**CHUYÊN ĐỀ: ĐA THỨC LỚP 7**

**Dạng 1: XÁC ĐỊNH ĐA THỨC VÀ TÍNH GIÁ TRỊ**

Bài 1: Cho đa thức: , Xác định các hệ số a,b,c biết: 

Bài 2: Cho đa thức:  , Xác dịnh a, b, c biết:  và a là số lớn hơn c ba đơn vị

Bài 3: Cho đa thức bậc hai: , biết rằng P(x) thỏa mãn cả hai điều kiện sau:

, CMR: a+b+c=0 và xác định đa thức P(x)

Bài 4: Cho hàm số  thỏa mãn: ,

Xác định giá trị a, b, c và d

Bài 5: Xác định đa thức:  , biết: 

Bài 6: Cho hàm số:  cho biết f(0)=2010, f(1)=2011, f(-1)=2012, Tính f(-2)

HD:

Theo gt ta có: , 

và =>a=, b khi đó hàm số có dạng  => f(2)=2017

Bài 7: Cho đa thức (a, b, c là các hệ số)

a, Hãy tính  biết a+c=b - 8

b, Tìm a, b, c biết: 

Bài 8: Cho đa thức:  và 

a, Tìm a biết -1 là 1 nghiệm của f(x)

b, Với a tìm được ở câu a, Tìm nghiệm còn lại của f(x) và tính g(2)

Bài 9: Cho hàm số  và biết ,

Tính 

HD:

Ta có: 





, khi đó: 

Bài 10: Xác định a,b,c để hai đa thức sau là hai đa thức sau đồng nhất:

 và 

Bài 11: Xác định các hệ số a, b của đa thức :  trong mỗi trường hợp sau :

a, f(0) = 4 và f(x) nhận x = 1 là nghiệm của nó

b, Các nghiệm của đa thức g(x) = (x+1)(x-2) cũng là nghiệm của f(x)

Bài 12: Cho  và , trong đó a,b,c là các hằng số

Xác định a,b,c để f(x)=g(x)

Bài 13: Cho hai đa thức:  và , Tìm m để



Bài 14: Cho hai đa thức: ,

Tìm m biết rằng : p(2) = q(-2)

Bài 15: Cho hai biểu thức :, . Tìm số a sao cho 

Câu 16: Cho hàm số  có đồ thì đi qua điểm 

a, Tìm a

b, Với a vừa tìm được, tính giá trị của x thỏa mãn: 

HD:

a, Đồ thị hàm số y=ax+4 đi qua điểm  nên ta có: 

=>. Vậy a=-2 thì đồ thị hàm số đi qua điểm A

b, Với a=-2 ta có hàm số  và 

Để 

Bài 17: Cho  và , Trong đó a, b, c là các hằng số, Xác định a, b, c để 

HD :

Ta có : 

Và 

Do  nên ta có : 

Bài 18: Tìm đa thức bậc hai sao cho : . Áp dụng tính tổng : 

HD :

Vì đa thức là bậc hai nên có dạng 

Ta có : 

Và 

Vậy đa thức cần tìm là :  , c là hằng số

Áp dụng : Với 

Với 

*…*

Với 

=>

Bài 19: Cho đa thức  xác định với mọi x thuộc R, Biết rằng với mọi x ta đều có:

Tính f(2)

HD:

Ta có:  (1) và  =>  (2)

Trừ từng vế của (2) cho (1) ta có:  do đó: 

Bài 20: Cho , Tính 

Bài 21: Cho đa thức:

, Tính giá trị của  khi 

Bài 22: Tính giá trị của đa thức sau biết x+y=0

a, 

b, 

Bài 23: Cho , Tính giá trị của biểu thức : 

Bài 24: Tính giá trị của biểu thức: , tại x=-1, y=-1, z=-1

HD :

Ta có 

Thay y=-1, z=-1 vào ta được: 



Thay xyz=-1 vào ta được : 

Bài 25: Cho đa thức:.Tính giá trị của A khi x=4, Tìm x để A=2015

Bài 26: Cho đa thức: 

a, Tìm bậc của A

b, Tính A nếu 15x-2y=1004z

HD:

Thu gọn 

Bài 27: Tính giá trị của biểu thức:  khi 

Bài 28: Tính giá trị của biểu thức:  tại x=2008

Bài 29: Tính giá trị của biểu thức: , biết 

Bài 30: Cho đa thức: ,

a, CMR: x=-1 là nghiệm của A(x) b, Tính giá trị của A(x) tại 

HD:

a, A(-1)= -1+1-1+1-....-1+1=0 nên -1 là 1 nghiệm của A, hoặc 

b, Với 

Bài 31: Tính giá trị của đa thức:  , Tại 

HD:

Ta có: 

Thay  vào ta được: 

Thay 

Bài 32: Cho biểu thức:  (a,b )

Lương nói: Giá trị của biểu thức M tại x=23 là 2009

Minh nói: Giá trị của biểu thức M tại x=18 là: 1458

CMR trong hai bạn trên có ít nhất 1 bạn nói sai !

HD:

Giả sử cả hai bạn cùng đúng, ta có:

23a+b=2009 và 18a+b=1458 do đó:

( Vô lý) vậy có ít nhất 1 bạn nói sai

Bài 33: Tính giá trị của biểu thức : , tại x thỏa mãn :

Bài 34: Cho đa thức: 

a, Cho biết: 5a+b+2c=0, CMR: 

b, Cho A(x) =0 với mọi x, CMR: a=b=c

c, Nếu 13a-b+2c=0 thì 

Bài 35: Cho đa thức: 

a, Cho biết 5a+b+2c=0, CMR: 

b, Cho , Chứng minh rằng a=b=c=0

Bài 36: Cho đa thức: 

a, CMR nếu:  thì 

b, CMR: Nếu  thì 

Bài 37: Cho , CMR nếu:  thì 

HD:

Ta có :  vậy 

Bài 38: Cho đa thức : , CMR nếu 5x-b+2c=0 thì P(1).P(-2)0

HD :

Ta có :  nên P(1)= -P(-2)

Bài 39: Cho đa thức  có giá trị nguyên, CMR:

a, a+b+c, 2a, 2b đều là các số nguyên

b,  là số nguyên với mọi giá trị nguyên của n

Bài 40: Cho đa thức , trong đó a, b, c là các số nguyên, biết rằng giá trị của  với mọi giá trị nguyên của x, CMR a,b,c đều  cho 3

Bài 41: Cho , CMR: nếu x-y=z thì P+Q=0

Bài 42: Cho đa thức bậc nhất : f(x)=a.x+b, Hãy tìm điều kiện của hằng số b để thỏa mãn hệ thức : 

Bài 43: Cho đa thức  biết rằng f(0),f(1),f(2) có giá trị nguyên, CMR:

a, a+b+c, c, 2a, 2b đều là các số nguyên

b, f(n) là số nguyên với mọi giá trị của n

Bài 44: Cho , Trong đó a, b, c là các số nguyên, biết rằng giá trị của f(x) chia hết cho 3 với mọi giá trị của x, CMR a, b, c đều chia hết cho 3

Bài 45: Cho đa thức:  , Biết Q(x) chia hết cho 3 với mọi số nguyên x, CMR: các hệ số a,b,c,d đều chia hết cho 3

Bài 46: Cho hàm số : . Biết f(1) chia hết cho 3, f(0) chia hết cho 3,

và f(-1) cũng chia hết cho 3, CMR a,b,c đều chia hết cho 3

HD:

Ta có f(0)=c, f(1)= a+b+c, f(-1)=a-b+c, Vì f(0) 3 nên c3, Vì f(-1) 3 nên a+b+c3=>a+b3 (1)

và f(-1)3 nên a-b+c3 => a-b3 (2), Từ (1) và (2) nên (a+b)+(a-b)3 =>2a3=>a3=>b3

Bài 47: Cho , CMR : f(a+b)=f(a)+f(b)

Bài 48: Cho đa thức :  với mọi giá trị của x, CMR : a=b=c=0

HD:

Vì đa thức  với mọi x, Ta cho x nhận các giá trị x=0, x=1 và x=-1

Ta có : c=0, a+b+c=0 và a-b+c=0=> a=b=c=0

Bài 49: Cho đa thức: , CMR nếu f(x) nhân 1 và -1 là nghiệm thì a và c là hai số trái dấu

HD:

Ta có 1 là nghiệm của f(x) nên f(1)=0 hay a+b+c=0, và -1 là nghiệm nên a-b+c=0

Cộng theo vế ta được: 2a+2c=0=> a =-c, vậy a và c là hai số đối nhau

Bài 50: Cho  nhận giá trị nguyên với mọi giá trị nguyên của x, CMR : 2a, a+b và c là các số nguyên

HD:

Ta có :  và 



Bài 51: Cho đa thức  với P(0) và P(1) là 1 số lẻ, CMR : P(x) không thể có nghiệm là 1 số nguyên

HD :

P(0)=d lẻ và P(1)=a+b+c+d lẻ, do đó - P(1) là 1 số lẻ

Giả sử P(x) có 1 nghiệm nguyên là m ta có P(m)=0 => lẻ

=> lẻ => m chẵn=> P(m) lẻ, Điều này mâu thuẫn

Bài 52: Cho  có tính chất f(1),f(4),f(9) là các số hữu tỉ, CMR khi đó a,b,c là các số hữu tỉ

HD:

 , và 

Từ (1) và (2) =>  do đó 

Từ (2) và (3) => 

Nên 

Khi  thì  và 

Bài 53: Cho đa thức bậc hai thỏa mãn : , CMR :  với mọi x

HD :

Giải sử : ,

ta có : Vậy 

Do vậy 

Bài 54: Cho hàm số , CMR : nếu a,b là hai số thỏa mãn : a+b=1 thì 

HD :

Ta có : 

=

Bài 55: Cho đa thức bậc 4 đối với biến x và P(1)=P(-1), P(2)=P(-2), CMR : P(x)=P(-x) với mọi x

HD :

P(x) là đa thức bậc 4 nên có dạng : 

Ta có : P(1)=P(-1) và P(2)=P(-2) => d+b= - d - b <=> 2d+8b=-2d-8b=> b=d=0

Vậy  và =P(x)

Bài 56: Cho đơn thức : , Tìm t thỏa mãn :

a, Đơn thức dương với mọi x,y khác 0 b, Âm với mọi x,y khác 0

HD :

a,  mà  và 

Bài 57: Cho , x và y khác 0. Với giá trị nào của m thì :

a, A dương với mọi x,y b, A âm với mọi x,y khác 0

Bài 58: Cho đã thức:  và ,CMR P và Q không thể cùng có giá trị âm

HD :

Xét tổng luôn dương

Bài 59: Cho hai đa thức :  và , CMR: A và B không thể có cùng giá trị âm

Bài 60: Cho đa thức:  và , CMR: Trong ba số P(1), P(2),P(-1) có ít nhất một số không âm, ít nhất một số không dương

Bài 61: Cho đa thức: , CMR: P(x) luôn dương với mọi giá trị của x thuộc P

Bài 62: Cho hai đa thức: , CMR không tồn tại giá trị nào của x và y để hai đa thức cùng có giá trị âm

Bài 63: Cho các đa thức : ,  và 

CMR A ,B ,C không thể cùng âm

Bài 64: Cho các đã thức:  và , CMR: M, N không thể cùng có giá trị dương

Bài 65: Cho hai đa thức:  CMR không tồn tại giá trị nào của x và y để hai đa thức này có cùng giá trị âm

Bài 66: Cho hai đã thức : , , CMR trong hai đã thức trên có 1 đa thức có giá trị dương

HD:

Xét tổng bằng dương

Bài 67: Cho hai đa thức :  và , CMR: không tồn tại giá trị nào của x để đa thức P(x) và Q(x) cùng có giá trị không dương

HD:

Xét tổng bằng dương

Bài 68: Cho 3 đơn thức: , CMR ba đơn thức này không thể có cùng giá trị dương

Bài 69: Cho hai đa thức:  và  chứng minh rằng không tồn tại giá trị nào của x và y để hai đa thức cùng có giá trị âm

Bài 70: Cho đa thức  và , CMR A và B không thể cùng có giá trị âm

Bài 71: Cho , CMR: P và Q không thể có cùng giá trị dương

Bài 72: Cho đa thức :  Cho biết 9a-b=-3c, CMR : Trong ba số P(-1) ; P(-2) ; P(2) có ít nhất 1 số âm, ít nhất 1 số không dương

HD :

Ta có : P(-1)+P(-2)+P(2)=9a-b+3c=0 do đó trong ít nhất ba số trên có 1 số không âm, ít nhất 1 số không dương

Bài 73: Tính tổng các hệ số của đa thức sau khi bỏ dấu ngoặc : 

HD:

Sau khi bỏ ngoặc ta được :  với 

Thay x=1, thì giấ trị của  bằng tổng các hệ số  của P(x)

Ta có 

Bài 74: Tính tổng các hệ số của đa thức F(x) sau khi thu gọn: 

Bài 75: Tìm tổng các hệ số của đa thức nhận được sau khi bỏ dấu ngoặc trong biểu thức:



**Dạng 2. NGHIỆM CỦA ĐA THỨC**

Bài 1: Chứng minh rằng đa thức sau không có nghiệm với mọi x: 

Bài 2: Chứng minh rằng đa thức:  không có nghiệm.

Bài 3: CMR đa thức  không có nghiệm

Bài 4: CMR: đa thức f(x) có ít nhất hai nghiệm nếu:  với mọi x

Bài 5: CMR: đa thức f(x) có ít nhất hai nghiệm nếu:  với mọi x

Bài 6: CMR đa thức P(x) có ít nhất hai nghiệm, biết : 

HD :

Vì với mọi x nên

Khi x=6 thì => 2 là nghiệm của P(x)

Khi x=-1 thì 

=> -1 là nghiệm của P(x)

Bài 7: Cho đa thức P(x) thỏa mãn: , CMR đa thức có ít nhất ba nghiệm

HD:

Xét x=0, x=3 và x= -3

Bài 8: Cho đa thức P(x) thỏa mãn điều kiện :  CMR đa thức trên có ít nhất hai nghiệm

Bài 9: Cho đa thức  thỏa mãn điều kiện , CMR đa thức có ít nhất hai nghiệm

Bài 10: Cho đa thức  thỏa mãn điều kiện, CMR đa thức có ít nhất 3 nghiệm

Bài 11: Tìm tất cả các đa thức P(x) thỏa mãn:  với mọi giá trị của x, biết 

Bài 12: Tìm 1 đa thức có bậc nhỏ nhất nhận 19; 5 và 2017 làm nghiệm

HD :



Bài 13: Tìm 1 đa thức có bậc nhỏ nhất nhân 1 ; 3 ; 5 ; ... ;2019 làm nghiệm

Bài 14: Cho đa thức :  (m là hằng số). Tìm các nghiệm của Q(x), biết rằng Q(x) có 1 nghiệm là -3

Bài 15: Cho hàm số : , CMR không thể đồng thời có f(17)=71, f(12)=35

Bài 16: Xét hai đa thức  và  là hai số khác nhau. CMR nếu P(x) và Q(x) cùng nhận  làm nghiệm thì P(x) = Q(x)

HD :

Ta có : 

 Nên 

Do đó :  và  => Vậy P(x)=Q(x)

Bài 17: Cho đa thức: 

a, Tìm bậc của q(x)

b, Tính 

c, CMR: đa thức q(x) nhận giá trị nguyên với mọi x nguyên

Bài 18: Cho hàm số  , có tính chất 

Hãy CMR: a  b, 

Bài 19: Cho hàm số  xác định với mọi x thuộc R, biết rằng với mọi x ta đều có:

 , Tính 

HD:

Ta có: 

Và  

Bài 20: Cho đa thức  thỏa mãn:  , với mọi x

CMR:  có ít nhất 4 nghiệm.