \Rightarrow ab = -8$

$M = a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 2^3 - 3.(-8).2 = 56$

b) Từ $a^2 + b^2 + c^2 = 14 \Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^2 = 196$

$\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$

Ta lại có: $a + b + c = 0 \Rightarrow (a+b+c)^2 = 0$

$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 0$

$\Rightarrow ab + bc + ca = -7$

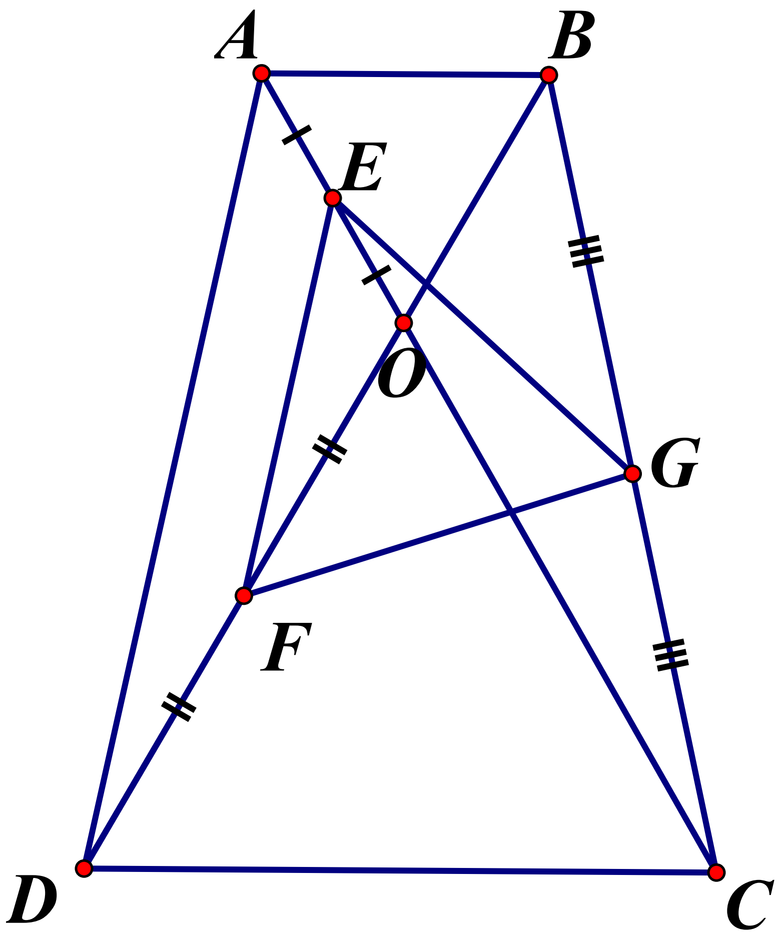
$\Rightarrow (ab + bc + ca)^2 = 49$

$\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a+b+c) = 49$

$\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = 49$

Do đó: $N = a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) = 196 - 2.49 = 98$

Bài 4.



Do $ABCD$ là hình thang cân và $\widehat{ACD} = 60^0$ suy ra ΔOAB và ΔOCD là các tam giác đều

Chứng minh ΔBFC vuông tại F

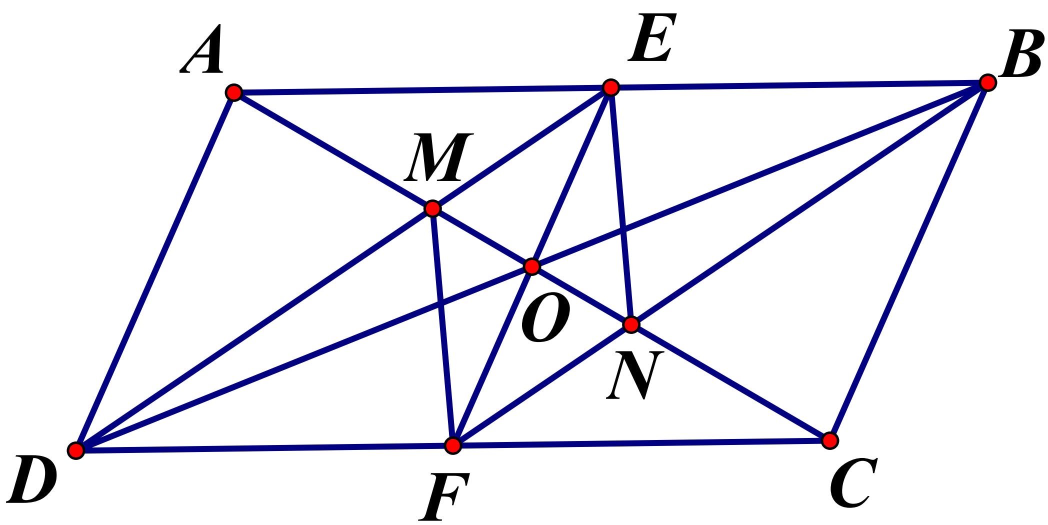
Xét ΔBFC vuông tại F có: $FG = \frac{1}{2}BC$

Chứng minh ΔBEC vuông tại E có $EG = \frac{1}{2}BC$

Xét EF là đường trung bình $\Delta AOD \Rightarrow EF = \frac{1}{2}AD \Rightarrow EF = \frac{1}{2}BC$ (ABCD hthang cân)

Suy ra $EF = EG = FG \Rightarrow \Delta EFG$ đều

Bài 5.



a)

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$, ta có O là trung điểm của BD.

Chứng minh $BEDF$ là hình bình hành

Có O là trung điểm của BD nên O cũng là trung điểm của EF

Vậy EF, BD, AC đồng quy tại O

b) Xét ΔABD có M là trọng tâm, nên $OM = \frac{1}{3}OA$

Xét ΔBCD có N là trọng tâm, nên $ON = \frac{1}{3}OC$

Mà $OA = OC$ nên $OM = ON$

Tứ giác $EMFN$ có $OM = ON, OE = OF$ nên là hình bình hành