

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 1 trang)

Môn: **TOÁN**
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (4 điểm)

a) Cho x, y, z là 3 số thực thỏa mãn $xyz = 1$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

b) Cho a, b, c, x, y, z thỏa mãn: $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Chứng minh rằng: $x^{2023} + y^{2023} + z^{2023} = 0$

Câu 2: (4 điểm)

a) Giải phương trình: $2\sqrt{2x^2 - x - 1} + 3 = 6\sqrt{x - 1} + \sqrt{2x + 1}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 3x + y \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

Câu 3: (4 điểm)

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh rằng: $10a^2 + 10b^2 + c^2 \geq 4$

b) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + b \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{2ab}$

Câu 4: (2 điểm)

Tìm 3 số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng.

Câu 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Trên cạnh AC lấy điểm M bất kỳ (M khác A và C). Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = CM$.

a) Gọi O là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh $\triangle OEM$ vuông cân.

b) Đường thẳng qua A và song song với ME , cắt tia BM tại N . Chứng minh: $CN \perp AC$

c) Gọi H là giao điểm của OM và AN . Chứng minh rằng tích $AH \cdot AN$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M trên cạnh AC .

Câu 6: (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường trung tuyến BM . Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $BD = 2DC$. Chứng minh: BM vuông góc với AD .

---HÉT---

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 1 trang)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

$$3a^2 \times \frac{c^2}{2} \quad 7 \frac{2ac}{2bc}$$

Câu 1. (4 điểm)

a) Cho x, y, z là 3 số thực thỏa mãn $xyz = 1$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$$

b) Cho a, b, c, x, y, z thỏa mãn: $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Chứng minh rằng: $x^{2023} + y^{2023} + z^{2023} = 0$

Câu 2. (4 điểm)

a) Giải phương trình: $2\sqrt{2x^2-x-1}+3=6\sqrt{x-1}+\sqrt{2x+1}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2+xy+2=3x+y \\ x^2+y^2=2 \end{cases}$$

$$8a^2 + \frac{c^2}{2} \geq 4$$

Câu 3. (4 điểm)

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh rằng: $10a^2 + 10b^2 + c^2 \geq 4$

b) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a + b \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{2ab}$

Câu 4. (2 điểm) Tìm 3 số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng.

Câu 5. (4 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên cạnh AC lấy điểm M bất kỳ (M khác A và C). Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE = CM$.

a) Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh $\triangle OEM$ vuông cân.

b) Đường thẳng qua A và song song với ME, cắt tia BM tại N.

Chứng minh: $CN \perp AC$

c) Gọi H là giao điểm của OM và AN. Chứng minh rằng tích $AH \cdot AN$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M trên cạnh AC.

Câu 6. (2 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường trung tuyến BM. Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $BD = 2DC$. Chứng minh: BM vuông góc với AD.

---HẾT---