

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |     |           |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$ . B.  $x = 1$ . C.  $x = 2$ . D.  $x = 0$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ?

|         |           |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $-$ | $0$ | $+$       |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $2$ | $4$ | $6$       |

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

**Câu 3:** Tính  $\int (3x^3 + 3x^2 + 3x + 4) dx$

- A.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{3x^2}{2} + 4x + C$  B.  $9x^2 + 6x + 3 + C$   
C.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + 4x + C$  D.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{3x^2}{2} + 11x + C$

**Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(1; -2; 1)$  B.  $N(0; -2; 0)$  C.  $M(-1; 0; 0)$  D.  $Q(1; 2; -1)$

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vectơ  $u = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

- A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$  C.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$  D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{-1} = \frac{z-2}{-2}$

**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(3; -9; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{26}$  có phương trình nào sau đây:

- A.  $(x-3)^2 + (y+9)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{26}$  . B.  $(x+3)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 26$  .  
C.  $(x+3)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{26}$  . D.  $(x-3)^2 + (y+9)^2 + (z+1)^2 = 26$  .

**Câu 7:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kỳ,  $0 < P(B)$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện biến cố  $B$  đã xảy ra được gọi là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$ , ký hiệu là  $P(A|B)$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $P(AB) = P(B).P(A|B)$  .  
B.  $P(AB) = P(B) + P(A|B)$  .  
C.  $P(AB) = P(B) - P(A|B)$  .  
D.  $P(AB) = P(A).P(A|B)$  .

**Câu 8:** Minh sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

|                         |        |        |        |         |          |
|-------------------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Số bước (đơn vị: nghìn) | [3; 5) | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) |
| Số ngày                 | 6      | 7      | 6      | 6       | 5        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A.  $13 - 3 = 10$  . B.  $13 - 11 = 2$  . C.  $6 + 7 + 6 + 6 + 5 = 30$  . D.  $7 - 5 = 2$  .

**Câu 9:** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất là 5, tứ phân vị thứ hai là 8, tứ phân vị thứ ba là 10. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A.  $10 - 5 = 5$  . B.  $8 - 5 = 3$  . C.  $10 - 8 = 2$  . D.  $10 + 5 = 15$  .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ;  $x = b$ . Hình phẳng  $(H)$  có diện tích bằng:

- A.  $\int_a^b |f(x)| dx$  . B.  $\int_a^b |f(x)| dx$  . C.  $\int_a^b f(x) dx$  . D.  $V = \rho \int_a^b f(x) dx$  .

**Câu 11:** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn là 3 thì phương sai của mẫu số liệu đó bằng:

- A.  $\sqrt{3}$  . B. 9 . C. 1,5 . D. 6 .

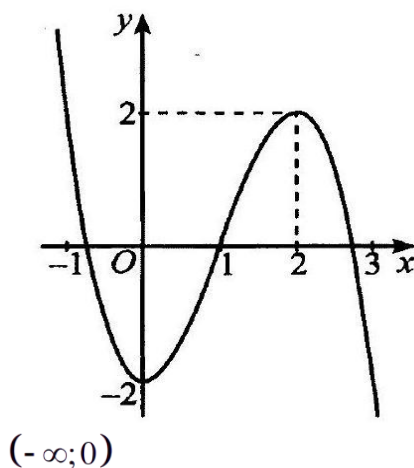
**Câu 12:** Chỉ số hay độ  $pH$  của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = -\log \frac{[H^+]}{[H^+]_0}$  với  $[H^+]_0$  là nồng độ ion hydrogen. Độ  $pH$  của một dung dịch là 6,5 thì  $[H^+]_0$  là bao nhiêu?

- A.  $10^{-6,5}$  . B.  $10^{6,5}$  . C.  $-10^{6,5}$  . D. 65 .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $(D_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-2}$  và  $(D_2): \frac{x-7}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-6}{2}$
- a) Vector có tọa độ  $(2;3;4)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng  $(D_1)$ .
- b) Vector có tọa độ  $(7;5;6)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng  $(D_2)$ .
- c) Cosin của góc giữa hai vector  $\vec{u}_1 = (2;1;-1)$  và  $\vec{u}_2 = (-1;-2;2)$  bằng  $-\frac{8}{9}$ .
- d) Góc giữa hai đường thẳng  $\Delta_1$  và  $\Delta_2$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) bằng  $152^\circ$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị như Hình 3.



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $(-1;1)$ .
- c) Đạo hàm của hàm số nhận giá trị không dương trên khoảng  $[0;3]$ .
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[0;3]$  bằng 1.

$$x \text{ (m/s)}$$

**Câu 3:** Một xe ô tô đang chạy đều với vận tốc  $v = -5t + 20 \text{ (m/s)}$  thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số  $t$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

$$0 \text{ (m/s)}$$

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng .

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s .

$$\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$$

c) .

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m .

**Câu 4:** Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố:  
 $A$  : "Lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I";  $B$  : "Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I".

a)  $P(B|A) = \frac{16}{23}$  .

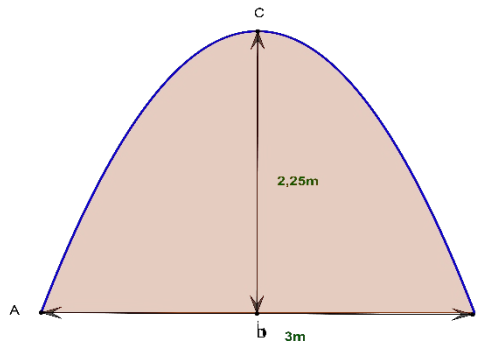
b)  $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{23}$  .

c)  $P(\bar{B}|A) = \frac{8}{23}$  .

d)  $P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{7}{23}$  .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Bác An làm một cái cửa nhà kho có hình dạng là Parabol, chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25m, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3m. Biết giá làm mỗi mét vuông là 1500 nghìn đồng. Vậy số tiền bác An cần trả là bao nhiêu? (đơn vị nghìn đồng)



**Câu 2.** Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường Elip có độ dài

trục lớn bằng  $10\text{ dm}$ , độ dài trục bé bằng  $6\text{ dm}$ . Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu (*làm tròn đến hàng đơn vị*) lít rượu?

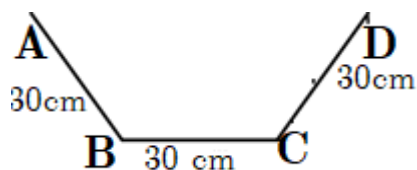


**Câu 3.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(500; 200; 8)$  đến điểm  $N(800; 300; 10)$  trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $(a; b; c)$ . Tính  $a + b + 2c$ ?



**Câu 4.** Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người được chuẩn đoán kiểm tra và kết quả dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là .....%. (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

**Câu 5.** Từ một tấm tôn có kích thước  $90\text{ cm} \times 300\text{ cm}$ , người ta làm một máng thoát nước, mặt cắt ngang của máng là hình thang cân  $ABCD$  có đáy lớn  $AD$ ,  $AB = BC = CD = 30\text{ cm}$ , minh họa hình bên. Thể tích lớn nhất của máng bằng bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



**Câu 6.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 4m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thăng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 8m; 8,8m; 9,6m. Biết đáy bể là phẳng. Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc là *(làm tròn tới hàng phần chục)* bao nhiêu độ?

### ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

#### PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

| Câu  | 1        | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 11       | 12       |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Chọn | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>C</b> | <b>B</b> | <b>D</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>B</b> | <b>A</b> |

#### PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ✧ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

| Câu 1: | Câu 2: | Câu 3: | Câu 4: |
|--------|--------|--------|--------|
| a) S   | a) Đ   | a) Đ   | a) S   |
| b) S   | b) S   | b) S   | b) S   |
| c) Đ   | c) S   | c) Đ   | c) Đ   |
| d) S   | d) S   | d) S   | d) Đ   |

**PHẦN III.** (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

| Câu  | 1    | 2   | 3    | 4    | 5   | 6    |
|------|------|-----|------|------|-----|------|
| Chọn | 6750 | 178 | 1221 | 66,9 | 351 | 21,8 |

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

#### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |     |           |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$  . B.  $x = 1$  . C.  $x = 2$  . D.  $x = 0$  .

**Trả lời:**

Dựa vào bảng biến thiên chọn **B** vì  $f'(x)$  đổi dấu từ  $(+)$  sang  $(-)$  khi qua  $x = 1$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ . Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ?

|         |           |     |     |           |     |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       |     | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $2$ | $4$ | $-1$      | $6$ |

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 0 .

**Trả lời :**

**Chọn D**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hàm số có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = 2$   
Nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng .

**Câu 3:** Tính  $\int (3x^3 + 3x^2 + 3x + 4) dx$

- A.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{3x^2}{2} + 4x + C$  . B.  $9x^2 + 6x + 3 + C$  .  
C.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{5x^2}{2} + 4x + C$  . D.  $\frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{3x^2}{2} + 11x + C$  .

**Trả lời :**

**Chọn A.** Dùng công thức tính nguyên hàm của hàm số.

**Câu 4:** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$  , mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z + 1 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(1; -2; 1)$  . B.  $N(0; -2; 0)$  . C.  $M(-1; 0; 0)$  . D.  $Q(1; 2; -1)$  .

**Trả lời :**

**Chọn C**

Lần lượt thay toạ độ các điểm vào phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$ , ta thấy chỉ có toạ độ điểm M thỏa

**Câu 5:** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$  , vectơ  $u = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$  B.  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$  C.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$  D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{-1} = \frac{z-2}{-2}$

Trả lời :

Chọn B.

Từ các phương trình đường thẳng, suy ra VTCP của các đường thẳng đó, rồi chọn kết quả.

**Câu 6:** Trong không gian với hệ toạ độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S)$  tâm  $I(3; -9; -1)$  và bán kính  $R = \sqrt{26}$  có phương trình nào sau đây:

A.  $(x-3)^2 + (y+9)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{26}$  B.  $(x+3)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = 26$   
C.  $(x+3)^2 + (y-9)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{26}$  D.  $(x-3)^2 + (y+9)^2 + (z+1)^2 = 26$

Trả lời :

Chọn D

Phương trình đường tròn  $I(a; b; c)$  bán kính  $R$  có dạng:  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

**Câu 7:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  bất kỳ,  $0 < P(B)$ . Xác suất của biến cố  $A$  với điều kiện biến cố  $B$  đã xảy ra được gọi là xác suất của  $A$  với điều kiện  $B$ , ký hiệu là  $P(A|B)$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

A.  $P(AB) = P(B).P(A|B)$   
B.  $P(AB) = P(B) + P(A|B)$   
C.  $P(AB) = P(B) - P(A|B)$   
D.  $P(AB) = P(A).P(A|B)$

Lời giải

Theo công thức, chọn câu A

**Câu 8:** Minh sử dụng vòng đeo tay thông minh để ghi lại số bước chân đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

| Số bước (đơn vị: nghìn) | [3; 5) | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) |
|-------------------------|--------|--------|--------|---------|----------|
| Số ngày                 | 6      | 7      | 6      | 6       | 5        |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A.  $13 - 3 = 10$  B.  $13 - 11 = 2$  C.  $6 + 7 + 6 + 6 + 5 = 30$  D.  $7 - 5 = 2$

Lời giải

Theo công thức giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất, chọn câu A

**Câu 9:** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất là 5, tứ phân vị thứ hai là 8, tứ phân vị thứ ba là 10 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A.  $10 - 5 = 5$  . B.  $8 - 5 = 3$  . C.  $10 - 8 = 2$  . D.  $10 + 5 = 15$  .

**Lời giải**

Theo công thức  $Q_3 - Q_1$  , **chọn câu A**

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$  ;  $x = b$  Hình phẳng  $(H)$  có diện tích bằng

- A.  $\int_a^b |f(x)| dx$  . B.  $\int_a^b |f(x)| dx$  . C.  $\int_a^b f(x) dx$  . D.  $V = \rho \int_a^b f(x) dx$  .

**Lời giải**

Theo công thức , **chọn câu B**

**Câu 11:** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn là 3 thì phương sai của mẫu số liệu đó bằng

- A.  $\sqrt{3}$  . B. 9 . C. 1,5 . D. 6 .

**Lời giải**

Theo công thức phương sai bằng bình phương của độ lệch chuẩn, nên  $3^2 = 9$ , **chọn câu B**

**Câu 12:** Chỉ số hay độ  $pH$  của một dung dịch được tính theo công thức  $pH = - \log [H^+]$  với  $[H^+]$  là nồng độ ion hydrogen. Độ  $pH$  của một dung dịch là 6,5 thì  $[H^+]$  là bao nhiêu?

- A.  $10^{-6,5}$  . B.  $10^{6,5}$  . C.  $- 10^{6,5}$  . D. 65 .

**Lời giải**

Theo đề ta có: độ  $pH = - \log [H^+]$  và Độ  $pH = 6,5$  thì  $6,5 = - \log [H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-6,5}$  , **chọn câu A**

## Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

**Câu 1:** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-2} \text{ và } \Delta_2 : \frac{x-7}{-1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-6}{2}$$

$u_1 = (2; 1; -2)$  là một vector chỉ phương của  $\Delta_1$

$u_2 = (-1; -2; 2)$  là một vector chỉ phương của  $\Delta_2$ .

Côsin của góc giữa hai vector  $u_1 = (2; 1; -2), u_2 = (-1; -2; 2)$  là

$$\cos(\vec{u_1}, \vec{u_2}) = \frac{\vec{u_1} \cdot \vec{u_2}}{|\vec{u_1}| \cdot |\vec{u_2}|} = \frac{-8}{3 \cdot 3} = -\frac{8}{9} \Rightarrow \text{suy ra } (\vec{u_1}, \vec{u_2}) \approx 152^\circ$$

$$(\Delta_1, \Delta_2) \approx 180^\circ - 152^\circ \approx 28^\circ$$

Vậy:

Đáp án: a) **S**, b) **S**, c) **Đ**, d) **S**.

**Câu 2:** Theo Hình 3, ta có:

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x_0 = 0$ .
- c) Vì hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$  nên đạo hàm của hàm số nhận giá trị không âm trên khoảng đó và nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$  nên đạo hàm của hàm số nhận giá trị không dương trên khoảng đó.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  bằng 2.
- Đáp án: a) **Đ**, b) **S**, c) **S**, d) **S**.

**Câu 3:**

Để giải bài toán này, chúng ta cần làm rõ từng phần. Ô tô đang chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v = -5t + 20$

(m/s), trong đó t là thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh.

**a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s. (Đúng).**

Để tìm thời gian mà ô tô dừng lại, ta đặt  $v=0$  nghĩa là:  $-5t+20=0$  hay  $t=4$  (s)

Vậy khi  $t=4$ , vận tốc là 0 m/s, điều này cho thấy ô tô đã dừng lại.

**b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.**

Điều này không chính xác. Từ phần (a), chúng ta đã xác định thời gian để ô tô dừng lại là 4 giây, không phải 5 giây.

$$\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$$

c)

Công thức tích phân này là chính xác, vì:

$$\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$$

Với C là hằng số tích phân.

**d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.**

Để tính quãng đường, chúng ta cần tích phân hàm vận tốc để tìm quãng đường đi được. Quãng đường s từ t = 0 đến t=4 giây được tính bằng:

$$s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left( -\frac{5}{2}t^2 + 20t \right) \Big|_0^4 = 40(m)$$

Do đó, quãng đường ô tô đi được là 40 m, không phải 400 m.

Tóm lại:

- (a) Đúng.
- (b) Sai, thời gian là 4 giây.
- (c) Đúng.
- (d) Sai, quãng đường là 40 m.

Đáp án a) **Đ**, b) **S**, c) **Đ**, d) **S**.

$$P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}; P(\bar{A}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

**Câu 4:** Ta có:

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II.

$$P(B|A) = \frac{15}{23}$$

Suy ra

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II.

$$P(B|\bar{A}) = \frac{16}{23}$$

Suy ra

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{15}{23} = \frac{8}{23}$$

Ta có:

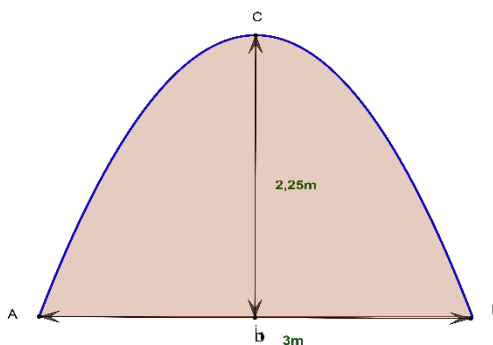
$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - \frac{16}{23} = \frac{7}{23}$$

**Đáp án:** a) S, b) S, c) Đ, d) Đ

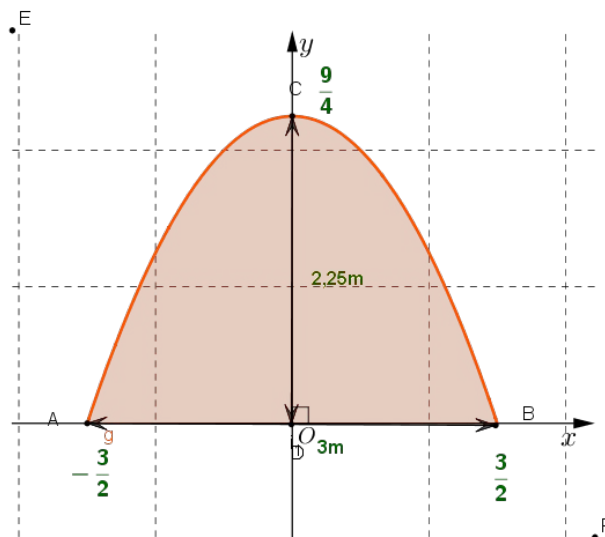
### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

#### HƯỚNG DẪN GIẢI:

**Câu 1.** Bác An làm một cái cửa nhà kho có hình dạng là Parabol, chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là  $2,25\text{m}$ , chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là  $3\text{m}$ . Biết giá làm mỗi mét vuông là 1500 nghìn đồng. Vậy số tiền bác An cần trả là bao nhiêu? (đơn vị nghìn đồng)



#### Lời giải



Gọi phương trình  $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ , do tính chất đối xứng của parabol nên ta chọn hệ trục tọa độ

$Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I\left(0; \frac{9}{4}\right)$ .

$(P)$  đi qua các điểm  $\left(0; \frac{9}{4}\right); \left(-\frac{3}{2}; 0\right); \left(\frac{3}{2}; 0\right)$  nên ta có:

$$\begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$ . Diện tích cửa nhà kho:  $S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left( -x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = \frac{9}{2} (\text{m}^2)$ .

Số tiền bác An phải trả:  $\frac{9}{2} \cdot 1500 = 6750$  ( nghìn đồng).

**Câu 2.** Một thùng chứa rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy bằng  $8 \text{ dm}$ . Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường Elip có độ dài trục lớn bằng  $10 \text{ dm}$ , độ dài trục bé bằng  $6 \text{ dm}$ . Hỏi chiếc thùng gỗ đó đựng được bao nhiêu (**làm tròn đến hàng đơn vị**) lít rượu?

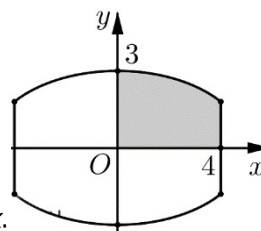


**Lời giải.**

Elip có  $a = 5, b = 3$ . Suy ra  $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

Chọn hệ trục tọa độ đi qua hai trục của thùng rượu như hình.

Vì thùng rượu có tính đối xứng nên thể tích thùng rượu gấp hai lần thể tích khối tròn xoay khi quay phần



Thể tích cần tính:  $V = 2 \cdot \int_0^4 \frac{225 - 9x^2}{25} dx = \frac{1416\pi}{25} \approx 178$  lít

**Câu 3.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm  $M(500; 200; 8)$  đến điểm  $N(800; 300; 10)$  trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $(a; b; c)$ . Tính  $a + b + 2c$ ?



### Lời giải

Gọi  $Q(x; y; z)$  là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$$

$$\overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{NQ}$  cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ  $M \rightarrow N$  gấp 4 lần thời gian bay từ  $N \rightarrow Q$  nên

$$\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ}$$

$$\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Suy ra

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $(875; 325; 10,5)$

$$\Rightarrow a + b + 2c = 1221$$

**Câu 4.** Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người được chuẩn đoán kiểm tra và kết quả dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là .....%.  
(kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

### Lời giải

Gọi  $A$  là biến cố “Người đó mắc bệnh”

$\bar{A}$  là biến cố “Người đó không mắc bệnh”

Ta có  $A$  và  $\bar{A}$  hợp thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi  $B$  là biến cố “Kết quả chuẩn đoán kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính  $P(A|B)$ .

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Và công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$$

Theo đề Câu ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa chuẩn đoán kiểm tra:  $P(A) = 2\% = 0,02$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa chuẩn đoán kiểm tra:  $P(\bar{A}) = 1 - 0,02 = 0,98$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là:  $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:  $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

Thế số vào ta có:

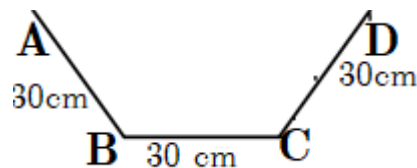
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,02.0,99 + 0,98.0,01 = 0,0296$$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,02.0,99}{0,0296} = \frac{99}{148} \approx 66,9\%$$

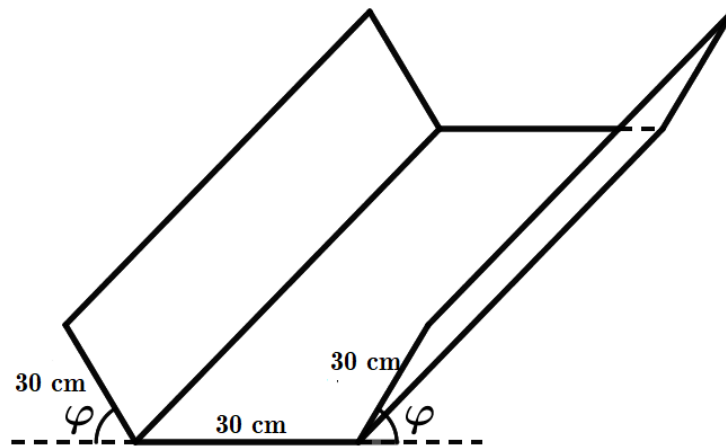
Xác suất để người đó thực sự bị bệnh nếu kết quả chuẩn đoán kiểm tra người đó dương tính là 66,9%.

Trả lời: Nếu một người được chuẩn đoán kiểm tra và kết quả dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 66,9%.

**Câu 5.** Từ một tấm tôn có kích thước  $90cm \times 300cm$ , người ta làm một máng thoát nước, mặt cắt ngang của máng là hình thang cân  $ABCD$  có đáy lớn  $AD$ ,  $AB = BC = CD = 30cm$ , minh họa hình bên. Thể tích lớn nhất của máng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

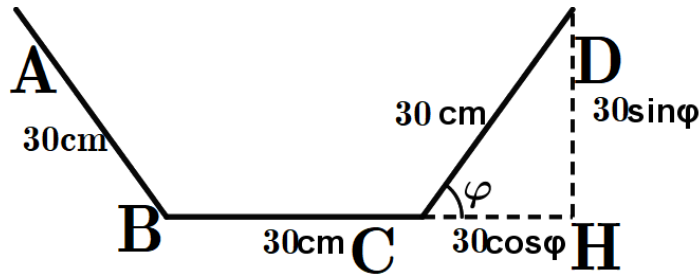


**Lời giải**



+) Gọi chiều dài máng nước là  $x$ , ta có tổng diện tích tôn làm máng nước theo hình vẽ trên là:  
 $30x + 30x + 30x = 90x \text{ (cm}^2\text{)}$ . Do tấm tôn làm có kích thước  $90\text{cm} \cdot 300\text{cm}$  nên ta có:  
 $90x = 27000 \Leftrightarrow x = 300 \text{ (cm)}$

+) Gọi  $\varphi$  là góc giữa thành máng nghiêng tạo với mặt đất ( $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ ) (tham khảo hình vẽ trên).



Theo yêu cầu Câu toán, để có thể tích lớn nhất của máng nước thì diện tích hình thang  $ABCD$  đạt giá trị lớn nhất

+) Ta có:

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot DH}{2} = \frac{(30 + 60 \cos \varphi) + 30}{2} \cdot 30 \sin \varphi = (60 + 60 \cos \varphi) \cdot 15 \sin \varphi$$

$$= 900(1 + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi$$

Xét:  $f(\varphi) = 900(1 + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi$  trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Ta có:

$$f'(\varphi) = 900 \cdot (1 + \cos \varphi)' \cdot \sin \varphi + 900 \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot (\sin \varphi)' = -900 \sin^2 \varphi + 900 \cdot \cos^2 \varphi + 900 \cos \varphi$$

$$= 900 \cos \varphi + 900(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = 900 \cos \varphi + 900 \cdot \cos 2\varphi$$

+)  $f'(\varphi) = 0 \Leftrightarrow 900 \cdot (\cos 2\varphi + \cos \varphi) = 0 \Leftrightarrow 1800 \cdot \cos \frac{3\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{3\varphi}{2} = 0 \\ \cos \frac{\varphi}{2} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \\ \varphi = \pi + 2k\pi \end{cases}$$

Do  $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$ , để hàm số  $f(\varphi) = 900 + 900 \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi$  trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  đạt giá trị lớn nhất thì

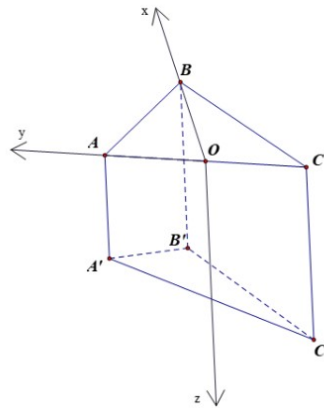
$$\varphi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 900 \left(1 + \cos \frac{\pi}{3}\right) \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 900 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 675\sqrt{3}$$

diện tích hình thang  $ABCD$  đạt giá trị lớn nhất là  $675\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .

Vậy thể tích lớn nhất của máng nước là:  $V = B \cdot h = 675\sqrt{3} \cdot x = 675\sqrt{3} \cdot 300 = 202500\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)} \approx 351$  (lít)

**Câu 6.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 4m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 8m; 8,8m; 9,6m. Biết đáy bể là phẳng. Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc là *(làm tròn tới hàng phần chục)* bao nhiêu độ?

**Lời giải**



Gọi 3 điểm ở trên mặt nước lần lượt là  $A, B, C$  và ba điểm tương ứng ở đáy bể là  $A', B', C'$  sao cho  $AA' = 8\text{m}, BB' = 8,8\text{m}, CC' = 9,6\text{m}$ . Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ,  $O$  là trung điểm của  $AC$

Ta có  $A(0; 2; 0), B(2\sqrt{3}; 0; 0), C(0; -2; 0), A'(0; 2; 8), B'(2\sqrt{3}; 0; 8,8), C'(0; -2; 9,6)$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB'} = (2\sqrt{3}; -2; 0,8), \overrightarrow{AC'} = (0; -4; 1,6)$ .

Có 
$$\left[ \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC'} \right] = \begin{vmatrix} -2 & 0,8 \\ -4 & 1,6 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0,8 & 2\sqrt{3} \\ 1,6 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2\sqrt{3} & -2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0; \frac{-16\sqrt{3}}{5}; -8\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Mặt phẳng đáy bể là mặt phẳng  $(A'B'C')$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n} = \left(0; \frac{-16\sqrt{3}}{5}; -8\sqrt{3}\right)$ .

Mặt phẳng nằm ngang (mặt nước) chính là mặt phẳng  $(Oxy): z=0$  có một vector pháp tuyến là:  $k=(0;0;1)$ .

$$\cos((A'B'C'), (Oxy)) = \frac{|0 \cdot 0 - \frac{16\sqrt{3}}{5} \cdot 0 - 8\sqrt{3} \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + (-\frac{16\sqrt{3}}{5})^2 + (-8\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{5\sqrt{29}}{29}$$

Do đó

Suy ra  $((A'B'C'), (Oxy)) \approx 21,8^\circ$ .