

CHỦ ĐỀ 8. NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Nếu tại $x = a$, đa thức $P(x)$ có giá trị bằng 0 thì ta nói a (hoặc $x = a$) là một nghiệm của đa thức đó.
- Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm,... hoặc không có nghiệm.
- Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt quá số bậc của đa thức đó.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1= Kiểm tra xem $x = a$ có là nghiệm của đa thức $P(x)$ hay không

Phương pháp giải:

Ta tính $P(a)$, nếu $P(a) = 0$ thì a là nghiệm của đa thức $P(x)$.

1A. Cho đa thức: $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$. Số nào sau đây là nghiệm của đa thức $P(x)$: 0; 1; -1; -3.

1B. Mỗi số $x = 1$; $x = -3$ có phải là một nghiệm của đa thức $P(x) = x^2 + 2x - 3$ hay không?

2A. Cho đa thức $P(x) = 2x^2 + x - 3$. Chứng tỏ rằng $x = 1$; $x = -\frac{3}{2}$ là hai nghiệm của đa thức đó.

2B. Cho đa thức $P(x) = x^2 + 5x + 6$. Chứng tỏ rằng $x = -2$; $x = -3$ là hai nghiệm của đa thức đó.

3A. Cho đa thức: $f(x) = (2x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 7x - 2)$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$.

b) Chứng minh rằng -1 và -3 là các nghiệm của $f(x)$.

3B. Cho đa thức: $f(x) = 2(x^2 - 3) - (x^2 + 5x)$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$.

b) Chứng minh rằng -1 và 6 là các nghiệm của $f(x)$

Dạng 2. Tìm nghiệm của đa thức

Phương pháp giải:

Để tìm nghiệm của đa thức $P(x)$, ta tìm các giá trị của x sao cho $P(x) = 0$.

4A. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|----------------|
| a) $x - 10$; | b) $2x + 8$; | c) $3x + 8$; | d) $16 - x^2$ |
| e) $4x^2 - 9$; | f) $2x^2 - 6$; | g) $3x^2 + 6x$; | h) $4x^3 + 9x$ |

4B. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- | | | | |
|-----------------|------------------|-----------------|---------------|
| a) $x + 5$; | b) $9 - 3x$; | c) $-4x + 7$; | d) $x^2 - 25$ |
| e) $9x^2 - 4$; | f) $5x^2 - 10$; | g) $x^2 + 2x$; | h) $x^3 + x$ |

5A. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| a) $(2x - 4)(x + 9)$; | b) $x^2 + 4x + 3$; |
| c) $x^2 + 7x + 12$; | d) $x^2 - x - 6$; |
| e) $2x^2 + 5x + 3$; | f) $3x^2 + 5x - 2$. |

5B. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| a) $(x - 5)(7 + x)$; | b) $x^2 + 3x + 2$; |
| c) $x^2 + 7x + 10$; | d) $x^2 + 3x - 4$; |

1.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

e) $2x^2 - 5x + 3$; f) $3x^2 + 5x - 2$.

6A. Cho hai đa thức:

$f(x) = 3x^3 + 4x^2 - 2x - 1 - 2x^3$ và $g(x) = x^3 + 4x^2 + 3x - 2$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$.

b) Tính $h(x) = f(x) - g(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.

6B. Cho hai đa thức:

$f(x) = 5x^2 - 3x^3 + 6x - 8 + 4x^3 - 2x^2$ và $g(x) = -x^3 - 3x^2$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$.

b) Tính $h(x) = f(x) + g(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.

7A. Cho hai đa thức:

$A(x) = 2x(x - 2) - 5(x + 3) + 7x^3$

$B(x) = -x(x + 5) - (2x - 3) + x(3x^2 - 2x)$.

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Tìm nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) - B(x) - x^2(4x + 5)$

7B. Cho hai đa thức:

$A(x) = 6x^3 - x(x + 2) + 4(x + 3)$;

$B(x) = -x(x + 1) - (4 - 3x) + x^2(x - 2)$.

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Tìm nghiệm của đa thức $C(x) = A(x) + B(x) - x^2(7x - 4)$.

Dạng 3. Chứng minh đa thức không có nghiệm

Phương pháp giải:

Để chứng minh đa thức $P(x)$ không có nghiệm, ta chứng minh $P(x)$ nhận giá trị khác 0 với mọi giá trị của x .

8A. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 5$; b) $3x^2 + 7$; c) $3x^4 + 10$.

8B. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 1$; b) $2x^2 + 1$; c) $x^4 + 2$.

9A. Chứng tỏ đa thức sau không có nghiệm: $x^2 + x + 2$.

9B. Chứng tỏ đa thức sau không có nghiệm: $x^2 + x + 1$.

10A. Chứng tỏ đa thức sau không có nghiệm:

$f(x) = 3(x + 1)^2 + 2(x - 1)^2 + 1$

10B. Chứng tỏ đa thức sau không có nghiệm: $x^2 + (x + 1)^2 + 1$.

Dạng 4. Tìm đa thức một biến có nghiệm cho trước

Phương pháp giải: Để tìm đa thức $P(x)$ biết $x = x_0$ là một nghiệm của $P(x)$ ta cần chú ý rằng $P(x_0) = 0$.

11A. Cho đa thức $P(x) = 2x + a - 1$. Tìm a để $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 0$; b) $x = 1$; c) $x = -2$.

11B. Cho đa thức $P(x) = 4x + a$. Tìm a để $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 0$; b) $x = -2$; c) $x = -\frac{1}{2}$

12A. Cho đa thức $P(x) = 2ax + a - 6$. Tìm a để $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 1$; b) $x = -5$; c) $x = -\frac{1}{2}$

2.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

12B. Cho đa thức $P(x) = ax + a + 5$. Tìm a để $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 1$; b) $x = -5$; c) $x = -1$

13A. Hãy xác định hệ số a và b để đa thức $f(x) = x^2 + 2ax + b$ nhận các số 0 ; 2 làm nghiệm.

13B. Hãy xác định hệ số a và b để đa thức $f(x) = x^2 + ax + b + 1$ nhận các số 0 ; -2 làm nghiệm.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

14. Kiểm tra xem 1 ; 2 ; -2 ; $\frac{1}{2}$ có phải là các nghiệm của đa thức:

$P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ hay không?

15. Cho đa thức $Q(x) = x^5 + 2x^4 + 2x^3 - 2x^2 - x^5 - x^4 + x^2 - 5$

Số 1 có phải là nghiệm của $Q(x)$ hay không?

16. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $x + 7$; b) $\frac{1}{2}x - 4$; c) $-8x + 20$; d) $x^2 - 100$;

e) $4x^2 - 81$; f) $x^2 - 7$; g) $x^2 - 9x$; h) $x^3 + 3x$.

17. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $(x^2 - 9)(x + 1)$; b) $x^2 + 4x - 5$;

c) $x^2 + 9x + 20$; d) $x^2 - x - 20$;

e) $2x^2 + 7x + 6$; f) $3x^2 + x - 4$.

18. Cho hai đa thức $P(x) = x^2 + 2x - 5$ và $Q(x) = x^2 - 9x + 5$.

a) Tính $M(x) = P(x) + Q(x)$ và $N(x) = P(x) - Q(x)$.

b) Tìm nghiệm của các đa thức $M(x)$ và $N(x)$.

19. Cho đa thức $f(x) = x^2 + mx + 2$.

a) Xác định m để đa thức $f(x)$ nhận $x = -2$ làm một nghiệm.

b) Với m tìm được ở câu a), tìm tập hợp nghiệm của đa thức $f(x)$.

20. Cho hai đa thức:

$f(x) = 2x^4 + 3x^2 - x + 1 - x^2 - x^4 - 6x^3$;

$g(x) = 10x^3 + 3 - x^4 - 4x^3 + 4x - 2x^2$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$, $g(x)$ và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $h(x) = f(x) + g(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.

21. Cho các đa thức:

$A(x) = x - 5x^3 - 2x^2 + 9x^3 - (x - 1) - 2x^2$;

$B(x) = -4x^3 - 2(x^2 + 1) + 6x + 2x^2 - 9x + 2x^3$;

$C(x) = 2x - 6x^2 - 4 + x^3$.

a) Thu gọn các đa thức trên và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $A(x) + B(x) - C(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $P(x)$ biết $P(x) = C(x) - x^3 + 4$.

22. Cho các đa thức:

$f(x) = x^3(3x - 1) - x(1 + 3x^4)$;

$g(x) = x^2(x^2 + 2) - x(-x^4 + 2x^2 + 7) + 3$;

$h(x) = x^3(-2 + 2x - x^2) - \frac{1}{2}(5x - 3 - 2x^2)$

a) Thu gọn rồi sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $A(x) = f(x) + g(x) - 2h(x)$.

3.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

c) Tìm nghiệm của đa thức A (x).

23. Cho các đa thức:

$$A(x) = 4x^2 - 2x - 8 + 5x^3 - 7x^2 + 1;$$

$$B(x) = -3x^3 + 4x^2 + 9 + x - 2x - 2x^3.$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $M(x) = A(x) + B(x)$, $N(x) = A(x) - B(x)$.

c) Chứng tỏ $x = 2$ là nghiệm của đa thức $M(x)$ nhưng không phải là nghiệm của đa thức $N(x)$.

d) Tìm các nghiệm của đa thức $M(x)$

HƯỚNG DẪN

1A. Thay $x = 0$ vào đa thức $P(x)$ ta được $P(0) = 0^3 + 2.0^2 - 3.0 = 0$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm của đa thức $P(x)$.

Thay $x = -1$ vào đa thức $P(x)$ ta được

$$P(-1) = (-1)^3 + 2.(-1)^2 - 3.(-1) = 6 \Rightarrow x = -1 \text{ không là nghiệm của đa thức } P(x).$$

Tương tự các số 1;- 3 là nghiệm của đa thức $P(x)$.

1B. Tương tự **1A.**

2A. Tính được $P(1) = P\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ nên $x = 1$; $x = -\frac{3}{2}$ là nghiệm của $P(x)$.

2B. Tương tự **2A.**

3A. a) $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

b) Tính được $f(-1) = f(-3) = 0$ nên -1 và -3 là các nghiệm của $f(x)$.

3B. Tương tự **3A.**

4A. Tìm các giá trị của x để cho mỗi đa thức có giá trị bằng 0 ta được:

$$\text{a) } x = 10; \quad \text{b) } x = -4; \quad \text{c) } x = -\frac{8}{3} \quad \text{d) } x = \pm 4$$

$$\text{e) } x = \pm \frac{3}{2}; \quad \text{f) } x = \pm \sqrt{3}; \quad \text{g) } x = 0, x = -2 \quad \text{h) } x = 0$$

4B. Tương tự **3A.**

5A. Tìm các giá trị của x để cho mỗi đa thức có giá trị bằng 0 ta được:

$$\text{a) } x = 2, x = -9 \quad \text{b) } x = -1, x = -3 \quad \text{c) } x = -3, x = -4$$

$$\text{d) } x = 3, x = -2 \quad \text{e) } x = -1, x = -\frac{3}{2} \quad \text{f) } x = -2, x = \frac{1}{3}$$

5B. Tương tự **5A**

$$\text{a) } x = 5, x = -7 \quad \text{b) } x = -1, x = -2 \quad \text{c) } x = -2, x = -5$$

$$\text{d) } x = 1, x = -4 \quad \text{e) } x = 1, x = \frac{3}{2} \quad \text{f) } x = 2, x = -\frac{1}{3}$$

6A. a) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 1$.

$$\text{b) } h(x) = -5x + 1$$

c) Cho $-5x + 1 = 0$ ta tìm được $x = \frac{1}{5}$ là nghiệm của $h(x)$.

6B. Tương tự **6A.**

$$\text{a) } f(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 8.$$

$$\text{b) } h(x) = 6x - 8.$$

c) Nghiệm của $h(x)$ là $x = \frac{4}{3}$

7A. a) $A(x) = 7x^3 + 2x^2 - 9x - 15$; $B(x) = 3x^3 - 3x^2 - 7x + 3$.

b) $C(x) = -2x - 18$.

Nghiệm của $C(x)$ là $x = -9$.

7B. Tương tự **7A.**

a) $A(x) = 6x^3 - x^2 + 2x + 12$; $B(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 4$.

b) $C(x) = 4x + 8$.

Nghiệm của $C(x)$ là $x = -2$.

8A. a) Do $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 5 > 0$ với mọi x .

Vậy $x^2 + 5$ không có nghiệm.

b) Tương tự câu a.

c) Tương tự câu a. Chú ý rằng $x^4 \geq 0$.

8B. Tương tự **8A.**

9A. Biến đổi $f(x)$, ta có:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + x + 2 = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\ &= x\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{7}{4} \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{7}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} \end{aligned}$$

Với $\forall x$ ta có $f(x) \neq 0$. Vậy $f(x)$ không có nghiệm

9B. Tương tự **9A.**

10A. Chú ý rằng bình phương của một biểu thức luôn nhận giá trị không âm. Do đó $3(x+1)^2 \geq 0, 2(x-1)^2 \geq 0$ với mọi x .

Suy ra $f(x) \geq 1$ với mọi x .

Vậy với $\forall x$ ta có $f(x) \neq 0$, Vậy $f(x)$ không có nghiệm.

10B. Tương tự **10A.**

11A. a) Ta có: $P(0) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 0 + a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

b) $a = -1$.

c) $a = 5$.

11B. Tương tự **11A.**

a) $a = 0$.

b) $a = 8$.

c) $a = 2$.

12A. a) Ta có: $P(1) = 0 \Leftrightarrow 2a + a - 6 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

b) $a = -\frac{6}{11}$

c) Không có a thỏa mãn.

12B. Tương tự **12A.**

a) $a = -\frac{5}{2}$

b) $a = \frac{5}{4}$

c) Không có a thỏa mãn.

13A. Do $f(x)$ nhận $x = 0$ là nghiệm, thay $x = 0$ vào $f(x)$ ta được

$$f(0) = 0^2 + 2 \cdot a \cdot 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0.$$

Thay $x = 2$ vào $f(x)$ ta được $f(2) = 2^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + b = 0$

5.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$\Rightarrow 4a + b = -4$; mà $b = 0 \Rightarrow a = -1$.

13B. Tương tự **13A.**

Ta tìm được $b = -1$ và $a = 2$.

14. Tương tự **1A.**

15. Tương tự **1A**

16. Tương tự **4A**

a) $x = -7$; b) $x = 8$; c) $x = \frac{5}{2}$ d) $x = \pm 10$

e) $x = \pm \frac{9}{2}$; f) $x = \pm \sqrt{7}$ g) $x = 0, x = 9$; h) $x = 0$.

17. Tương tự **5A.**

a) $x = \pm 3, x = -1$; b) $x = 1, x = -5$;

c) $x = -4, x = -5$ d) $x = 5, x = -4$

e) $x = -2, x = -\frac{3}{2}$; f) $x = 1, x = -\frac{4}{3}$

18. a) $M(x) = 2x^2 - 7x$; $N(x) = 11x - 10$

b) $m(x)$ có nghiệm $x = 0, x = \frac{7}{2}$

$N(x)$ có nghiệm $x = \frac{10}{11}$

19. a) Do $f(x)$ nhận $x = -2$ làm một nghiệm nên $f(-2) = 0$. Từ đó tìm được $m = 3$.

b) Với $m = 3$ thì $f(x) = x^2 + 3x + 2$ có tập hợp nghiệm là $\{-1; -2\}$.

20. a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức, ta được:

$f(x) = x^4 - 6x^3 + 2x^2 - x + 1$;

$g(x) = -x^4 + 6x^3 - 2x^2 + 4x + 3$.

b) $h(x) = 3x + 4$.

c) Nghiệm của $h(x)$ là $x = -\frac{4}{3}$

21. a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức, ta được:

$A(x) = 4x^3 - 4x^2 + 1$;

$B(x) = -2x^3 - 3x - 2$;

$C(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 4$.

b) $A(x) + B(x) - C(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 3$.

c) $P(x) = -6x^2 + 2x$ có nghiệm $x = 0, x = \frac{1}{3}$

22. a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức, ta được:

$f(x) = -3x^5 + 3x^4 - x^3 - x$;

$g(x) = x^5 + x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 7x + 3$;

$h(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$

b) $A(x) = x^3 - 3x$.

c) Nghiệm của $A(x)$ là $x = 0, x = 3$.

23. a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức, ta được:

6.Đường tuy gần không đi sẽ không đến-Việc tuy nhỏ không làm sẽ không nên

$A(x) = 5x^3 - 3x^2 - 2x - 7; B(x) = -5x^3 + 4x^2 - x + 9.$

b) $M(x) = x^2 - 3x + 2; N(x) = 10x^3 - 7x^2 - x - 16.$

c) Tính được $M(2) = 0$ nên $x = 2$ là nghiệm của $M(x)$.

Tính được $N(x) = 34 \neq 0$ nên $x = 2$ không là nghiệm của $N(x)$.

d) $M(x)$ có nghiệm $x = 2, x = 1$

.....
.....