

Bài 4. TỔNG VÀ HIỆU HAI VECTO

|FanPage: Nguyễn Bảo Vương

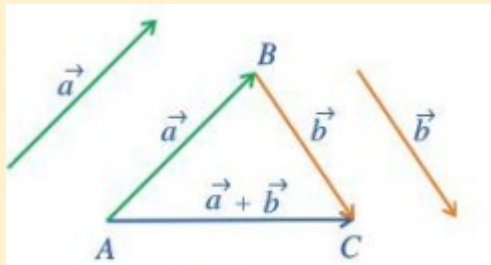
PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Tổng của hai vectơ

1. Định nghĩa

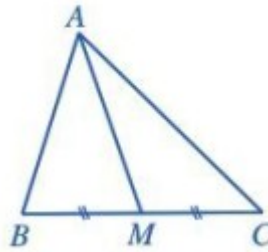
Với ba điểm bất kì A, B, C , vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$, kí hiệu là $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.

Cho hai vectơ a, b . Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{BC} = b$. Vectơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vectơ a và b , kí hiệu $\overrightarrow{AC} = a + b$.



Phép lấy tổng của hai vectơ còn được gọi là phép cộng vectơ.

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM



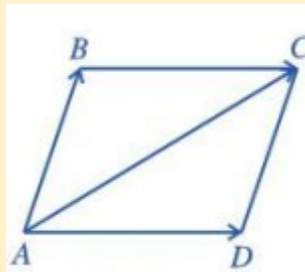
Chứng minh $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM}$.

Giải

Vì $\overline{MC} = \overline{BM} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM}$

2. Quy tắc hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.



Ví dụ 2. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Chứng minh $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$.

Giải

Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$.

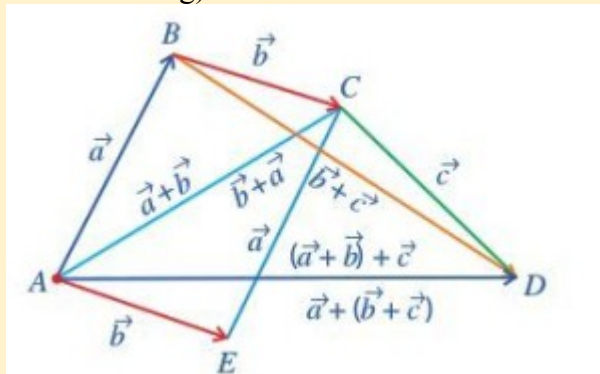
Suy ra $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC, |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}| = BD$.

Do $AC = BD$ nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$.

3. Tính chất

Với ba vectơ tùy ý a, b, c ta có:

- $a + b = b + a$ (tính chất giao hoán);
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ (tính chất kết hợp);
- $a + 0 = 0 + a = a$ (tính chất của vectơ-không).



Chú ý: Tổng ba vectơ $a + b + c$ được xác định theo một trong hai cách:
 $(a + b) + c$ hoặc $a + (b + c)$.

Ví dụ 3. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}.$$

Giải

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$$

II. Hiệu của hai vectơ

1. Định nghĩa

Vectơ có cùng độ dài và ngược hướng với vectơ a được gọi là vectơ đối của vectơ a , kí hiệu là $-a$. Hai vectơ a và $-a$ được gọi là hai vectơ đối nhau.

Quy ước: Vectơ đối của vectơ 0 là vectơ 0 .

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

Nhận xét.

- Hai vectơ a, b là hai vectơ đối nhau khi và chỉ khi $a + b = 0$.

- Với hai điểm A, B ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$

- Với ba điểm A, B, C bất kì, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0$.

Cho hai điểm A, B . Khi đó, hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$ là hai vectơ đối nhau, tức là $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

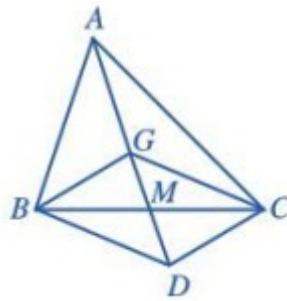
Ví dụ 4. Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Chứng tỏ $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$ là hai vectơ đối nhau. Viết đẳng thức liên hệ giữa hai vectơ đó.

Giải

Hai vectơ $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}$ là hai vectơ đối nhau vì chúng ngược hướng và cùng độ dài, $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 0$

Chú ý: I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 0$.

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm của BC và D là điểm đối xứng với G qua M . Chứng minh:



- a) $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$
b) $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Giải

a) Vì tứ giác $BGCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên tứ giác $BGCD$ là hình bình hành. Suy ra $\vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$.

b) Vì hai điểm A, D cùng thuộc đường thẳng GM nên các điểm A, G, M, D thẳng hàng.

Ta có: $\vec{GA} = \vec{GD}$. Suy ra G là trung điểm của AD .

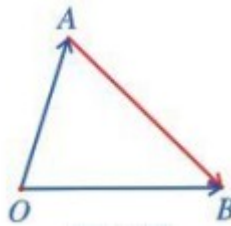
Vì thế $\vec{GA} + \vec{GD} = \vec{0}$. Vậy $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

Chú ý: G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

2. Hiệu của hai vector

Hiệu của vector a và vector b là tổng của vector a và vectơ đối của vector b , kí hiệu là $a - b$.
 Phép lấy hiệu của hai vector còn được gọi là phép trừ vector.

Ví dụ 6. Cho ba điểm A, B, O .



Vector $\vec{OB} - \vec{OA}$ là vector nào?

Giải

Ta có: $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{OB} + (-\vec{OA}) = \vec{OB} + \vec{AO} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$.

Nhận xét: Với ba điểm bất kì A, B, O ta có: $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$.

Ví dụ 7. Cho bốn điểm bất kì A, B, C, D . Chứng minh

$$\vec{AB} - \vec{AD} + \vec{CD} - \vec{CB} = \vec{0}.$$

Giải

Ta có: $\vec{AB} - \vec{AD} + \vec{CD} - \vec{CB} = (\vec{AB} - \vec{AD}) + (\vec{CD} - \vec{CB}) = \vec{DB} + \vec{BD} = \vec{DD} = \vec{0}$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. CỘNG TRỪ VEC TƠ

Câu 1. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ sao cho $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

a) Dựng $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$. Chứng minh rằng O là trung điểm của AB .

b) Dựng $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$. Chứng minh rằng $B \equiv O$.

Lời giải.

a) $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OB} = -\vec{OA} \Rightarrow O$ là trung điểm của AB .

b) $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \Rightarrow \vec{OB} = \vec{0} \Rightarrow B \equiv O$.

Câu 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Xác định tổng của hai véc-tơ $\overrightarrow{NC}$ và $\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{AM}$ và $\overrightarrow{AN}$.

Lời giải.

Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$$

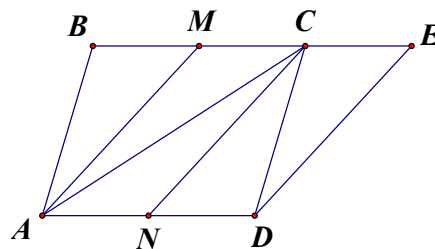
Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$$

Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AM}$ nên $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE}$,

với E là đỉnh của hình bình hành $DAME$.

Vì tứ giác $AMCN$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$.



Câu 3. Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm của AB , AC và BC . Xác định hiệu $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.

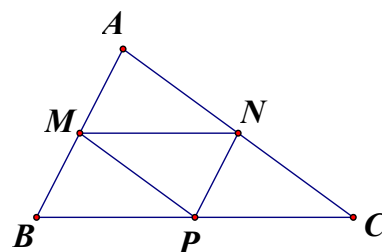
Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$.

Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$ nên $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$.

Vì $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{NP}$ nên $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.

Vì $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{PC}$ nên $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$.



Câu 4. Chứng minh rằng điểm I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải.

Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ và hai véc-tơ $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{IB}$ ngược hướng. Vậy $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$.

Ngược lại, nếu $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$ thì $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ và hai véc-tơ $\overrightarrow{IA}$, $\overrightarrow{IB}$ ngược hướng.

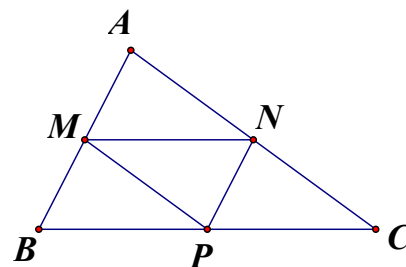
Do đó A , I , B thẳng hàng. Vậy I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Câu 5. Cho tam giác ABC . Các điểm M , N và P lần lượt là trung điểm của AB , AC và BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Lời giải.

Ta có

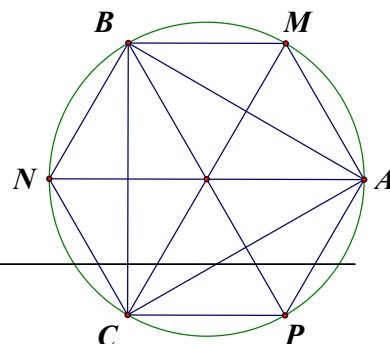
$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{NC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{AN} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} + \mathbf{0} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} \end{aligned}$$



Câu 6. Gọi O là tâm của tam giác đều ABC . Chứng minh rằng $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$.

Lời giải.

Vẽ lục giác đều $AMBNCP$ nội tiếp đường tròn (O) .



Vì $BOCN$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{ON}$.
 Do đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{0}$.

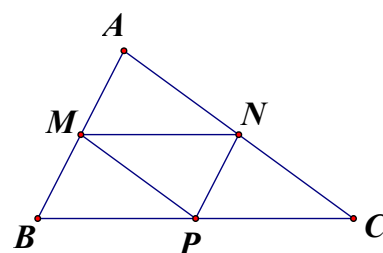
Câu 7. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh rằng

- a) $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{0}$.
 b) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$.
 c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ với O là điểm bất kì.

Lời giải.

a) Vì PN, MN là đường trung bình của tam giác ABC nên
 $PN \parallel BM, MN \parallel BP$ suy ra tứ giác $BMNP$ là hình bình hành
 hành $\Rightarrow \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PN}$.

Vì N là trung điểm của $AC \Rightarrow \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{NA}$.
 Do đó theo quy tắc ba điểm ta có
 $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{0}$



b) Vì tứ giác $APMN$ là hình bình hành nên theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$,
 kết hợp với quy tắc trừ $\Rightarrow \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM}$.
 Mà $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$ do M là trung điểm của BC . Vậy $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{0}$.

c) Theo quy tắc ba điểm ta có
 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PA}) + (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NC})$
 $= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NC}$
 $= (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}) - (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP})$

Theo câu a) ta có $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{0}$ suy ra $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$.

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O, M là một điểm bất kì trong mặt phẳng. Chứng minh rằng

- a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$.
 b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{0}$.
 c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC}$$

a) Ta có

Theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$, suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$.

b) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{0}$.

Tương tự: $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{0}$.

c) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

Suy ra $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}$
 $= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$.

- Câu 9.** Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là một điểm bất kì trên đường chéo AC . Qua O kẻ các đường thẳng song song với các cạnh của hình bình hành. Các đường thẳng này cắt AB và DC lần lượt tại M và N , cắt AD và BC lần lượt tại E và F . Chứng minh
- a) $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OD}$.
- b) $\overline{BD} = \overline{ME} + \overline{FN}$

Lời giải

a) Ta có $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA}$, $\overline{DC} = \overline{OC} - \overline{OD}$.

Vì $\overline{AB} = \overline{DC}$ nên $\overline{OB} - \overline{OA} = \overline{OC} - \overline{OD}$.

Vậy $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OD}$.

b) Tứ giác $AMOE$ và tứ giác $OFCN$ là hình bình hành nên

$$\begin{aligned}\overline{ME} + \overline{FN} &= \overline{MA} + \overline{MO} + \overline{FO} + \overline{FC} = (\overline{MA} + \overline{FO}) + (\overline{MO} + \overline{FC}) = (\overline{MA} + \overline{BM}) + (\overline{BF} + \overline{FC}) \\ &= \overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD}.\end{aligned}$$

- Câu 10.** Cho năm điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng

a) $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EA} = \overline{CB} + \overline{ED}$.

b) $\overline{AC} + \overline{CD} - \overline{EC} = \overline{AE} - \overline{DB} + \overline{CB}$.

Lời giải

a) Biến đổi về trái ta có

$$\begin{aligned}\overline{VT} &= (\overline{AC} + \overline{CB}) + \overline{CD} + (\overline{ED} + \overline{DA}) = (\overline{CB} + \overline{ED}) + (\overline{AC} + \overline{CD}) + \overline{DA} \\ &= (\overline{CB} + \overline{ED}) + \overline{AD} + \overline{DA} = \overline{CB} + \overline{ED} = \overline{VP} \text{ (đpcm)}.\end{aligned}$$

b) $(\overline{AC} - \overline{AE}) + (\overline{CD} - \overline{CB}) - \overline{EC} + \overline{DB} = 0$

b) $\overline{DB} + \overline{DB} = 0$ (đúng).

$$\Leftrightarrow \overline{EC} + \overline{BD} - \overline{EC} + \overline{DB} = 0 \Leftrightarrow \overline{BD} + \overline{DB} = 0 \text{ (đúng)}.$$

- Câu 11.** Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Chứng minh rằng $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE} = 0$.

Lời giải

Ta chứng minh $\nu = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} + \overline{OE}$ có hai giá khác nhau.

Gọi d là đường thẳng chứa OD thì d là một trục đối xứng của ngũ giác đều.

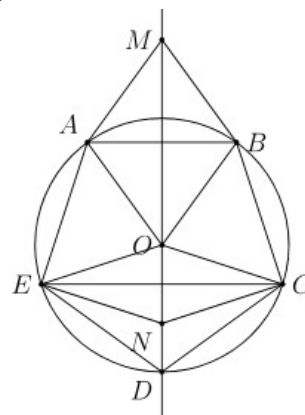
Ta có $\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OM}$, trong đó M là đỉnh của hình thoi $OAMB$ và thuộc d .

Tương tự $\overline{OC} + \overline{OE} = \overline{ON}$, trong đó N thuộc d .

Do đó $\nu = (\overline{OA} + \overline{OB}) + (\overline{OC} + \overline{OE}) + \overline{OD} = \overline{OM} + \overline{ON} + \overline{OD}$ có giá là d .

Ta ghép $\nu = (\overline{OB} + \overline{OC}) + (\overline{OD} + \overline{OA}) + \overline{OE}$ thì ν có giá là đường thẳng OE .

Vì ν có $\overline{IA} = -\overline{IB}$ giá khác nhau nên $\nu = 0$.



- Câu 12.** Cho các điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh rằng $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD}$.

Lời giải

Cách 1. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{BF} + \overline{CD}$

$$(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BF}) + (\overrightarrow{CF} - \overrightarrow{CD}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{DF} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE} = 0 \text{ (đúng).}$$

$$\text{Cách 2. } \overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF})$$

$$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{VP}.$$

Câu 13. Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp đường tròn tâm O , và M là một điểm bất kì. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = 0$. b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF}$.

Lời giải

a) Tâm O của lục giác đều là tâm đối xứng của lục giác nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD} = 0$, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE} = 0$, $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OF} = 0$.

Do đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OF}) = 0$.

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{ME} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA}) + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FE})$

$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FE})$$

$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO}) = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB})$$

$$= \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} + 0 = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF}.$$

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 14. Cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện sau đây:

a) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA}$ b) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0$ d) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AM}$

Lời giải

a) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA}$. Vậy mọi điểm M đều thỏa mãn.

b) $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow A \equiv B$. Vậy không có điểm M nào thỏa mãn

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{MB}$. Vậy M là trung điểm của đoạn thẳng AB .

d) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow M \equiv A$.

Câu 15. Cho tam giác ABC . Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$.

Vậy M là điểm xác định bởi hệ thức $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$ hay M là đỉnh thứ tư trong hình bình hành $ABCM$

Câu 16. Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M sao cho

a) $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

b) $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MC}|$

Lời giải.

a) Ta có $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow MA = BC$

Vậy M cách điểm A một đoạn bằng BC không đổi nên tập hợp các điểm M là đường tròn tâm A , bán kính $R = BC$.

b) Ta có $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow MA = MC$

Vậy M cách đều 2 điểm A và C nên tập hợp các điểm M là đường trung trực của đoạn AC .

Câu 17. Cho 2 điểm A và B . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$

Lời giải.

Vẽ hình bình hành $AMBN$. Gọi O là giao điểm 2 đường chéo, ta có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = MN = 2MO$$

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = AB$$

$$2MO = AB \Rightarrow MO = \frac{1}{2} AB$$

Điều kiện tương đương

Tập hợp các điểm M có tính chất $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là đường tròn đường kính AB

DẠNG 3. TÍNH ĐỘ DÀI VÉC TƠ

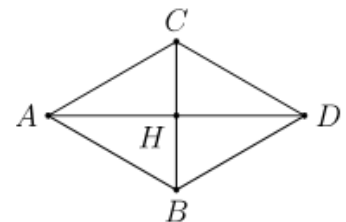
Câu 18. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ và $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Lời giải

Từ tam giác đều ABC cạnh a , vẽ hình thoi $BACD$ thì

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \text{ nên } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = AD = 2AH = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \text{ nên } |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a.$$



Câu 19. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM . Trên cạnh $AC = b$ lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt trung tuyến AM tại N . Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN}$

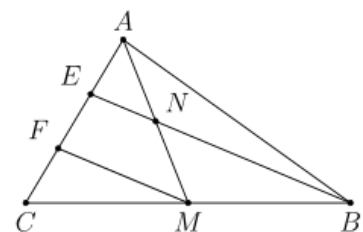
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{FC}$. Vì $MF \parallel BE$ nên N là trung điểm của AM

. Suy ra $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{0}$.

Do đó $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{AC}$ nên

$$|\overrightarrow{u}| = AC = b$$



Câu 20. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\angle ABC = 30^\circ$ và $BC = a\sqrt{5}$. Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

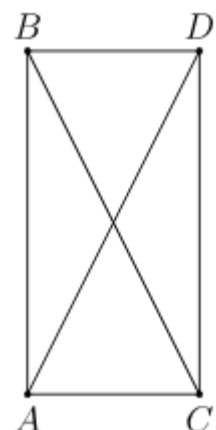
Lời giải

Theo quy tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

$$\text{Mà } \sin \angle ABC = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC \cdot \sin \angle ABC = a\sqrt{5} \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Do đó } |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}; \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$$

$$\text{Ta có: } AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$



$$\text{Vì vậy } \left| \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} \right| = \left| \overrightarrow{AB} \right| = AB = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Khi đó theo quy tắc hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật suy ra $AD = BC = a\sqrt{5}$.

$$\text{Vậy } \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AD} \right| = AD = a\sqrt{5}$$

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh b . Tính $\left| \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} \right|, \left| \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \right|, \left| \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} \right|$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CA}$ nên

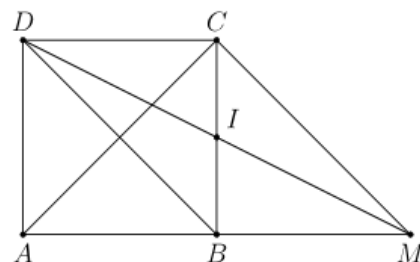
$$\left| \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} \right| = \left| \overrightarrow{CA} \right| = CA = b\sqrt{2}$$

Ta có $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$ nên $\left| \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \right| = \left| \overrightarrow{DB} \right| = DB = b\sqrt{2}$

Vẽ hình bình hành $CDBM$ thì DM cắt BC tại trung điểm I của mỗi đường.

Ta có $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DM}$ nên $\left| \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} \right| = \left| \overrightarrow{DM} \right| = DM = 2DI$

$$\text{Mà } DI^2 = b^2 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 = \frac{5}{4}b^2 \Rightarrow \left| \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} \right| = b\sqrt{5}$$



Câu 22. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy tính $\left| \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} \right|, \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \right|$ và $\left| \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} \right|$

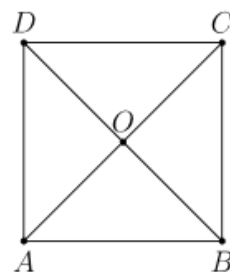
Lời giải

Ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$, $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BO}$. Do đó

$$\left| \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} \right| = \left| \overrightarrow{BO} \right| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng hướng nên $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \right| = \left| \overrightarrow{AB} \right| + \left| \overrightarrow{DC} \right| = 2a$

Ta có $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BD}$. Do đó $\left| \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} \right| = BD = a\sqrt{2}$



Câu 23. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có tâm O . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của các vec tơ sau $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

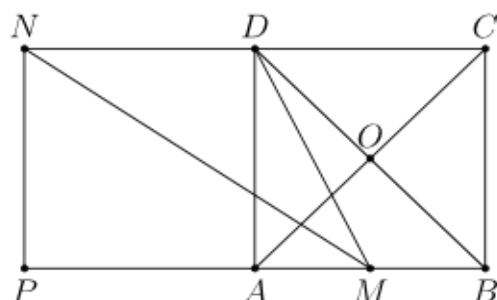
Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông MAD ta có

$$DM^2 = AM^2 + AD^2 = \left(\frac{a}{2} \right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{5}}{2} \text{ . Suy ra } \left| \overrightarrow{MD} \right| = MD = \frac{a\sqrt{5}}{2} \text{ .}$$

Qua N kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB tại P .

Khi đó tứ giác $ADNP$ là hình vuông và

$$PM = PA + AM = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$$



Áp dụng định lý Piatgo trong tam giác vuông NPM ta có

$$MN^2 = NP^2 + PM^2 = a^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = \frac{13a^2}{4} \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{13}}{2}. \text{ Suy ra } |\vec{MN}| = MN = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

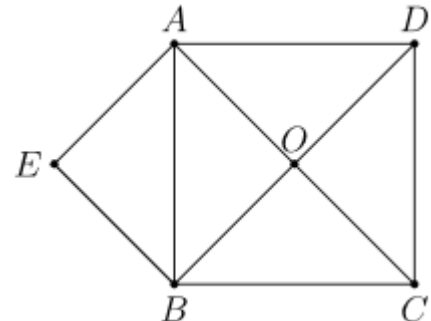
Câu 24. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có tâm O và M là trung điểm của AB . Tính độ dài của các vectơ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{OA}, \vec{OM}$ và $\vec{OA} + \vec{OB}$.

Lời giải

Ta có $|\vec{AB}| = AB = a$ $|\vec{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$
 $|\vec{OA}| = OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, |\vec{OM}| = OM = \frac{a}{2}$

Gọi E là điểm sao cho tứ giác $OBEA$ là hình bình hành.
 Khi đó nó cũng là hình vuông.

Ta có $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OE} \Rightarrow |\vec{OA} + \vec{OB}| = |\vec{OE}| = OE = AB = a$



Câu 25. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a . M là một điểm bất kỳ

a) Tính $|\vec{AB} + \vec{OD}|, |\vec{AB} - \vec{OC} + \vec{OD}|$

b) Tính độ dài vectơ $\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD}$

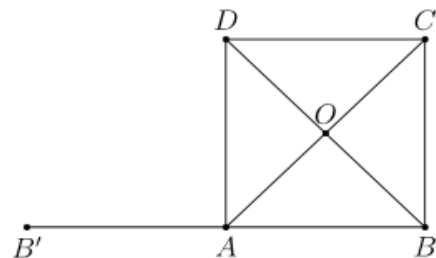
Lời giải

a) Ta có $\vec{OD} = \vec{BO} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{OD} = \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{AO}$

$|\vec{AB} + \vec{OD}| = |\vec{AO}| = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $\vec{OC} = \vec{AO}$. Suy ra

$\vec{AB} - \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{AB} - \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$
 $\Rightarrow |\vec{AB} - \vec{OC} + \vec{OD}| = 0$



b) Áp dụng quy tắc trừ ta có

Lấy B' là điểm đối xứng của B qua A . Khi đó $\vec{DC} = \vec{AB'} \Rightarrow \vec{BA} - \vec{DC} = \vec{BA} + \vec{AB'} = \vec{BB'}$

Suy ra $|\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} + \vec{MD}| = |\vec{BB'}| = BB' = 2a$

Câu 26. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và cạnh a và M là một điểm bất kỳ. Tính

a) Tính $|\vec{AB}| + |\vec{AD}|$

b) Tính $|\vec{OA} - \vec{CB}|$

c) Tính $|\vec{CD} - \vec{DA}|$

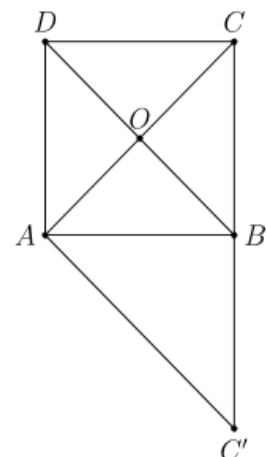
Lời giải

a) Theo quy tắc hình bình hành ta có $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$. Suy ra

$|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = AC$

Áp dụng định lý Pitago ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$

Vậy $|\vec{AB} + \vec{AD}| = a\sqrt{2}$



b) Vì O là tâm của hình vuông nên $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$. Suy ra $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC}$. Vậy $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{BC}| = a$.

c) Do $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$. Suy ra $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.
Mà $|\overrightarrow{BD}| = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $|\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA}| = BD = a\sqrt{2}$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

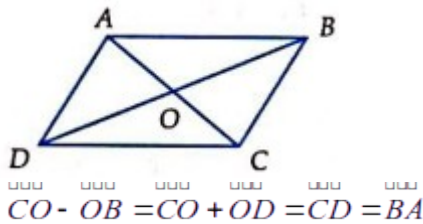
DẠNG 1. CỘNG TRỪ VÉC TƠ

Câu 1. Cho hình bình hành tâm O . Kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ B. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{CB}$

Lời giải

Đáp án B



Câu 2. Cho ba vector a , b và c khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $a + b = b + a$ B. $(a + b) + c = a + (b + c)$
C. $a + 0 = a$ D. $0 + a = 0$

Lời giải

Chọn D

$$0 + a = a$$

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{CA}$ B. $\overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{DB}$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$$

Câu 4. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$ D. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA}$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$$

Câu 5. Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

A. 0 .

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{BD}$.

D. $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = 0$$

Câu 6. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$. Vector tổng $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng

A. $\overrightarrow{BP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{CP}$.

D. $\overrightarrow{PA}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BP}$$

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{IB}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IB}$$

Câu 8. Cho hình bình hành $ABCD$ và gọi I là giao điểm của hai đường chéo. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{IB}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DI}$.

C. $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AI}$$

Câu 9. Cho các điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Xác định vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$.

A. $\overrightarrow{MP}$.

B. $\overrightarrow{MN}$.

C. $\overrightarrow{MQ}$.

D. $\overrightarrow{MR}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{MP}$$

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$.

D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DB}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

Câu 11. Cho tam giác ABC và M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$
 C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{PM}$$

Câu 12. Cho hình vuông $ABCD$, tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA}$ B. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{CA}$
 C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$ D. $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$$

Câu 13. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0}$
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FE} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn D

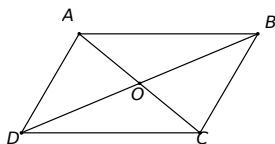
$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FA}$$

Câu 14. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$ D. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}$

Lời giải

Chọn B



Xét các đáp án:

• Đáp án A. Ta có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. Vậy A đúng.

• Đáp án B. Ta có $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD}$
 $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AD}$. Vậy B sai.

• Đáp án C. Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Vậy C đúng.

• Đáp án D. Ta có $\vec{BC} - \vec{BA} = \vec{AC}$
 $\vec{DC} - \vec{DA} = \vec{AC}$. Vậy D đúng

Câu 15. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\vec{OB} - \vec{OC}$.

- A. $\vec{BC}$. B. $\vec{DA}$. C. $\vec{OD} - \vec{OA}$. D. $\vec{AB}$.

Lời giải

Chọn B

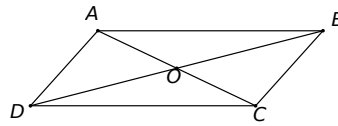
$$\vec{OB} - \vec{OC} = \vec{CB} = \vec{DA}.$$

Câu 16. Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\vec{AO} - \vec{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\vec{BA}$. B. $\vec{BC}$. C. $\vec{DC}$. D. $\vec{AC}$.

Lời giải

Chọn B



$$\vec{AO} - \vec{DO} = \vec{OD} - \vec{OA} = \vec{AD} = \vec{BC}.$$

Câu 17. Chọn khẳng định sai:

- A. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} - \vec{IB} = 0$.
 B. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} - \vec{BI} = \vec{AB}$.
 C. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} - \vec{IB} = 0$.
 D. Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} - \vec{BI} = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{BA} \neq 0.$$

Câu 18. Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là đúng:

- A. $\vec{OA} = \vec{CA} + \vec{CO}$. B. $\vec{BC} - \vec{AC} + \vec{AB} = 0$.
 C. $\vec{BA} = \vec{OB} - \vec{OA}$. D. $\vec{OA} = \vec{OB} - \vec{BA}$.

Lời giải

Chọn B

$$\vec{BC} - \vec{AC} + \vec{AB} = \vec{AB} + \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{AC} - \vec{AC} = 0.$$

Câu 19. Chỉ ra vector tổng $\vec{MN} - \vec{QP} + \vec{RN} - \vec{PN} + \vec{QR}$ trong các vector sau

- A. $\vec{MR}$. B. $\vec{MQ}$. C. $\vec{MP}$. D. $\vec{MN}$.

Lời giải

Chọn D

$$\vec{MN} + \vec{NP} + \vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RN} = \vec{MN}.$$

Câu 20. Cho hình bình hành $ABCD$ và điểm M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$
 C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MD}$

B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}$
 D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$. (đúng).

Câu 21. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $u = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB}$ là:

A. $u = \vec{0}$. B. $u = \overrightarrow{AD}$. C. $u = \overrightarrow{CD}$. D. $u = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn D

$u = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

Câu 22. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vector $u = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

A. $u = \overrightarrow{AD}$. B. $u = \vec{0}$. C. $u = \overrightarrow{CD}$. D. $u = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn B

$u = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

Câu 23. Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Câu 24. Cho Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.
 C. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$

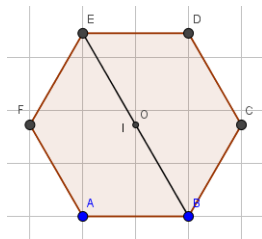
Do $\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{CO}$ đối nhau, $\overrightarrow{BO}, \overrightarrow{DO}$ đối nhau.

Câu 25. Cho Cho lục giác đều $ABCDEF$ và O là tâm của nó. Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức sai?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{EO} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AD}$.
 C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{AO} \neq \vec{0}$.

Câu 26. Cho 4 điểm A, B, C, D. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}.$$

Câu 27. Cho ΔABC , vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành ABEF, ACPQ, BCMN. Xét các mệnh đề:

- (I) $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$
(II) $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$
(III) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$

Mệnh đề đúng là :

- A. Chỉ (I) . B. Chỉ (III) . C. (I) và (II) . D. Chỉ (II) .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}.$$

Câu 28. Cho 5 điểm phân biệt M, N, P, Q, R . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MP}$. B. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{PR}$.
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MR}$. D. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RN} = \overrightarrow{MN}.$$

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$, đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A.

Đẳng thức vectơ $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA}$ đúng theo quy tắc cộng hình bình hành.

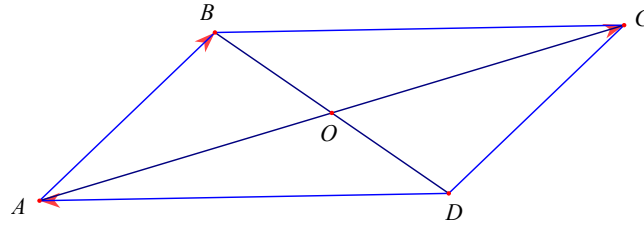
Câu 30. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$. B. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BO}$.

C. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ nên $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DA}$.

Câu 31. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA}$ nên A sai
 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CO} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{CO}$ nên B đúng.

Câu 32. Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 33. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO}$ bằng

A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB}$. B. $\overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 34. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{0}$.
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$.
D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE}$
 $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA}$
 $= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{0}$.

- Câu 35.** Cho hình bình hành ABCD, gọi M, N lần lượt là trung điểm của đoạn BC và AD. Tính tổng $\overline{NC} + \overline{MC}$.
- A. $\overline{AC}$. B. $\overline{NM}$. C. $\overline{CA}$. D. $\overline{MN}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overline{NC} + \overline{MC} = \overline{NC} + \overline{AN} = \overline{AN} + \overline{NC} = \overline{AC}.$$

- Câu 36.** Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Tổng véc tơ: $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF}$ bằng
- A. $\overline{AF} + \overline{CE} + \overline{DB}$. B. $\overline{AE} + \overline{CB} + \overline{DF}$.
 C. $\overline{AD} + \overline{CF} + \overline{EB}$. D. $\overline{AE} + \overline{BC} + \overline{DF}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{CF} + \overline{FD}) + (\overline{EB} + \overline{BF}) = \overline{AD} + \overline{CF} + \overline{EB}$$

- Câu 37.** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây *sai*?

- A. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{ED} + \overline{BC}$. B. $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{ED} + \overline{CB}$.
 C. $\overline{AE} + \overline{BF} + \overline{DC} = \overline{DF} + \overline{BE} + \overline{AC}$. D. $\overline{AC} + \overline{BD} + \overline{EF} = \overline{AD} + \overline{BF} + \overline{EC}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = \overline{AF} + \overline{ED} + \overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} - \overline{AF} + \overline{CD} - \overline{BC} + \overline{EF} - \overline{ED} = 0$$

$$\Leftrightarrow \overline{FB} + \overline{DE} + \overline{CD} + \overline{CB} = 0$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB} + \overline{CD} + \overline{CB} = 0$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB} + \overline{CB} = 0 \text{ (vô lý).}$$

- Câu 38.** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{DA}$. B. $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{CB} + \overline{DA}$.
 C. $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{CB} + \overline{AD}$. D. $\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{AD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}.$$

- Câu 39.** Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Trên cạnh AC lấy điểm E và F sao cho $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FC}$, BE cắt AM tại N. Chọn mệnh đề đúng:

- A. $\overline{NA} + \overline{NM} = 0$. B. $\overline{NA} + \overline{NB} + \overline{NC} = 0$.
 C. $\overline{NB} + \overline{NE} = 0$. D. $\overline{NE} + \overline{NF} = \overline{EF}$.

Lời giải

Chọn A

Trong tam giác BCE có MF là đường trung bình nên $\overline{MF} \parallel \overline{BE} \Rightarrow \overline{MF} \parallel \overline{NE}$

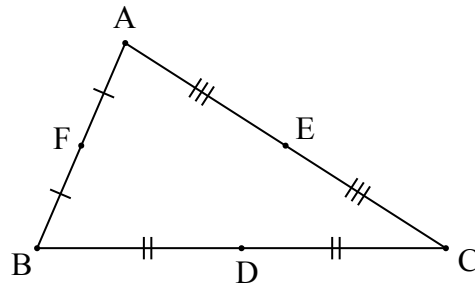
N là trung điểm của AM nên $\overline{NA} + \overline{NM} = 0$.

- Câu 40.** Cho tam giác ABC. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Hệ thức nào là đúng?

A. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD}$.
 C. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AE} + \overline{AB} + \overline{CD}$.

B. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$.
 D. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{AC}$.

Lời giải



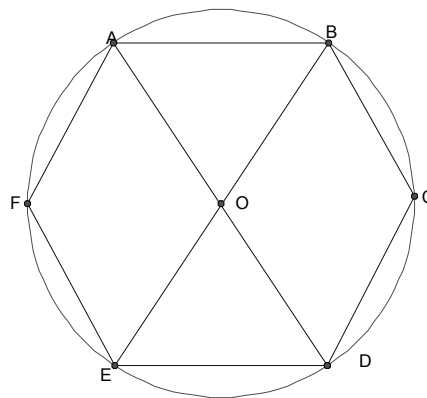
Chọn A

Ta có $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{AF} + \overline{FD} + \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{CE} + \overline{EF}$
 $= \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD} + \overline{FD} + \overline{DE} + \overline{EF}$
 $= \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD} + \overline{FE}$
 $= \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD} + 0$
 $= \overline{AF} + \overline{CE} + \overline{BD}$.

Câu 41. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}$
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = 6|\overrightarrow{AB}|$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Lời giải



Chọn A

$\overline{AF} + \overline{FE} + \overline{AB} = \overline{AE} + \overline{AB} = \overline{AD}$.

Câu 42. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi M là trung điểm BC , G_1 là điểm đối xứng của G qua M . Vector tổng $\overline{G_1B} + \overline{G_1C}$ bằng

A. $\overline{GA}$. B. $\overline{BC}$. C. $\overline{G_1A}$. D. $\overline{G_1M}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{G_1B} + \overrightarrow{G_1C} = \overrightarrow{G_1G} = \overrightarrow{GA}$$

Câu 43. Xét tam giác ABC có trọng tâm G và tâm đường tròn ngoại tiếp O thỏa mãn $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$.
Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{OG} = \mathbf{0}$;
- 2) Tam giác ABC là tam giác vuông cân;
- 3) Tam giác ABC là tam giác đều;
- 4) Tam giác ABC là tam giác cân.

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{OG} = \mathbf{0} \Rightarrow O \equiv G. \text{ Do đó tam giác } ABC \text{ là tam giác đều.}$$

Câu 44. Xét tam giác ABC nội tiếp có O là tâm đường tròn ngoại tiếp, H là trực tâm. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Hỏi trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

- 1) $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD}$;
- 2) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{HA}$;
- 3) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$, với H_1 là điểm đối xứng của H qua O ;
- 4) Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \mathbf{0}$ thì tam giác ABC là tam giác đều.

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HD} \Rightarrow \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HH_1}$$

Nếu $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \mathbf{0}$ thì $\overrightarrow{HH_1} = \mathbf{0}$, suy ra $H \equiv O$.

Câu 45. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Tìm đẳng thức sai:

- A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
C. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC}$ D. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{DB}$

Lời giải

+ Tứ giác $AMCN$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow$ A đúng.

+ $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} \Rightarrow$ B đúng.

+ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NC}, \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{NC} \Rightarrow$ C đúng.

Đáp án D.

Câu 46. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F bất kì trên mặt phẳng. Tìm đẳng thức sai trong các đẳng thức sau:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF}$ D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$

Lời giải

Đáp án D

Ta có:

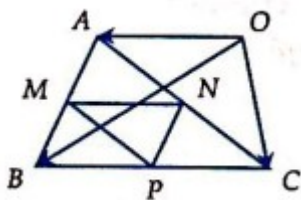
$$(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow B \equiv A. \text{ Vì } A, B \text{ bất kì} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 47. Cho $\triangle ABC$, các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Với O là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$ B. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$
C. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ D. $2(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = 3(\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP})$

Lời giải

Đáp án B



$$\begin{aligned} \text{VT } &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \\ &= \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC} \quad \text{Mà } \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} \\ &\Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = \vec{0} \Rightarrow \text{VT } = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} \end{aligned}$$

Câu 48. Cho 4 điểm M, N, P, Q bất kì. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng.

A. $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MN}$ B. $\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ}$
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$ D. $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MQ}$

Lời giải

Đáp án B

Ta có:

$$\overrightarrow{NP} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QN} = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} + (\overrightarrow{NQ} + \overrightarrow{QN}) = \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{VP}$$

Câu 49. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F phân biệt. Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$

Lời giải

$$\begin{aligned} + \text{Ta có: } &\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \Rightarrow A \text{ đúng.} \\ + &\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Rightarrow B \text{ đúng.} \\ + &\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BF} \Leftrightarrow \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AF} \\ &\Rightarrow C \text{ đúng.} \\ + &\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{FC} = \vec{0} \Leftrightarrow F \equiv C \text{ (mâu thuẫn giả thiết)} \\ &\Rightarrow D \text{ sai.} \end{aligned}$$

Đáp án D.

Câu 50. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng. Bạn An kí hiệu chúng là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Bạn Bình kí hiệu chúng là $B_1, B_2, \dots, B_n$ ($A_i \neq B_n$). Vector tổng $\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{A_1 A_n}$. C. $\overrightarrow{B_1 B_n}$. D. $\overrightarrow{A_1 B_n}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy điểm O bất kì. Khi đó

$$\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n} = (\overrightarrow{A_1 O} + \overrightarrow{A_2 O} + \dots + \overrightarrow{A_n O}) + (\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n})$$

Vì $\{B_1, B_2, \dots, B_n\} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ nên

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{A_2 B_2} + \dots + \overrightarrow{A_n B_n} = (\overrightarrow{A_1 O} + \overrightarrow{OA_1}) + (\overrightarrow{A_2 O} + \overrightarrow{OA_2}) + \dots + (\overrightarrow{A_n O} + \overrightarrow{OA_n}) = \vec{0}$$

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 51. Cho hai điểm A, B phân biệt. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

- A. M ở vị trí bất kì
B. M là trung điểm của AB
C. Không tìm được M
D. M nằm trên đường trung trực của AB

Lời giải

Đáp án B

Câu 52. Cho đoạn thẳng AB , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M trùng A .
C. M trùng B . D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \text{ là trung điểm } MB.$$

Câu 53. Cho $\triangle ABC$, B . Tìm điểm I để IA và CB cùng phương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. I là trung điểm AB . B. I thuộc đường trung trực của AB .
C. Không có điểm I . D. Có vô số điểm I .

Lời giải

Chọn D

$$IA \text{ và } CB \text{ cùng phương nên } AI \parallel CB. \text{ Suy ra có vô số điểm } I.$$

Câu 54. Cho 2 điểm phân biệt A, B . Tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M thuộc đường trung trực của AB .

C. Không có điểm M . D. Có vô số điểm M .

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} = \vec{0} \text{ (vô lý).}$$

Câu 55. Cho tam giác ABC , M là điểm thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M là trung điểm AB .

B. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

C. M trùng B .

D. A là trung điểm MB .

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \text{ nên } M \text{ là trọng tâm } \triangle ABC.$$

Câu 56. Cho tứ giác $ABCD$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 57. Cho $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Câu 58. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng O .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OC} \text{ suy ra } \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AO} \text{ (} O \text{ là trung điểm } AC \text{) nên } M \text{ trùng } O.$$

Câu 59. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M trùng D .

B. M trùng A .

C. M trùng B .

D. M trùng C .

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, suy ra M trùng D .

Câu 60. Cho $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là điểm thỏa $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M trùng O . B. M trùng A .
C. M trùng B . D. M trùng C .

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{O}$.

Câu 61. Cho tứ giác $PQRN$ có O là giao điểm 2 đường chéo, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{ON}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M trùng P . B. M trùng Q .
C. M trùng O . D. M trùng R .

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR} \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO}$.

Câu 62. Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$

Suy ra M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Câu 63. Cho $\triangle DEF$, tìm M thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MF} = \overrightarrow{ED}$. B. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$. C. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{DF}$. D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

Suy ra M là điểm cuối của vec tơ có điểm đầu là F sao cho $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$.

Câu 64. Cho $\triangle DEF$, M là điểm thỏa $\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{O}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$. B. $\overrightarrow{FD} = \overrightarrow{EM}$. C. $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MF} = \overrightarrow{EM}$. D. $\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{DE}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{MD} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{MF} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{FM} = \overrightarrow{ED}$$

Suy ra $DEFM$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EF}$.

Câu 65. Cho $\triangle ABC$ có O là trung điểm BC , tìm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M trùng A . B. M trùng B .
C. M trùng O . D. M trùng C .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Suy ra M trùng C .

Câu 66. Cho $\triangle ABC$, tìm điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB . B. M là trung điểm BC .
C. M là trung điểm CA . D. M là trọng tâm $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC .

Câu 67. Cho $\triangle ABC$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M trùng A . B. M trùng B .
C. $ACMB$ là hình bình hành. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{CM} - \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA}$$

Suy ra M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM}$.

Câu 68. Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm AB , E là trung điểm BC , điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CM}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{ED}$.
C. M là trung điểm BC . D. $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{BD}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$$

Suy ra M là trung điểm AC . Suy ra $BEMD$ là hình bình hành nên $EM = BD$.

Câu 69. Cho tứ giác $ABCD$, điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm AB .
 B. M là trung điểm BC .
 C. D là trung điểm BM .
 D. M là trung điểm DC .

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{CD}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{BD}$$

Câu 70. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn:

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$$

- A. Điểm N là trung điểm cạnh AB
 B. Điểm C là trung điểm cạnh BN
 C. Điểm C là trung điểm cạnh AM
 D. Điểm B là trung điểm cạnh NC

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{NC} - \overrightarrow{NA}) + \overrightarrow{ND} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DN}$$

$\Rightarrow ACND$ là hình bình hành $\Rightarrow C$ là trung điểm cạnh BN .

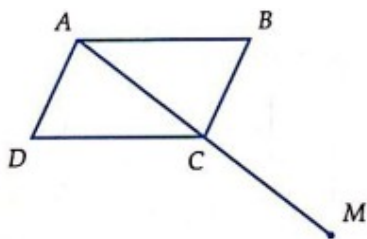
Đáp án B.

Câu 71. Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$.

- A. Điểm M là trung điểm cạnh AC
 B. Điểm M là trung điểm cạnh BD
 C. Điểm C là trung điểm cạnh AM
 D. Điểm B là trung điểm cạnh MC

Lời giải

Đáp án C



$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BA} \Rightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$$

Vậy C là trung điểm của AM

Câu 72. Trên đường tròn $C(O; R)$ lấy điểm cố định A ; B là điểm di động trên đường tròn đó. Gọi M là điểm di động sao cho $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Khi đó tập hợp điểm M là:

- A. đường tròn tâm O bán kính $2R$.
 B. đường tròn tâm A bán kính R

C. đường thẳng song song với OA

D. đường tròn tâm C bán kính $R\sqrt{3}$

Lời giải

Từ giả thiết $\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} \Rightarrow O, A, M, B$ theo thứ tự là các đỉnh của hình bình hành. Do $AM = OB = R \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đường tròn tâm A bán kính R .

Đáp án B.

Câu 73. Cho $\triangle ABC$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\vec{MA} - \vec{MB}| = |\vec{MC}|$ là:

A. một đường tròn tâm C

B. đường tròn tâm I (I là trung điểm của AB)

C. một đường thẳng song song với AB

D. là đường thẳng trung trực của BC

Lời giải

Đáp án A

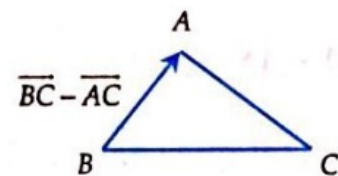
$$|\vec{MA} - \vec{MB}| = |\vec{MC}| \Leftrightarrow |\vec{BA}| = |\vec{MC}|$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm C bán kính AB .

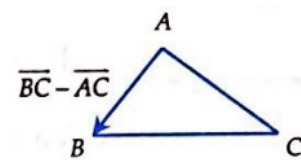
DẠNG 3. TÍNH ĐỘ DÀI VECTƠ

Câu 74. Cho $\triangle ABC$. Vector $\vec{BC} - \vec{AC}$ được vẽ đúng ở hình nào sau đây?

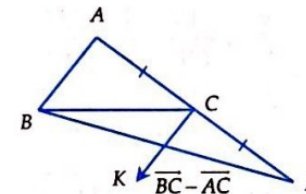
A.



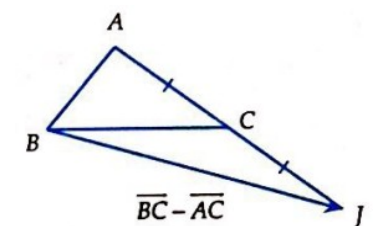
B.



C.



D.



Lời giải

$$\text{Vì } \vec{BC} - \vec{AC} = \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{BA}$$

Đáp án A.

Câu 75. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. Khi đó độ dài $|\vec{BA} + \vec{BC}|$ là:

A. 4

B. 8

C. $2\sqrt{13}$

D. $\sqrt{13}$

Lời giải

Ta có:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4 \Rightarrow AI = 2; |\vec{BA} + \vec{BC}| = 2|\vec{BI}| = 2\sqrt{AB^2 + AI^2} = 2\sqrt{13}$$

Đáp án C.

Câu 76. Cho hình thang cân $ABCD$, có đáy nhỏ và đường cao cùng bằng $2a$ và $\angle ABC = 45^\circ$. Tính $|\vec{CB} - \vec{AD} + \vec{AC}|$.

A. $a\sqrt{3}$

B. $2a\sqrt{5}$

C. $a\sqrt{5}$

D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

$$|\vec{CB} - \vec{AD} + \vec{AC}| = |\vec{CB} + \vec{DA} + \vec{AC}| = |\vec{CB} + \vec{DC}| = |\vec{DB}| = \sqrt{BH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{5}$$

Đáp án B.

- Câu 77.** Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 60° . Biết $|\vec{a}|=6; |\vec{b}|=3$. Tính $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}|$
- A. $3(\sqrt{7}+\sqrt{5})$ B. $3(\sqrt{7}+\sqrt{3})$ C. $6(\sqrt{5}+3)$ D. $\frac{1}{2}(2\sqrt{3}+\sqrt{51})$

Lời giải

Đựng $\vec{OA}=\vec{a}; \vec{OB}=\vec{b}$

Đựng hình bình hành $OACB \Rightarrow \vec{a}+\vec{b}=\vec{OC}; \vec{a}-\vec{b}=\vec{BA}$

$$\Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } B \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$OI = \sqrt{OB^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow OC = \sqrt{63} \Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{a}-\vec{b}| = \sqrt{63} + 3\sqrt{3}$$

Đáp án B.

- Câu 78.** Cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD . Cho $AB=2a$, $CD=a$. Gọi O là trung điểm của AD . Khi đó:

- A. $|\vec{OB}+\vec{OC}|=3a$ B. $|\vec{OB}+\vec{OC}|=a$ C. $|\vec{OB}+\vec{OC}|=\frac{3a}{2}$ D. $|\vec{OB}+\vec{OC}|=0$

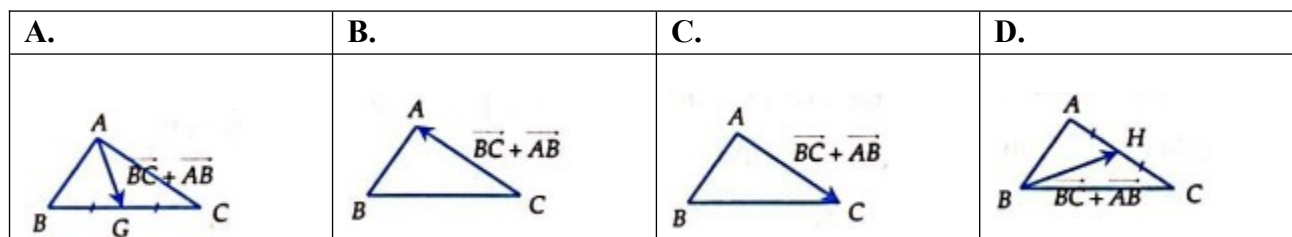
Lời giải

$$|\vec{OB}+\vec{OC}| = |\vec{OA}+\vec{AB}+\vec{OD}+\vec{DC}| = |\vec{AB}+\vec{DC}| \Rightarrow |\vec{AB}|+|\vec{DC}|=3a$$

(vì $\vec{AB}$ và $\vec{DC}$ cùng hướng)

Đáp án A.

- Câu 79.** Cho ΔABC . Vectơ $\vec{BC}+\vec{AB}$ được vẽ đúng ở hình nào dưới đây?



Lời giải

Đáp án C

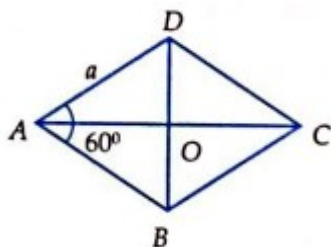
Vì theo quy tắc 3 điểm $\vec{BC}+\vec{AB}=\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$

- Câu 80.** Cho hình thoi $ABCD$ có $\angle BAD=60^\circ$ và cạnh là a . Tính độ dài $|\vec{AB}+\vec{AD}|$.

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $a\sqrt{2}$ D. $2a$

Lời giải

Đáp án A



$$\Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{AC}| = 2AD = a\sqrt{3}$$

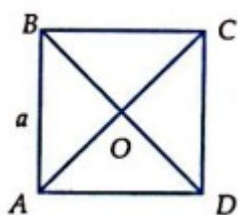
Gọi O là giao của 2 đường chéo

Câu 81. Cho hình vuông ABCD có cạnh là a. O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\vec{OA} - \vec{CB}|$.

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

Đáp án C



$$|\vec{OA} - \vec{CB}| = |\vec{OA} + \vec{BC}| = |\vec{OA} + \vec{AD}| = |\vec{OD}| = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 82. Với $\forall a, b$ độ dài $|a + b|$:

- A. Bao giờ cũng lớn hơn $|a| + |b|$ B. Không nhỏ hơn $|a| + |b|$
C. Bao giờ cũng nhỏ hơn $|a| + |b|$ D. Không lớn hơn $|a| + |b|$

Lời giải

Đáp án D

Theo quy tắc 3 điểm độ dài vector tổng bao giờ cũng nhỏ hơn hoặc bằng tổng độ dài 2 vector thành phần.

Câu 83. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a. Khi đó $|\vec{AC} - \vec{CB} - \vec{AC}|$ bằng:

- A. 0 B. 3a C. a D. $a(\sqrt{3} - 1)$

Lời giải

Đáp án A

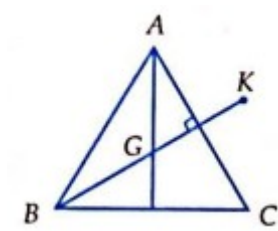
$$|\vec{AC} - \vec{CB} - \vec{AC}| = |\vec{AC} + \vec{BC} + \vec{CA}| = |\vec{AA'}| = 0$$

Câu 84. Cho tam giác ABC đều cạnh a, trọng tâm G. Tính độ dài vector $|\vec{AB} - \vec{GC}|$.

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Đáp án A



$$\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{GC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$$

Gọi K là điểm đối xứng với G qua AC thì

$$= |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AK}| = |\overrightarrow{KB}| = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

- Câu 85.** Cho hình vuông ABCD có cạnh là 3. Tính độ dài $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}|$:
- A. 6 B. $6\sqrt{2}$ C. 12 D. 0

Lời giải

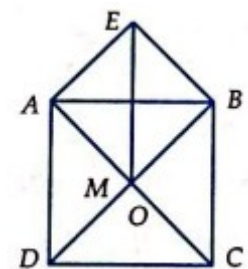
Đáp án A

$$|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}| = |2\overrightarrow{AO} + 2\overrightarrow{OD}| = 2|\overrightarrow{AD}| = 6$$

- Câu 86.** Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O và M là trung điểm AB. Tính độ dài $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$.
- A. a B. 3a C. $\frac{a}{2}$ D. 2a

Lời giải

Đáp án A



Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ và $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

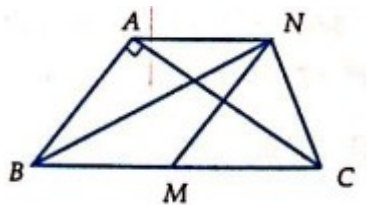
$$\Rightarrow OM = \frac{a}{2} \Rightarrow |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OE}| = AB = a$$

. Gọi E là điểm sao cho OBEA là hình bình hành

- Câu 87.** Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính độ dài vectơ $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}|$.
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Lời giải

Đáp án D



$$\Rightarrow |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{BN}| = BN$$

Dựng hình bình hành $ABMN$

$$NC = AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BN = \sqrt{BC^2 + NC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

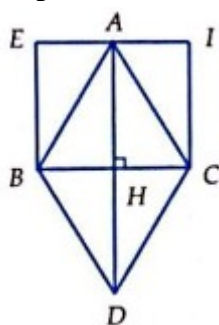
Ta có:

Câu 88. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 3. H là trung điểm của BC . Tìm mệnh đề sai.

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$ B. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$ C. $|\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB}| = 3$ D. $|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = \sqrt{3}$

Lời giải

Đáp án D



$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 3\sqrt{3} \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{HE}| = |\overrightarrow{AB}| = 3 \Rightarrow \text{B đúng.}$$

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{BI}| = \frac{\sqrt{63}}{2} \Rightarrow \text{C đúng.}$$

$$|\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}| = |\overrightarrow{BA}| = 3 \Rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 89. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Độ dài $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ bằng

A. $2a$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc đường chéo hình bình hành, ta có

$$|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

Câu 90. Cho tam giác đều ABC cạnh a , mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|\overrightarrow{AC}| = BC$ B. $\overrightarrow{AC} = a$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ D. $|\overrightarrow{AB}| = a$

Lời giải

Chọn D.

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = a.$$

Câu 91. Cho $\overrightarrow{AB}$ khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$?

- A. Vô số. B. 1 điểm. C. 2 điểm. D. Không có điểm nào.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \Leftrightarrow AB = CD.$$

Suy ra tập hợp các điểm D là đường tròn tâm C bán kính AB .

Câu 92. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\vec{0}$ cùng hướng với mọi vector. B. $\vec{0}$ cùng phương với mọi vector.
C. $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$. D. $|\overrightarrow{AB}| > 0$.

Lời giải

Chọn D.

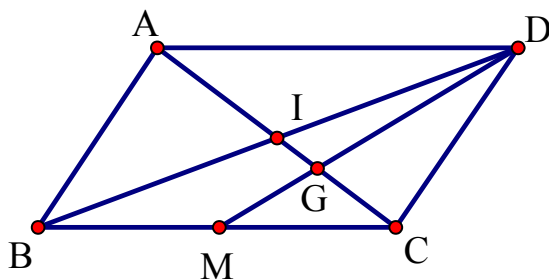
Mệnh đề $|\overrightarrow{AB}| > 0$ là mệnh đề **sai**, vì khi $A \equiv B$ thì $|\overrightarrow{AB}| = 0$.

Câu 93. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm I ; G là trọng tâm tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.
C. $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}|$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DC}$ (vô lý) $\rightarrow$ A sai.

G là trọng tâm tam giác BCD ; A là một điểm nằm ngoài tam giác $BCD \rightarrow$ đẳng thức ở đáp án B đúng.

Ta có $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{BD}|$ và $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}| = |\overrightarrow{DB}|$. Mà $|\overrightarrow{DB}| = |\overrightarrow{BD}| \rightarrow$ đáp án C đúng.

Ta có $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IC}$ đối nhau, có độ dài bằng nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$; tương tự $\Leftrightarrow \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \rightarrow$ đáp án D là đúng.

Câu 94. Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 5$, H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.

- A. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}| = 5$.

C. $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \frac{5\sqrt{7}}{4}$. D. $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \frac{5\sqrt{7}}{2}$.

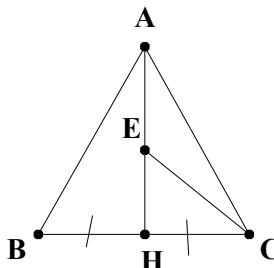
Lời giải

Chọn D.

Gọi M là điểm sao cho $CHMA$ là hình bình hành.

Ta có: $\left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = \left| \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CH} \right| = \left| \overrightarrow{CM} \right| = CM = 2CE$ (E là tâm của hình bình hành $CHMA$).

Ta lại có: $AH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle ABC$ đều, AH là đường cao).



Trong tam giác HEC vuông tại H , có:

$$EC = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{5\sqrt{7}}{4} \Rightarrow \left| \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC} \right| = 2CE = \frac{5\sqrt{7}}{2} .$$

Câu 95. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$. B. $\left| \overrightarrow{AB} \right| = \left| \overrightarrow{CD} \right|$. C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$.

Lời giải

Chọn C.

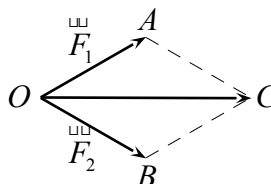
Ta có O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OC}$.

Câu 96. Có hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ đều có cường độ là 50 (N) và chúng hợp với nhau một góc 60° . Hỏi vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng bao nhiêu?

A. 100 (N) . B. $50\sqrt{3} \text{ (N)}$.
C. $100\sqrt{3} \text{ (N)}$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OB}$.

Theo quy tắc hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{OC}$, như hình vẽ.

Ta có $\angle AOB = 60^\circ$, $OA = OB = 50$, nên tam giác OAB đều, suy ra $OC = 50\sqrt{3}$.

Vậy $\left| \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} \right| = \left| \overrightarrow{OC} \right| = 50\sqrt{3} \text{ (N)}$.

Câu 97. Cho tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
 B. $ABCD$ là hình thoi.
 C. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.
 D. $ABCD$ là hình thang cân.

Lời giải

Chọn **D**.

Tứ giác $ABCD$ có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành ⁽¹⁾, nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Mà $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $ABCD$ là hình thoi nên $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{BC}|$.

Câu 98. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.
 B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
 C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$.
 D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.

Lời giải

Chọn **A**.

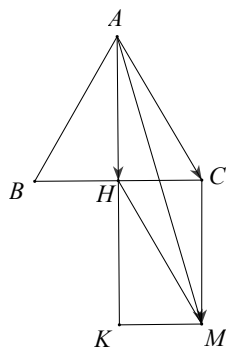
Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành. Tam giác ABC vuông cân tại A suy ra $ABDC$ là hình vuông. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = 2AM = BC = a\sqrt{2}$.

Câu 99. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có AH là đường trung tuyến. Tính $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}|$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 B. $2a$.
 C. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$.
 D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn **C**.



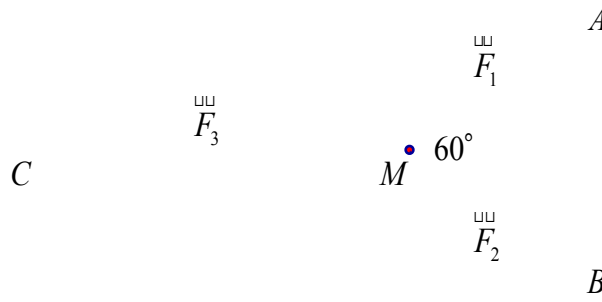
Dựng $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AH} \Rightarrow AHMC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AM} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AH}| = AM$.

Gọi K đối xứng với A qua $BC \Rightarrow \Delta AKM$ vuông tại K .

$$AK = 2AH = a\sqrt{3}; \quad KM = CH = \frac{a}{2}.$$

$$AM = \sqrt{AK^2 + KM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$

Câu 100. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$, $\vec{F}_3 = \vec{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\angle AMB = 60^\circ$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F}_3$ là

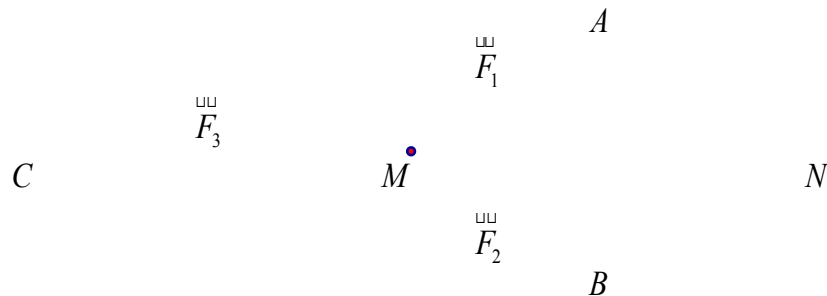


- A. $25\sqrt{3}\text{ N}$ B. $50\sqrt{3}\text{ N}$ C. $50\sqrt{2}\text{ N}$ D. $100\sqrt{3}\text{ N}$

Lời giải

Chọn A.

Vật đứng yên nên ba lực đã cho cân bằng. Ta được $\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.



Dựng hình bình hành $AMBN$. Ta có $-\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = -\vec{MA} - \vec{MB} = -\vec{MN}$.

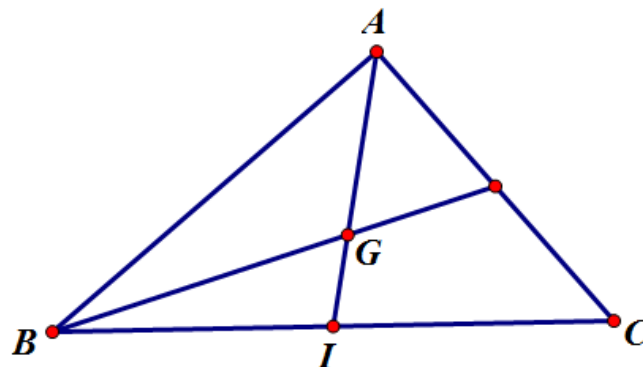
Suy ra $|\vec{F}_3| = |\vec{MN}| = MN = \frac{2\sqrt{3}MA}{2} = 25\sqrt{3}$.

Câu 101. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, I là trung điểm BC . Tìm khẳng định sai.

- A. $|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = |\vec{IA}|$ B. $|\vec{IB} + \vec{IC}| = |\vec{BC}|$
 C. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2|\vec{AI}|$ D. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 3|\vec{GA}|$

Lời giải

Chọn B.



$|\vec{IB} + \vec{IC} + \vec{IA}| = |\vec{0} + \vec{IA}| = |\vec{IA}| = |\vec{IA}|$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở A đúng.

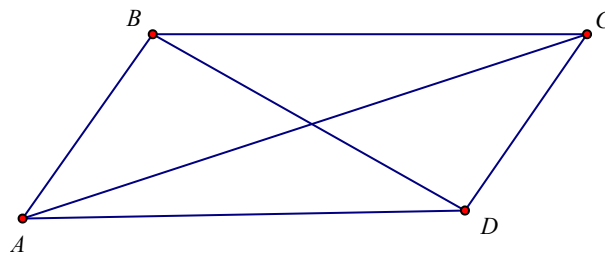
$\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{AD} \right| = AD = 2AI$ (Gọi D là điểm thỏa $ABDC$ là hình bình hành, I là trung điểm BC) nên khẳng định ở C đúng.
 $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \right| = 2AI = 3GA$ (Do G là trọng tâm tam giác ABC) nên khẳng định ở D đúng.
 $\left| \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} \right| = \left| \vec{0} \right| = 0$ (Do I là trung điểm BC) nên khẳng định ở B sai.

Câu 102. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\left| \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{BD} \right|$.
 B. $\left| \overrightarrow{BC} \right| = \left| \overrightarrow{DA} \right|$.
 C. $\left| \overrightarrow{AD} \right| = \left| \overrightarrow{BC} \right|$.
 D. $\left| \overrightarrow{AB} \right| = \left| \overrightarrow{CD} \right|$.

Lời giải

Chọn A.



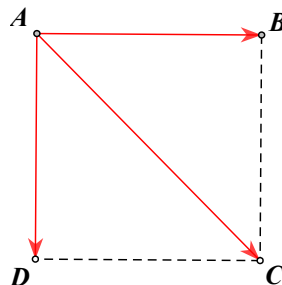
Ta có $\left| \overrightarrow{AC} \right| = \left| \overrightarrow{BD} \right|$ là đẳng thức sai vì độ dài hai đường chéo của hình bình hành không bằng nhau.

Câu 103. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $2a$. Tính $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right|$.

- A. $4a\sqrt{2}$.
 B. $4a$.
 C. $2a\sqrt{2}$.
 D. $2a$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \right| = \left| \overrightarrow{AC} \right| = AC = 2a\sqrt{2}$.

Câu 104. Cho tam giác ABC đều, cạnh $2a$, trọng tâm G . Độ dài vector $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
 B. $\frac{2a}{3}$.
 C. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.
 D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB} - (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{GB} - (-\overrightarrow{GB})$ vì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Khi đó $\left| \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC} \right| = \left| \overrightarrow{GE} \right| = 2GB = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$ (E đối xứng với G qua M).

Câu 105. Tam giác ABC thỏa mãn: $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB} - \vec{AC}|$ thì tam giác ABC là

- A. Tam giác vuông A . B. Tam giác vuông C .
C. Tam giác vuông B . D. Tam giác cân tại C .

Lời giải

Chọn A.

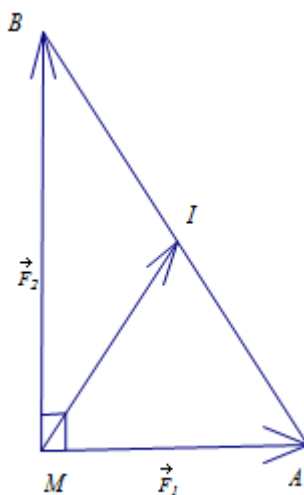
Gọi E là trung điểm BC , M là điểm thỏa $ABCM$ là hình bình hành. Ta có
 $|\vec{AB} + \vec{AC}| = |\vec{AB} - \vec{AC}| \Leftrightarrow |\vec{AM}| = |\vec{CB}| \Leftrightarrow AE = \frac{1}{2}BC$. Trung tuyến kẻ từ A bằng một nửa cạnh BC nên tam giác ABC vuông tại A .

Câu 106. Cho hai lực $\vec{F}_1 = \vec{MA}$, $\vec{F}_2 = \vec{MB}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M cường độ hai lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ lần lượt là $300(N)$ và $400(N)$. $\angle AMB = 90^\circ$. Tìm cường độ của lực tổng hợp tác động vào vật.

- A. $0(N)$. B. $700(N)$. C. $100(N)$. D. $500(N)$.

Lời giải

Chọn D.



Cường độ lực tổng hợp của $|\vec{F}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = |\vec{MA} + \vec{MB}| = 2|\vec{MI}| = AB$ (I là trung điểm của AB).

Ta có $AB = \sqrt{MA^2 + MB^2} = 500$ suy ra $|\vec{F}| = 500(N)$.