**SỞ GD&ĐT**
**TRƯỜNG THPT**
ĐỀ THAM KHẢO
*(Đề có 4 trang)*

**KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**
**Môn: TOÁN 12**
*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Họ, tên thí sinh:.....**
**Số báo danh:.....**

**ĐỀ SỐ 09**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Đồ thị hàm số $y=x^2+2x+3$ và trục O$x$ có bao nhiêu điểm cắt nhau?

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

**Câu 2:** Hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

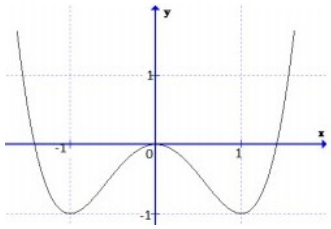
**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;5)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(0;4)$.

**Câu 4:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=1$.
**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $+\infty$ |

Trên đoạn $[-3;3]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

**A.** 2 **B.** $-5$ **C.** 3 **D.** $-3$

**Câu 6:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB=2, AD=3 và AA'=4. Tính độ dài vecto $\overrightarrow{BB'}$

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Câu 7:** Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$

**A.** $\alpha=180^0$ **B.** $\alpha=0^0$ **C.** $\alpha=90^0$ **D.** $\alpha=45^0$

**Câu 8:** Cho hàm số $f(x)=x^3$ có đồ thị $(C_1)$ và hàm số $g(x)=3x^2+k$ có đồ thị $(C_2)$. Có bao nhiêu giá trị của $k$ để $(C_1)$ và $(C_2)$ có đúng hai điểm chung?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $4$.

**Câu 9:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

**A.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

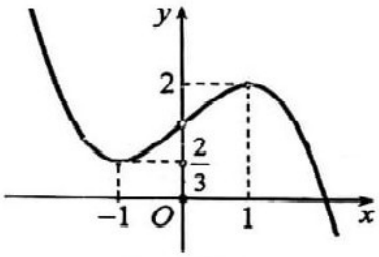
**Câu 10:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | | | $-$ | |
| $y$ | $0$ | ↗ | $2$ | | $+\infty$ | ↘ | $1$ |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Câu 11:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$




**A.** $1$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Câu 12:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho các nhận định sau

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(II) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là tứ giác

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là hình bình hành

**Câu 2:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$

(I) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$

(II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

(IV) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)\leq 0$

**Câu 3:** Cho hàm số (R): $y=f(x)=\dfrac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

(I) Nếu $m=-2$ thì đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (R)

(II) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi $m\neq\dfrac{1}{2}$

(III) Điểm (2;3) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi m=6

(IV) Với mọi $x$ thuộc R ta có tiệm cận ngang của (R) là đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$

**Câu 4:** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2024}{x-1}$ có đồ thị (N)

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng

(IV) Trên (N) có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-3$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-\infty$ |

Hàm số $y=f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng (a;b). Tính a+b

**Câu 2:** Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị $x_1,x_2$ thỏa $x_1^2+x_2^2=3$ khi

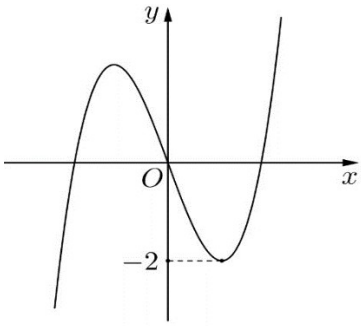
**Câu 3:** Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $y$ | $-1$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $-1$ |

Hỏi trong ba số $a,b,c$ có bao nhiêu số dương?

**Câu 4:** Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+m\right)=2$, giá trị của $m$ bằng

**Câu 5:** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm?




**Câu 6:** Cho hình chóp S.ABC có $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{a}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho PQ//CM. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. PQ//CM. Khi biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ}=\frac{-m}{n}\vec{a}-\frac{p}{q}\vec{b}+\frac{r}{z}\vec{c}$( với $\frac{m}{n},\frac{p}{q},\frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và m, n, q, q, r, z $\in$ Z). Tính $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}+\frac{r}{z}$

**----------Hết----------**

*-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*-Giám thị không giải thích gì thêm.*

**SỞ GD&ĐT**
**TRƯỜNG THPT**
HƯỚNG DẪN GIẢI
*(Đề có 4 trang)*

**KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025**
**Môn: TOÁN 12**
*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Họ, tên thí sinh:.....**
**Số báo danh:.....**

**ĐỀ SỐ 09**

**Câu 1:** Đồ thị hàm số $y=x^2+2x+3$ và trục O$x$ có bao nhiêu điểm cắt nhau?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

**Hướng dẫn giải**

Phương trình tọa độ giao điểm $x^2+2x+3=0$ không có nghiệm →không có điểm cắt nhau

**Câu 2:** Hàm số $y=\frac{3x+1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

**Hướng dẫn giải**

Hàm số có tiệm cận ngang $y=3$ và tiệm cận đứng $x=-2$

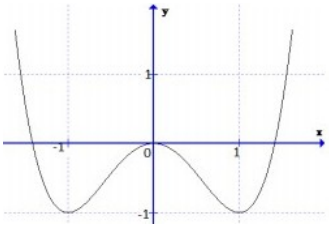
**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;5)$. **B.** $(3;+\infty)$. ***C.** $(-1;3)$. **D.** $(0;4)$.

**Câu 4:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

***A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=1$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

**Lời giải**

Căn cứ vào đths ta thấy: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $+\infty$ |

Trên đoạn $[-3;3]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

A. 2 B. $-5$ C. 3 D. $-3$

**Câu 6:** Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB=2, AD=3 và AA'=4. Tính độ dài vecto $\overrightarrow{BB'}$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

**Hướng dẫn giải**

Vì ABCD.A'B'C'D' là hình hộp chữ nhật nên AA'=BB'=D'=4. Suy ra độ dài vecto BB' bằng 4

**Câu 7:** Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}.\vec{b}=-|\vec{a}|.|\vec{b}|$

A. $\alpha=180^0$ B. $\alpha=0^0$ C. $\alpha=90^0$ D. $\alpha=45^0$

**Câu 8:** Cho hàm số $f(x)=x^3$ có đồ thị $(C_1)$ và hàm số $g(x)=3x^2+k$ có đồ thị $(C_2)$. Có bao nhiêu giá trị của $k$ để $(C_1)$ và $(C_2)$ có đúng hai điểm chung?

**A.** $2$. **B.** $3$. ***C.** $1$. **D.** $4$.

**Lời giải**

Hoành độ giao điểm của $(C_1)$ và $(C_2)$ là nghiệm của phương trình:

$x^3=3x^2+k \Leftrightarrow x^3-3x^2=k\,(*)$.

Để $(C_1)$ và $(C_2)$ có đúng hai điểm chung thì phương trình (*) $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $h(x)=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=k$ tại đ úng hai điểm.

Bảng biến thiên của $h(x)=x^3-3x^2$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $h(x)=x^3-3x^2$ cắt đường thẳng $y=k$ tại đúng hai điểm $k=-4; k=0$.

**Câu 9:** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

***A.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

**Lời giải**

$f'(x)=4x^3-4x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;2) \\ x=1 \\ x=-1\notin(0;2) \end{array}\right.$

$f(0)=1;\ f(1)=0;\ f(2)=9$. Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$.

**Câu 10:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | | | | $-$ | |
| $y$ | $0$ | $\nearrow$ | $2$ | | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng

**A.** $1$. ***B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

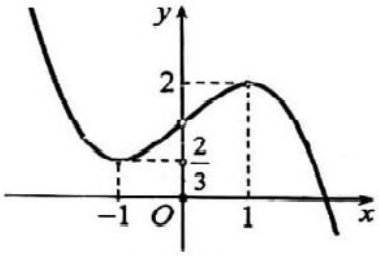
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$ suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=2$ không suy ra tiệm cận.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

**Câu 11:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$




**A.** $1$. ***B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $2$.

**Lời giải**

Đồ thị hàm số $y=f(x+2021)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ sang trái 2021 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2021)=1$ là số nghiệm của phương trình $f(x)=1$. Theo hình vẽ bên ta có số nghiệm là ba.

**Câu 12:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

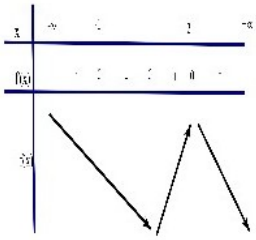
**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. ***C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

Ta có:

$$f'(x)=(x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

**Câu 1:** Cho các nhận định sau

(I) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

(II) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$

(III) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là tứ giác

(IV) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ với ABCD là hình bình hành

**Hướng dẫn giải**

(I) Đúng do quy tắc ba điểm

(II) Đúng do quy tắc đa giác

(III) Sai do ABCD là tứ giác

(IV) Đúng Quy tắc hình bình hành

**Câu 2:** Cho hàm số *f(x)* có đạo hàm liên tục trên R và có đồ thị của hàm số *y=f'(x)* như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$

(I) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$

(II) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

(IV) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

**Hướng dẫn giải**

(I) Đ (II) Đ (III) S (IV) Đ

Ta có $g'(x)=(x^2-2)'.f'(x^2-2)$

Hàm số nghịch biến khi $g'(x)\le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\le 0 \\ f'(x^2-2)\ge 0 \end{cases} \\ \\ \begin{cases} x\ge 0 \\ f'(x^2-2)\le 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hình của hàm số *y=f'(x)* như hình vẽ, ta thấy

$f'(x)\leq 0 \Leftrightarrow x\leq 2$ và $f'(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$

+Với $\begin{cases} x\leq 0 \\ f'(x^2-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 0 \\ (x^2-2)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\leq -2$

+Với $\begin{cases} x\geq 0 \\ f'(x^2-2)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ (x^2-2)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq x\leq 2$

Như vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$, $(0;2)$; suy ra hàm số đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$

**Câu 3:** Cho hàm số (R): $y=f(x)=\frac{mx-1}{2x-4}$. Khi đó

(I) Nếu m=$-2$ thì đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (R)

(II) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng khi m$\neq\frac{1}{2}$

(III) Điểm (2;3) là tâm đối xứng của đồ thị hàm số khi m=6

(IV) Với mọi $x$ thuộc R ta có tiệm cận ngang của (R) là đường thẳng $y=\frac{m}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có TCĐ: $x=2$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{m}{2}$ =>TCN: $y=\frac{m}{2}$

+Với m=$-1$ thì TCN: $y=-1$ =>(I) S

+Hàm số có TCĐ khi $2m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq\frac{-1}{2}$ =>(II) Đ

+Điểm (2;3) là tâm đối xứng của (R) $\Leftrightarrow$ $(2;3)=(2;\frac{m}{2})$ $\Leftrightarrow \frac{m}{2}=3 \Leftrightarrow$ m=6 =>(III) Đ

+Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{m}{2}$ => TCN: $y=\frac{m}{2}$ xác định với mọi số thực m => (IV) Đ

**Câu 4:** Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+2024}{x-1}$ có đồ thị (N)

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng

(IV) Trên (N) có đúng 4 điểm có tọa độ nguyên

**Hướng dẫn giải**

(I) Đ (II) S (III) Đ (IV) Đ

(I) (N) có đường tiệm cận đứng là $x=1$

(II) (N) có đường tiệm cận xiên là $y=x-1$

(III) (N) có 2 trục đối xứng là 2 đường phân giác của các góc tạo bởi 2 đường tiệm cận

(IV) M$(x;y)\in$(N) có tọa độ nguyên khi $\begin{cases} x\in Z \\ y\in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x\in Z \\ 2023\vdots(x-1) \end{matrix}$ 2023 có 4 ước số nên có 4 điểm

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng (a;b). Tính a+b

**Lời giải**

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < 1-2x < 0 \\ 1 < 1-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$ và $(-\infty;0)$.

**Câu 2:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị $x_1, x_2$ thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

**Lời giải**

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x + m,\ (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị $x_1, x_2$ thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$. (nhận)

**Câu 3:** Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $-$ | |
| $y$ | $-1$ | $\searrow$ | $-\infty \ \|\| \ +\infty$ | $\searrow$ | $-1$ |

Hỏi trong ba số $a, b, c$ có bao nhiêu số dương?

**Lời giải**

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{c} < 0 \Leftrightarrow c > 0.$

Đường tiện cận đứng $x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0$ (do $c > 0$).

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = -1 \Leftrightarrow a = -b \Rightarrow a > 0$ (do $b < 0$).

Khi đó $\begin{cases} b < 0 \\ a > 0. \\ c > 0 \end{cases}$

**Câu 4:** Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m\right) = 2$, giá trị của $m$ bằng

**Lời giải**

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m$ trên $[-3;0]$.

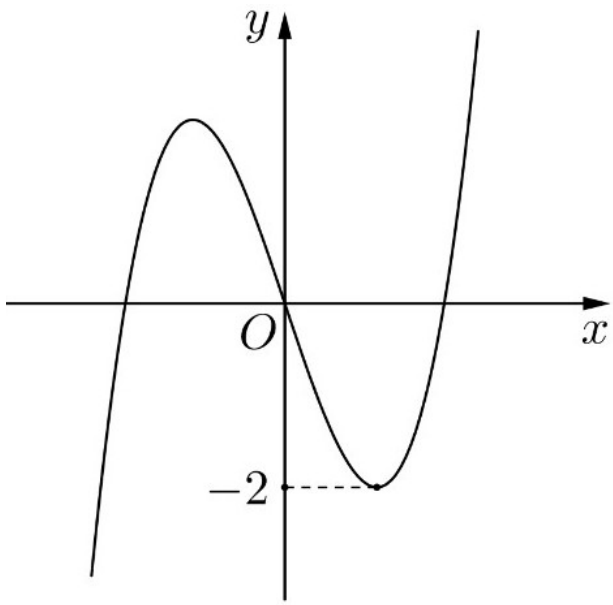
Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

Ta có $f'(x) = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 < 0,\ \forall x \in [-3;0]$.

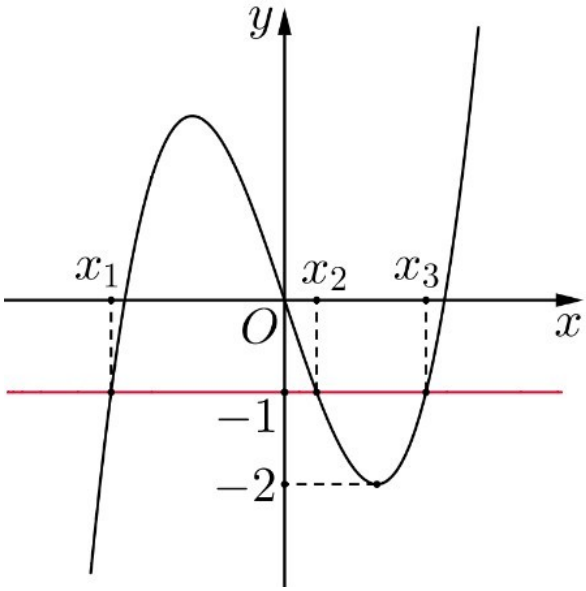
Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;0]} f(x) = f(0) = m \Rightarrow m = 2$.

**Câu 5:** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?




**Lời giải**




Từ đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ suy ra $f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$ với $x_1<0<x_2<x_3$

Ta có: $f(x^2)+1=0 \Leftrightarrow f(x^2)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2=x_1 & (1) \\ x^2=x_2 & (2) \\ x^2=x_3 & (3) \end{array}\right.$

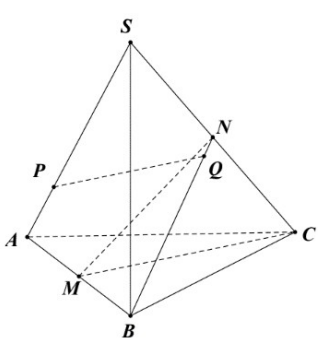
Vì $x_1<0<x_2<x_3$ nên phương trình $(1)$ vô nghiệm; mỗi phương trình $(2)$ và $(3)$ có $2$ nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2)+1=0$ có $4$ nghiệm.

**Câu 6:** Cho hình chóp S.ABC có $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{a}$ và các điểm M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SC. Các điểm P, Q trên các đường thẳng SA, BN sao cho PQ//CM. Hãy biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. PQ//CM.

Khi biểu diễn vecto $\overrightarrow{PQ}$ theo ba vecto $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, ta được: $\overrightarrow{PQ}=\frac{-m}{n}\vec{a}-\frac{p}{q}\vec{b}+\frac{r}{z}\vec{c}$( với $\frac{m}{n},\frac{p}{q},\frac{r}{z}$ là các phân số tối giản và m, n, q, q, r, z ∈ Z). Tính $\frac{m}{n}+\frac{p}{q}+\frac{r}{z}$

**Hướng dẫn giải**




Đặt $\overrightarrow{PA}=x\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{BQ}=y\overrightarrow{BN}$

Suy ra:

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BQ}=x\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA}+y\overrightarrow{BN}=(x-1)\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+y(\overrightarrow{SN}-\overrightarrow{SB})=(x-1)\vec{a}+(1-y)\vec{b}+\frac{y}{2}\vec{c}$$

Lại có: $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{SM}-\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB})-\overrightarrow{SC}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$

PQ//CM $\Leftrightarrow \overrightarrow{PQ} = k\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \frac{x-1}{0.5} = \frac{1-y}{0.5} = \frac{y}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$

Vậy $\overrightarrow{PQ} = \frac{-1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$