

(Bản hướng dẫn này gồm 05 trang)

Câu	Nội Dung	Điểm
Câu 1 (1,5)	Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{\sqrt{x}+1} + \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Rút gọn biểu thức P và tìm các giá trị của x sao cho $P^2 = P$	1,5
	Phân tích được $x-1 = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$	0,25
	Tính $\frac{\sqrt{x}(x-1)}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$	0,25
	Tính $\frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x} = \sqrt{x}-1$	0,25
	Kết quả: $P = x-1$	0,25
	$P^2 = P \Leftrightarrow (x-1)^2 = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$ (Tính được mỗi nghiệm cho 0,25 điểm)	0,5
Câu 2 (1,0)	Cho n là số tự nhiên có dạng $n=1+4k, k \in \mathbb{N}$. Đặt $x=2^{n+1}+2$ và $y=2^n+1$. Chứng minh rằng: $(n.y^2-1)$ chia hết cho 4 và x^n+y^n là một số chính	1,0
	2^n chia hết cho 2	0,25
	$n.y^2-1 = 4ky^2+4^n+2.2^n$ chia hết cho 4	0,25
	$x^n+y^n = (2^{n+1}+2)^n + (2^n+1)^n = 2^n(2^n+1)^n + (2^n+1)^n = (2^n+1)^{n+1}$	0,25
	Vì n là số lẻ suy ra x^n+y^n là một số chính phương.	0,25
Câu 3 (1,0)	Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=x+m$ (m là tham số). Biết (P) và d cắt nhau tại hai điểm A và B , trong đó $A(-1;1)$. Tìm tọa độ điểm B .	1,0
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 = x+m$	0,25
	Thay tọa độ điểm $A(-1;1)$ vào phương trình đường thẳng d và tìm được $m=2$	0,25
	Thay giá trị $m=2$ vào PTHĐGD, giải PT tìm được $x=2$ Suy ra $B(2;4)$	0,25 0,25

	Nội dung	Điểm
Câu 4 (2,0)	Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x + m^2 + 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$ và một nghiệm lớn hơn 2.	1,0
	Thay $x = 1$ vào PT ta được : $m^2 - m = 0$	0,25
	Suy ra $m = 0$ hoặc $m = 1$	0,25
	+ Với $m = 0$: thay vào pt đã cho tìm được một nghiệm $x = 1$ (không thỏa) + Với $m = 1$: thay vào pt đã cho tìm được hai nghiệm $x = 1, x = 5$ (thỏa)	0,25 0,25
	b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x + y - 1) \cdot x = -4 \\ (2x + 3y)(x + y - 1) = 10 \end{cases}$	1,0
	Chia vế theo vế được $\frac{3x + 2y}{x} = \frac{-5}{2} \Rightarrow y = \frac{-3}{2}x$	0,25
	Thay $y = \frac{-3}{2}x$ vào PT đầu tiên, rút gọn và thu được PT $x^2 + 2x - 8 = 0$	0,25
	$x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$	0,25
	Kết luận: $(2; -3); (-4; 6)$ là các nghiệm của hệ, (Hoặc có thể cho mỗi nghiệm tìm được 0,25 đ)	0,25
Câu 5 (3,5)	Cho tam giác nhọn ABC ($AB > BC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi D, E lần lượt là trung điểm AB và AC , H là chân đường cao kẻ từ đỉnh B của $\triangle ABC$ và K là điểm đối xứng của H qua đường thẳng DE . a) Chứng minh bốn điểm A, D, O, E cùng nằm trên một đường tròn. b) Chứng minh AK vuông góc với BK và ba điểm B, O, K thẳng hàng. c) Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B cắt AC tại M . Trên tia BM , lấy điểm P thỏa $BP = CM$; trên tia đối của tia BA lấy điểm N thỏa $BN = BC$. Gọi X, Y lần lượt là trung điểm CN và BM . Tính tỷ số $\frac{XY}{CP}$.	3.5

	<i>a. Chứng minh: bốn điểm A, D, O, E cùng nằm trên một đường tròn.</i>	1,0
5a	Hình vẽ phục vụ câu a, Vì D, E là các trung điểm nên $OD \perp AB, OE \perp AC$ (mỗi ý cho 0,25 đ) Suy ra bốn điểm A, D, O, E cùng nằm trên một đường tròn.	0,25 0,5 0,25
5b	<i>Chứng minh AK vuông góc với BK và ba điểm B, O, K thẳng hàng.</i>	1,5
	Hình vẽ	0,25
	Do tính đối xứng nên $DH=DK=DA=DB$ suy ra tứ giác BHKA nội tiếp đường tròn đường kính AB. Suy ra $BK \perp AK$ (1)	0,5
	Có $\angle DKE = \angle DHE$ (do tính đối xứng) Và $\angle DAE = \angle DHE$ (do tam giác DHA cân tại D) Suy ra $\angle DKE = \angle DAE$ Suy ra K nằm trên đường tròn đường kính OA.	0,25 0,25
	Suy ra $OK \perp AK$ (2) Từ (1) và (2) suy ra B, O, K thẳng hàng.	0,25
	<i>Tiếp tuyến của (O) tại B cắt AC tại M. Trên tia BM lấy điểm P thỏa $BP = CM$; trên tia đối của tia BA lấy điểm N thỏa $BN = BC$. Gọi X, Y lần lượt là trung điểm CN và BM, tính tỷ số $\frac{XY}{CP}$.</i>	1,0
5c	Lấy F là trung điểm MN. Có $FX // \frac{1}{2}CM; FY // \frac{1}{2}BN$ Suy ra $\angle XFY = \angle BAC = \angle CBP$	0,25 0,25

	Vì CM=PB, BN=BC nên $\frac{FX}{BP} = \frac{1}{2}; \frac{FY}{BC} = \frac{1}{2}$	0,25
	Suy ra tam giác XFY đồng dạng với tam giác PBC Vậy $\frac{XY}{CP} = \frac{1}{2}$	0,25
Câu 6 (1,0)	Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2020$. Chứng minh rằng: $\frac{4a}{2020a + b^2} + \frac{4b}{2020b + c^2} + \frac{4c}{2020c + a^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$	1,0
	+ Thay số 2020 bởi $a + b + c$, ta được $\frac{4a}{2020a + b^2} = \frac{4a}{(a + b + c)a + b^2} = \frac{4a}{a^2 + b^2 + ab + ac} \leq \frac{4a}{3ab + ac} = \frac{4}{3b + c}$	0,25
	Tương tự suy ra $\frac{4b}{2020b + c^2} \leq \frac{4}{3c + a}; \frac{4c}{2020c + a^2} \leq \frac{4}{3a + b}$	
	Mặt khác chứng minh được $(3b + c)\left(\frac{3}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 16$	0,25
	$\Rightarrow \frac{1}{3b + c} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{3}{b} + \frac{1}{c}\right) \Rightarrow \frac{4}{3b + c} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{3}{b} + \frac{1}{c}\right)$	0,25
	Tương tự $\frac{4}{3c + a} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{3}{c} + \frac{1}{a}\right) \quad \frac{4}{3a + b} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{3}{a} + \frac{1}{b}\right)$	
	Cộng theo vế thu được kết quả (Không cần đánh giá dấu bằng xảy ra vẫn cho điểm tối đa)	0,25

(Mọi cách giải khác nếu đúng đều được điểm tối đa).