

BÀI 15. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

CHƯƠNG 5. GIỚI HẠN

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ hay $u_n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 1. Xét dãy số $u_n = \frac{1}{n^2}$. Giải thích vì sao dãy số này có giới hạn là 0.
Giải

Dãy số này có giới hạn là 0, bởi vì $|u_n| = \frac{1}{n^2}$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý khi n đủ lớn.

Chẳng hạn, để $|u_n| < 0,0001$ tức là $\frac{1}{n^2} < 10^{-4}$, ta cần $n^2 > 10000$ hay $n > 100$. Như vậy, các số hạng của dãy kể từ số hạng thứ 101 đều có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 0,0001.

Chú ý. Từ định nghĩa dãy số có giới hạn 0, ta có các kết quả sau:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$ với k là một số nguyên dương;
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ nếu $|q| < 1$;
- Nếu $|u_n| \leq v_n$ với mọi $n \geq 1$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a khi n dần tới dương vô cực nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ hay $u_n \rightarrow a$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 2. Xét dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.
Giải

Ta có $u_n - 2 = \frac{2n+1}{n} - 2 = \frac{(2n+1) - 2n}{n} = \frac{1}{n} \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Do vậy $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.

Chú ý. Nếu $u_n = c$ (c là hằng số) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = c$.
 $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ khi và chỉ khi $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.

2. ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

Tổng quát, ta có các quy tắc tính giới hạn sau đây:

- a) Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = b$ thì
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = a + b; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = a - b;$$
- $$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n) = a \cdot b; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b} \quad (b \neq 0).$$
- b) Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ thì $a \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$.

Ví dụ 3. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1}$

Giải

Để tính giới hạn của dãy số dạng phân thức, ta chia cả tử thức và mẫu thức cho lũy thừa cao nhất của n , rồi áp dụng các quy tắc tính giới hạn

Áp dụng các quy tắc tính giới hạn, ta được

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{2}.$$

3. TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với công bội q . Khi đó $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$.

Vì $|q| < 1$ nên $q^n \rightarrow 0$ khi $n \rightarrow +\infty$. Do đó, ta có

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{u_1}{1 - q} - \left(\frac{u_1}{1 - q} \right) q^n \right] = \frac{u_1}{1 - q}.$$

Giới hạn này được gọi là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) , và kí hiệu là $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$

$$S = \frac{u_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

Như vậy

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$$

Ví dụ 4. Tính tổng

Giải

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$ và $q = -\frac{1}{2}$.

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$$

Do đó

Ví dụ 5. Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,222\dots$ dưới dạng phân số.

Giải

Ta có $2,222\dots = 2 + 0,2 + 0,02 + 0,002 + \dots = 2 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3} + \dots$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 2, q = 10^{-1}$ nên

$$2,222\dots = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{2}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{20}{9}.$$

4. GIỚI HẠN VÔ CỰC CỦA DÃY SỐ

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$, kí hiệu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ hay $u_n \rightarrow -\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$.

Theo định nghĩa trên, ta có:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$, với k là số nguyên dương;

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$, với $q > 1$.

Liên quan đến giới hạn vô cực của dãy số, ta có một số quy tắc sau đây:

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ (hoặc $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$) thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$.

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = +\infty$.

Ví dụ 6. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n)$.

Giải

Ta có $n^2 - 2n = n^2 \left(1 - \frac{2}{n}\right)$. Hơn nữa $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right) = 1$.

Do đó, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 2n) = +\infty$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1: Dãy số có giới hạn 0

Câu 1. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Nhận biết dãy số có giới hạn là 0

Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$.

a) Biểu diễn năm số hạng đầu của dãy số này trên trục số.

b) Bắt đầu từ số hạng nào của dãy, khoảng cách từ u_n đến 0 nhỏ hơn 0,01?

Câu 2. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} = 0$.

Câu 3. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n + (-1)^n}{n}$. Xét dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 1$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

Câu 4. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

a. $u_n = \frac{(-1)^n \cdot \cos n}{n^4}$

b. $\frac{(-1)^n \sin^2(2n-1)}{\sqrt[3]{n^2}}$

c. $\frac{1}{n(2n+3)}$

d. $\frac{(-1)^n \sin n + 1}{n^2}$

Câu 5. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

a. $u_n = (0,99)^{2n}$

b. $u_n = \frac{(-1)^n \cdot \cos(n+1)}{2n+1}$

c. $u_n = \frac{(\cos(2n-1))^{2n}}{5^n}$

d. $u_n = \frac{2 \cdot \sin n^2}{n^4 + 1}$

Câu 6. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0

Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n}{3^n}$

a. Chứng minh rằng: $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{2}{3}$ với mọi n

b. Chứng minh rằng: $u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

c. Chứng minh dãy số có giới hạn 0

Câu 7. Chứng minh rằng hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với $u_n = \frac{1 + \cos n^2}{2n+1}$; $v_n = \frac{n + \sin 2n}{n^2 + n}$ có giới hạn 0

Câu 8. Chứng minh rằng các dãy số (u_n) sau đây có giới hạn 0

a. $u_n = \frac{\sqrt{5^n}}{3^n + 1}$ b. $u_n = \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} - \frac{1}{3^{n+1}}$ c. $u_n = \frac{n + \cos \frac{n\pi}{5}}{n\sqrt{n} + \sqrt{n}}$ d. $\frac{\sin n}{n\sqrt{n} + 1}$

Câu 9. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0 : $u_n = \frac{n^n (n+2)^n}{(2n+2)^{2n}}$

Câu 10. Chứng minh rằng:

a. $\lim 2(\sqrt{n^2 + 1} - n) = 0$ b. $\lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$

Câu 11. Chứng minh rằng dãy số sau có giới hạn là 0 : $u_n = \frac{15^n}{2^n (9^n + 25^n)}$

Dạng 2. Dãy số có giới hạn hữu hạn

Câu 12. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3 \cdot 2^n - 1}{2^n}$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.

Câu 13. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một quả bóng cao su được thả từ độ cao $5m$ xuống một mặt sàn. Sau $\frac{2}{3}$ độ cao trước đó. Giả sử rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này tiếp diễn vô hạn lần. Giả sử u_n là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng sau lần nảy lên thứ n . Chứng minh rằng dãy số (u_n) có giới hạn là 0.

Câu 14. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hai dãy số không âm (u_n) và (v_n) với $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 3$. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n^2}{v_n - u_n}$;
b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 2v_n}$.

Câu 15. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$;
b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$.

Câu 16. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) với $u_n = 2 + \frac{1}{n}$, $v_n = 3 - \frac{2}{n}$.

Tính và so sánh: $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n)$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

Câu 17. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2n^2+1}}{n+1}$.

Câu 18. Cho dãy số (v_n) với $v_n = \frac{1}{n^3} + 2$. Bằng định nghĩa hãy chứng minh rằng $\lim v_n = 2$.

Câu 19. Chứng minh rằng: $\lim \left(\left(\frac{2}{5} \right)^n + 5 \right) = 5$

Câu 20. Chứng minh rằng $\lim \frac{6n+2}{n+5} = 6$

Câu 21. Chứng minh: $\lim \frac{1-2n}{\sqrt{n^2+1}} = -2$.

Câu 22. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{n+1}{n^2-2}$ b. $\lim \frac{n(n+1)}{(n+4)^3}$ c. $\lim \frac{3n^3-2n+5}{2n^2+5n-3}$ d. $\lim \frac{2n^3}{n^4+3n^2+1}$.

Câu 23. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{3^n-4^n+5^n}{3^n+4^n-5^n}$ b. $\lim \frac{1+3^n}{4+3^n}$ c. $\lim \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$ d. $\lim \frac{4^{n+1} + 6^{n+2}}{5^n + 8^n}$.

Câu 24. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{1 - \sin n\pi}{n+1}$ b. $\lim \frac{\sin 10n + \cos 10n}{n^2+2n}$.

Câu 25. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{n\sqrt{n}-1}{n+n\sqrt{n}}$ b. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^2}+2}{n+\sqrt{n}}$ c. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3+3n^2+2}}{\sqrt{n^2-4n+5}}$.

Câu 26. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \sqrt[3]{\frac{8n^2-3n}{n^2}}$ b. $\lim \frac{2n^2-3n-1}{-n^2+2}$ c. $\lim (n-1-\sqrt{n^2+1})$.

Câu 27. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{2n^3+2n-1}{3n^3-n+3}$ b. $\lim \frac{\sqrt{n^2+n}+n}{\sqrt{4n^2+1}+n-1}$ c. $\lim \frac{4+2^n+3^{n+2}}{(-2)^{n+1}+5 \cdot 3^n}$ d. $\lim (\sqrt{n^2+2n+3}-n)$.

Câu 28. Tìm các giới hạn sau:

a. $u_n = \frac{2n^5-7n^2-3}{n-3n^5}$ b. $u_n = \frac{2n^2-n+4}{\sqrt{2n^4-n^2+1}}$ c. $u_n = \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$.

Câu 29. Tìm các giới hạn sau:

$$a. u_n = \frac{n^3 - n^2 \sin 3n - 1}{2n^4 - n^2 + 7}$$

$$b. u_n = \frac{5 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$$

$$c. u_n = \sqrt{\frac{n^6 + 3n^3 - 3}{2n^6 + n^5 + 2}}$$

Câu 30. Tìm giới hạn:

$$a) \lim(\sqrt{4n^2 + 5n} - 2n)$$

$$b) \lim(\sqrt{2n+1} - \sqrt{n})$$

$$c) \lim(3n - \sqrt{9n^2 + 1})$$

$$d) \lim(\sqrt[3]{n^3 - 2n} - n)$$

Câu 31. Tìm giới hạn:

$$a) \lim(n - \sqrt{n^2 + 2n - 3})$$

$$b) \lim(\sqrt{n^2 + 2n - 1} - n + 1)$$

$$\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 2n} - n + 1}{\sqrt{9n^2 + n} - 2n}$$

Câu 32. Tìm giới hạn:

Câu 33. Tìm giới hạn:

$$a) \lim(3n - 5 - \sqrt{9n^2 + 1})$$

$$b) \lim(\sqrt[3]{8n^3 + 1} - \sqrt{4n^2 - n + 5})$$

Câu 34. Tìm giới hạn:

$$a) \lim(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n)$$

$$b) \lim(\sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n})$$

Câu 35. Tìm giới hạn:

$$a) \lim(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 2})$$

$$b) \lim \frac{\sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}{n}$$

$$c) \lim(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n)$$

Câu 36. Tìm giới hạn

$$a. \lim \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{n^2} \right]$$

$$b. \lim \left[1 - 0,1 + 0,1^2 - 0,1^3 + \dots + (-1)^n \cdot 0,1^n \right]$$

Câu 37. Tìm giới hạn

$$a. \lim \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2},$$

$$b. \lim \frac{n\sqrt{2 + 4 + \dots + 2n}}{3n^2 + n - 2}$$

$$c. \lim \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 + 3n}$$

Câu 38. Tìm giới hạn

$$a. \lim \left[\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} \right]$$

$$b. \lim \left[\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{(n+1)}} \right]$$

Câu 39. Tìm giới hạn

a. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^3+1} + n\sqrt{n}}{n\sqrt{n^2+1}}$

b. $\lim \frac{\sqrt{3n^2-4}}{3n+2}$

c. $\lim \frac{\sqrt[3]{3n^3+n^2+n+2}}{\sqrt{4n^2-4n+5}}$

d. $\lim \frac{n(n+1)}{(n+4)^3}$

Câu 40. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

Câu 41. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \end{cases}$

Tính $\lim \frac{u_n}{5n+2020}$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 43. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{(n+2)u_n + 2}{n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính giới hạn $\lim \frac{u_n}{n^2}$.

Câu 44. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Tính $\lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018}n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018}n}}}$.

Câu 45. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2^n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính $\lim(u_n - 2)$

Câu 46. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \cdot 2^{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính $\lim \frac{u_n}{(2n+1)2^{n-1}}$

Câu 47. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2nu_n}{n+3}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Tính $L = \lim \left(\frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{2^2} + \dots + \frac{u_n}{2^n} \right)$

Câu 48. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 49. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = \frac{2u_n u_{n+1}}{u_n + u_{n+1}}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 50. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \frac{3}{u_n + 2}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 51. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{3 - \sqrt{3 + u_n}}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 52. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 + \frac{1}{3}u_n; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 53. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 54. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{6 + u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Câu 55. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2(2u_n + 1)}{u_n + 3}; \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

 Tính $\lim u_n$.

Câu 56. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^3 + 12u_n}{3u_n^2 + 4}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tính giới hạn của dãy (u_n) .

Dạng 3: Dãy số có giới hạn vô hạn

Câu 57. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một loại vi khuẩn được nuôi cấy với số lượng ban đầu là 50. Sau mỗi chu kì 4 giờ, số lượng của chúng sẽ tăng gấp đôi.

- a) Dự đoán công thức tính số vi khuẩn u_n sau chu kì thứ n .
b) Sau bao lâu, số lượng vi khuẩn sẽ vượt con số 10000 ?

Câu 58. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n - \sqrt{n})$.

Câu 59. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tìm giới hạn của các dãy số cho bởi:

- a) $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n - 1}$;
b) $v_n = \sqrt{2n^2 + 1} - n$.

Câu 60. Tìm giới hạn

- a. $\lim (n^3 + n^2 + n + 1)$
b. $\lim (-n^2 + n\sqrt{n} - 1)$
c. $\lim (n - \sin 2n)$
d. $\lim \frac{1}{n + \cos^2 n}$

Câu 61. Tìm giới hạn

- a. $\lim (\sqrt[3]{1 + 2n} - n^3 - n)$
b. $\lim (n + \sqrt{n^2 - n + 1})$

Câu 62. Tìm giới hạn

- a. $\lim \frac{n^5 + n^4 - n - 2}{4n^3 + 6n^2 + 9}$
b. $\lim \frac{\sqrt[3]{n^6 - 7n^3 - 5n + 8}}{n + 12}$
c. $\lim \frac{n\sqrt{n} + \sqrt[3]{n^2 + 2} + n^3}{n^2 + n\sqrt{n} - 12}$
d. $\lim \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^2 + 3n\sqrt{n} + 2}$

Câu 63. Tìm giới hạn

- a. $\lim \frac{3^n - 4^{n+1}}{2^{n+3} + 3^n}$
b. $\lim \sqrt{2^n - n + 1}$
c. $\lim (4^n + 2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n - 1)$

Câu 64. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

- a. $u_n = -n^4 - 50n + 11$
b. $u_n = \sqrt[3]{7n^2 - n^3}$
c. $u_n = \sqrt{5n^2 - 3n + 7}$
d. $u_n = \sqrt{2n^3 + n^2 - 2}$

Câu 65. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

- a. $u_n = \frac{3n - n^3}{2n + 15}$
b. $u_n = \frac{\sqrt{2n^4 - n^2 + 7}}{4n + 5}$
c. $u_n = \frac{2n^2 - 15n + 11}{\sqrt{3n^2 - n + 3}}$
d. $u_n = \frac{(2n + 1)(1 - 3n)}{\sqrt[3]{n^3 + 7n^2 - 5}}$

Câu 66. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim (1,001)^n$

b. $\lim (3 \cdot 2^n - 5^{n+1} + 10)$

c. $\lim \frac{3^n - 11}{1 + 7 \cdot 2^n}$

d. $\lim \frac{2^{n+1} - 2 \cdot 5^n + 3}{3 \cdot 2^n + 7 \cdot 4^n}$

Câu 67. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}}$

Câu 68. Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim \frac{2n - 3^n}{n + 2^n}$

b. $\lim (100n - 7 - 2^n)$

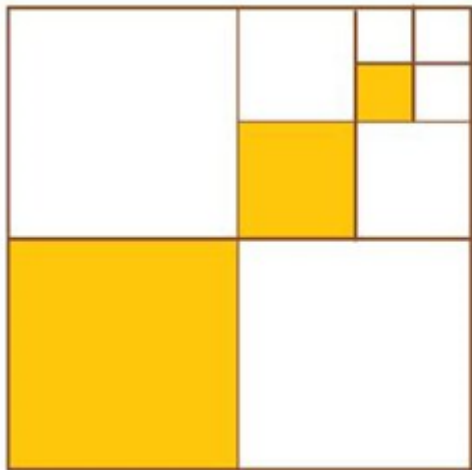
Câu 69. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) với

a. $u_n = \frac{2^{n+1} - 3^n + 11}{3^{n+2} + 2^{n+3} - 4}$

b. $u_n = \frac{13 \cdot 3^n - 5n}{3 \cdot 2^n + 5 \cdot 4^n}$

Dạng 4. Tính tổng của dãy số

Câu 70. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho hình vuông cạnh 1 (đơn vị độ dài). Chia hình vuông đó thành bốn hình vuông nhỏ bằng nhau, sau đó tô màu hình vuông nhỏ góc dưới bên trái (H.5.2).



Hình 5.2

Lặp lại các thao tác này với hình vuông nhỏ góc trên bên phải. Giả sử quá trình trên tiếp diễn vô hạn lần. Gọi $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ lần lượt là độ dài cạnh của các hình vuông được tô màu.

a) Tính tổng $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

b) Tìm $S = \lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

$$S = 2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{49} + \dots + \frac{2}{7^{n-1}} + \dots$$

Câu 71. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Tính tổng

Câu 72. (SGK-KNTT 11-Tập 1) (Giải thích nghịch lý Zeno)

Để đơn giản, ta giả sử Achilles chạy với vận tốc 100 km/h , vận tốc của rùa là 1 km/h và khoảng cách ban đầu $a = 100 \text{ (km)}$.

a) Tính thời gian $t_1, t_2, \dots, t_n, \dots$ tương ứng để Achilles đi từ A_1 đến A_2 , từ A_2 đến $A_3, \dots$, từ A_n đến $A_{n+1}, \dots$

b) Tính tổng thời gian cần thiết để Achilles chạy hết các quãng đường $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_{n+1}, \dots$, tức là thời gian cần thiết để Achilles đuổi kịp rùa.

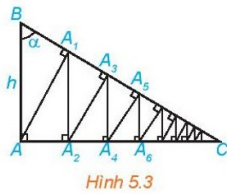
c) Sai lầm trong lập luận của Zeno là ở đâu?

Câu 73. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau đây dưới dạng phân số:

- a) $1,(12) = 1,121212\ldots$
 b) $3,(102) = 3,102102102\ldots$

Câu 74. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Một bệnh nhân hàng ngày phải uống một viên thuốc $150mg$. Sau ngày đầu, trước mỗi lần uống, hàm lượng thuốc cũ trong cơ thể vẫn còn 5% . Tính lượng thuốc có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 5. Ước tính lượng thuốc trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian dài.

Câu 75. (SGK-KNTT 11-Tập 1) Cho tam giác vuông ABC vuông tại A , có $AB = h$ và góc B bằng α (H.5.3).



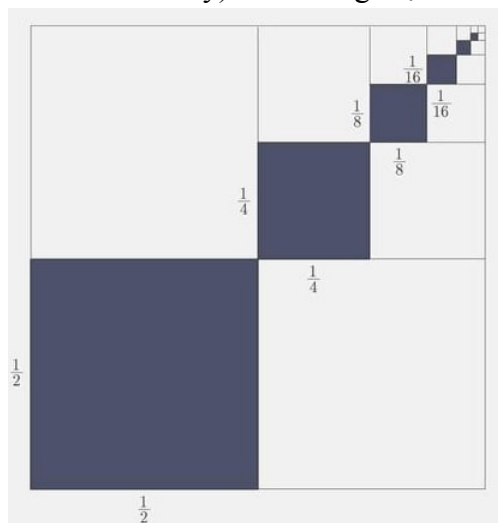
Hình 5.3

Từ A kẻ $AA_1 \perp BC$, từ A_1 kẻ $A_1A_2 \perp AC$, sau đó lại kẻ $A_2A_3 \perp BC$. Tiếp tục quá trình trên, ta được đường gấp khúc vô hạn $AA_1A_2A_3\ldots$. Tính độ dài đường gấp khúc này theo h và α .

Câu 76. Cho hình vuông cạnh bằng a . Người ta lấy bốn trung điểm các cạnh của hình vuông trên để được hình vuông nhỏ hơn nằm bên trong hình vuông bên ngoài. Quy trình làm như vậy diễn ra tới vô hạn. Tính diện tích tất cả hình vuông có trong bài toán.

Câu 77. Tìm số hạng đầu và công bội của một cấp số nhân lùi vô hạn, biết rằng tổng của cấp số nhân đó là $\frac{3}{4}$, hiệu của số hạng đầu và số hạng thứ hai là $\frac{3}{4}$ và số hạng đầu là một số dương.

Câu 78. Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, ..., n, ... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quy trình tô màu của chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



Câu 79. Từ độ cao 63m của tháp nghiêng Pi-sa ở Italia, người ta thả một quả bóng cao su xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt được ngay trước đó. Tính độ dài hành trình của quả bóng từ thời điểm ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất.

- Câu 80.** Tính tổng $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$
- Câu 81.** Cho tổng: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Tính S_{30}
- Câu 82.** Cho tổng $S_n = \frac{5}{1.2} + \frac{5}{2.3} + \frac{5}{3.4} + \dots + \frac{5}{n(n+1)}$. Tính $S_4^2 + S_6^2$
- Câu 83.** Cho tổng: $S = \frac{9-1}{9} + \frac{9^2-1}{9^2} + \frac{9^3-1}{9^3} + \dots + \frac{9^9-1}{9^9}$. Tính $8S$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?
- A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n v_n) = +\infty$.
- B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$.
- C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.
- D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.
- Câu 2.** Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,
- A. $P = \frac{212}{99}$ B. $P = \frac{213}{100}$ C. $P = \frac{211}{100}$ D. $P = \frac{211}{99}$.
- Câu 3.** Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.
- B. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- D. Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 4.** Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng
- A. 1 . B. 0 . C. $-\infty$. D. $+\infty$.
- Câu 5.** Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?
- (I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương.
- (II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.
- (III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$. C. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. D. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 3n^2}$.

Câu 18. Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{2n^2 + 3n + 1}$

A. $I = -\infty$. B. $I = 0$. C. $I = +\infty$. D. $I = 1$.

Câu 19. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - n}{n + 1}$ bằng

A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 20. Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 2}{3n + 1}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -2. D. 1.

Câu 21. Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{n + 3}$.

A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n}{3n + 1}$ bằng?

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 23. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 2017}{3n + 2018}$.

A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{2017}{2018}$. D. $I = 1$.

Câu 24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 19n}{18n + 19}$ bằng

A. $\frac{19}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{19}$.

Câu 25. Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

A. $\frac{1}{n}$. B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $\frac{n+1}{n}$. D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{2n^2 + 1}$ bằng

A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 27. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2018}{2n + 1}$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 4. C. 2. D. 2018.

Câu 28. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. 2. B. 8. C. 1. D. 4.

- A. 3. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 40. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.

- A. 2. B. $-\frac{1}{2}$. C. 4. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 41. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \frac{1}{n+1}$; $v_n = \frac{3}{n+3}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$.

- A. 0. B. 3. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 42. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

- A. 2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 43. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2)^n$.

Câu 44. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 45. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $(0,999)^n$. B. $(-1)^n$. C. $(-1,0001)^n$. D. $(1,2345)^n$.

Câu 46. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là

- A. $+\infty$. B. 100. C. $\frac{1}{100}$. D. 0.

Câu 47. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3^n - 4^n)$ là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

Câu 48. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3.2^{n+1} - 2.3^{n+1}}{4 + 3^n}$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $\frac{6}{5}$. D. -6.

Câu 49. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2.2017^n}{2016^n + 2018^n}$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2.2018^n}{2016^n + 2017^{n+1}}$.
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2.2018^n}{2017^n + 2018^n}$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2.2018^{n+1} - 2018}{2016^n + 2018^n}$.

Câu 50. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{2.2^n + 3}$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.**2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi****Câu 51.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

A. 2018.

B. 2012.

C. 2019.

D. 2011.

Câu 52. Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n})$.A. $T = 0$.B. $T = \frac{1}{4}$.C. $T = \frac{1}{8}$.D. $T = \frac{1}{16}$.**Câu 53.** Tính giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n + \sin n}{n^2 + 1}$.

A. 1.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $-\infty$.**Câu 54.** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. $+\infty$.

D. 0.

Câu 55. Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng:A. $\frac{4}{9}$.B. $\frac{4}{3}$.

C. 0.

D. 4.

Câu 56. Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + n^2 + 1}{2018 - 3n^3}$.A. $\frac{1}{2018}$.

B. -3.

C. $+\infty$.D. $-\frac{1}{3}$.**Câu 57.** Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 58. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?A. $0 < a < 2$.B. $0 < a < \frac{1}{2}$.C. $-1 < a < 0$.D. $1 < a < 3$.**Câu 59.** Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính $a.b$

A. 192

B. 68

C. 32

D. 128

Câu 60. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12.

B. -2.

C. 0.

D. -6.

Câu 61. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\lim u_n = 0$.

B. $\lim u_n = \frac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

D. $\lim u_n = 1$.

Câu 62. Giới hạn $\lim \frac{1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2}{n^3+2n+7}$ có giá trị bằng?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 63. $\lim \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Câu 64. $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 65. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1

Câu 66. Tìm $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$.

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{n}$.

D. 0.

Câu 67. Tính giới hạn: $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \right]$.

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 68. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 69. Tính $\lim (-2n^{2019} + 3n^{2018} + 4)$?

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. 2019.

Câu 70. $\lim (2-3n)^4 (n+1)^3$ là:

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 81

D. 2

Câu 71. Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$

A. $L = +\infty$. B. $L = 0$. C. $L = \frac{1}{3}$. D. $L = -\infty$.

Câu 72. Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{-2 + 3n - 2n^3}{3n - 2}$

A. $\frac{-2}{3}$. B. $-\infty$. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 73. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1. B. $+\infty$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. 0.

Câu 74. $\lim \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 75. Cho $I = \lim \frac{\sqrt{4n^2+5} + n}{4n - \sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I = 1$. B. $I = \frac{5}{3}$. C. $I = -1$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 76. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$

A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 77. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+1}$

A. $\frac{1}{2}$. B. $+\infty$. C. 1. D. $-\infty$.

Câu 78. Tính $\lim \sqrt{\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Câu 79. $\lim (\sqrt{n^2-3n+1} - n)$ bằng

A. -3. B. $+\infty$. C. 0. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 80. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

A. $\lim \frac{3^{n+1} + 2n}{5 + 3^n}$. B. $\lim \frac{3n^2 + n}{4n^2 - 5}$.

C. $\lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 1} \right)$.

D. $\lim \frac{2n^3 + 3}{1 + 2n^2}$.

Câu 81. Giới hạn $\lim \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n+3})$ bằng

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 82. Tính giới hạn $\lim (n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 83. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim (\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 84. Tính $I = \lim \left[n (\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}) \right]$.

A. $I = +\infty$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = 1,499$.

D. $I = 0$.

Câu 85. Tính $\lim n (\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n})$.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 86. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{9n^2 + 2n - 1} - \sqrt{4n^2 + 1})$.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 87. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{4n^2 + n + 1} - 9n)$.

A. $+\infty$.

B. -7.

C. $-\infty$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 88. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 + 2})$.

A. $+\infty$.

B. -7.

C. $-\infty$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 89. Tính giới hạn $L = \lim (\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25)$.

A. $+\infty$.

B. -7.

C. $\frac{53}{2}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 90. Tính giới hạn $L = \lim \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$.

A. $+\infty$.

B. -7.

C. $\frac{53}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 91. Tính giới hạn sau $L = \lim (\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1})$.

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. 0 .

$$L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3} \right)$$

Câu 92. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

$$L = \lim \left(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 4} - 2n + 6 \right)$$

Câu 93. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. $\frac{25}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

$$L = \lim \left(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1 \right)$$

Câu 94. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. -1 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

$$L = \lim \left(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2 \right)$$

Câu 95. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. 2 . C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

$$L = \lim \left(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n - 1 \right)$$

Câu 96. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $-\frac{5}{3}$.

$$L = \lim \left(\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt[3]{n^6 + 1} \right)$$

Câu 97. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{5}{3}$.

$$L = \lim \left(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2} \right)$$

Câu 98. Tính giới hạn

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 99. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{4}{e} \right)^n$. B. $\left(\frac{1}{3} \right)^n$. C. $\left(\frac{5}{3} \right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3} \right)^n$.

Câu 100. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

$$S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$$

Câu 101. Tổng vô hạn sau đây có giá trị bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 3 . C. 4 . D. 2 .

Câu 102. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

A. $\frac{63}{20}$.

B. $\frac{142}{45}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{7}{2}$.

Câu 103. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 104. Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$. Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 0.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 105. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 4$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 12$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$.

Câu 106. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n}$.

A. $L = \frac{1}{3}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Câu 107. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

C. $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 108. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$, xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \cdot \dots \cdot f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \cdot \dots \cdot f(2n)}$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n}$.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3, \forall n \geq 1$. Biết

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2019} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị $S = a + b - c$.

A. $S = -1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2017$.

D. $S = 2018$.

Câu 110. Dãy số (u_n) nào sau đây có giới hạn khác số 1 khi n dần đến vô cùng?

A. $u_n = \frac{(2017 - n)^{2018}}{n(2018 - n)^{2017}}$.

B. $u_n = n(\sqrt{n^2 + 2018} - \sqrt{n^2 + 2016})$.

$$\text{C. } \begin{cases} u_1 = 2017 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad \text{D. } u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

Câu 111. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $u_1 = 2016; u_{n-1} = n^2(u_{n-1} - u_n)$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$, tìm giới hạn của dãy số (u_n) .

- A. 1011. B. 1010. C. 1008. D. 1009.

Câu 112. Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1, 2, \dots$ Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 113. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ 3\sqrt{4u_{n+1}+1} = \sqrt{4u_n+1} + 4, (n \in \mathbb{N}^*) \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 114. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$, khi đó $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n}$

- A. Không xác định. B. $L = +\infty$. C. $L = -\frac{5}{6}$. D. $L = 0$.

Câu 115. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

- A. $S = \frac{15\pi}{4}$. B. $S = 4\pi$. C. $S = \frac{9\pi}{2}$. D. $S = 5\pi$.

Câu 116. Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

- A. $u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2017)^{2018}}$. B. $u_n = n(\sqrt{n^2+2020} - \sqrt{4n^2+2017})$.
C. $u_n = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \dots + \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$. D. $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$.

Câu 117. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1; u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

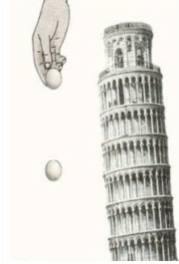
Câu 118. Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 119. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2018)$ để có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2011. B. 2016. C. 2019. D. 2009.

Câu 120. Từ độ cao $55,8m$ của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. $(67m; 69m)$ B. $(60m; 63m)$ C. $(64m; 66m)$ D. $(69m; 72m)$

Câu 121. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ đều tồn tại giới hạn hữu hạn. Biết rằng hai dãy số đồng thời thỏa mãn các hệ thức $u_{n+1} = 4v_n - 2, v_{n+1} = u_n + 1$ với mọi $\forall n \in \mathbb{Z}^+$. Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + 2v_n)$ bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 122. Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Chiều cao mô hình không quá $1,5$ mét B. Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét
C. Chiều cao mô hình dưới 2 mét. D. Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.

Câu 123. Trong một lần Đoàn trường Lê Văn Hưu tổ chức chơi bóng chuyền hơi, bạn Nam thả một quả bóng chuyền hơi từ tầng ba, độ cao $8m$ so với mặt đất và thấy rằng mỗi lần chạm đất thì quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết quả bóng chuyển động vuông góc với mặt đất. Khi đó tổng quãng đường quả bóng đã bay từ lúc thả bóng đến khi quả bóng không máy nữa gần bằng số nào dưới đây nhất?

- A. $57m$. B. $54m$. C. $56m$. D. $58m$.

Câu 124. Với mỗi số nguyên dương n , gọi S_n là số cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^2 \leq n^2$. (nếu $a \neq b$ thì hai cặp số $(a; b)$ và $(b; a)$ khác nhau). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{S_n}}{n} = \sqrt{2\pi}$ B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{S_n}}{n} = 2$ C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{S_n}}{n} = \sqrt{\pi}$ D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{S_n}}{n} = 4$

Câu 125. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1}$.

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{4}{3}$.

Câu 126. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

$$L = \lim \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$$

Câu 127. Tìm

- A. $L = \frac{5}{2}$. B. $L = +\infty$. C. $L = 2$. D. $L = \frac{3}{2}$.

$$S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$$

Câu 128. Với n là số nguyên dương, đặt $\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

$$S = \frac{100}{10.15.20} + \frac{100}{15.20.25} + \frac{100}{20.25.30} + \dots + \frac{100}{110.115.120}$$

Câu 129. Tổng

có giá trị bằng:

- A. $\frac{93}{1380}$ B. $\frac{91}{13800}$ C. $\frac{9}{138}$ D. $\frac{91}{1380}$

$$S = \frac{12}{4.16} + \frac{20}{16.36} + \frac{28}{36.64} + \dots + \frac{84}{400.484}$$

Câu 130. Giá trị của tổng:

là:

- A. $\frac{31}{121}$ B. $\frac{30}{121}$ C. $\frac{32}{121}$ D. $\frac{33}{121}$

$$S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

Câu 131. Cho tổng:

với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

- A. $S_3 = \frac{1}{12}$. B. $S_2 = \frac{1}{6}$. C. $S_2 = \frac{2}{3}$. D. $S_3 = \frac{1}{4}$.

$$M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729}$$

Câu 132. Cho

Khi đó $729M$ bằng:

- A. $\frac{5465}{729}$ B. 5460 C. 5465 D. $\frac{5460}{729}$

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$$

Câu 133. Cho

Công thức của S_n là:

- A. $\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$ B. $\frac{2^{n+1} - 1}{2^n}$ C. $\frac{2^n - 1}{2^n}$ D. $\frac{2^{n+1} - 1}{2^{n-1}}$

$$S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2048}\right)$$

Câu 134. Cho tổng:

Khi đó: $2^{11}.S$ bằng:

- A. $5.2^{12} + 1$ B. 5.2^{12} C. $5.2^{12} - 1$ D. $5.2^{13} + 1$