

** *Dạng 44***

**ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG**

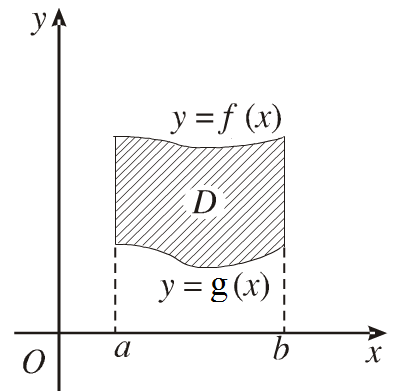
***Mức độ: VDC***



**Ⓐ. *Lý thuyết cơ bản***

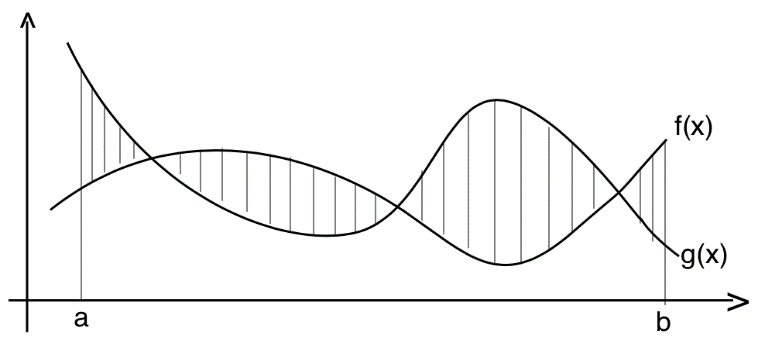
* **Dạng 1 : Biết cận tích phân**

Cho miền D giới hạn bởi đồ thị hai hàm  và hai đường thẳng .

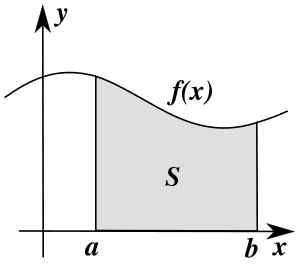
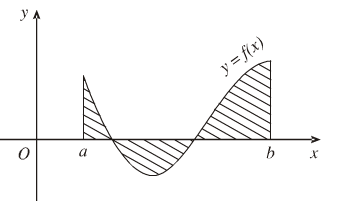


* Khi đó diện tích miền D là: .
* ***TH1:*** Nếu  ***vô nghiệm*** trên  thì 
* ***TH2:*** Nếu  ***có nghiệm***  thì:





* ***Chú ý:*** Nếu  (trục Ox) thì .

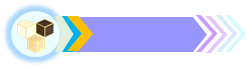
* **Dạng 2: Chưa biết cận tích phân**

Cho miền D giới hạn bởi đồ thị hai hàm .

Giải phương trình  tìm nghiệm .

Tính 

* ***Chú ý:*** Nếu biết một cận thì ta tìm cận còn lại.



**Ghi nhớ 1**



**Ⓑ. *Bài tập rèn luyện***

**Câu 44:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  và thỏa mãn . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  và  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



**Ⓒ. *Bài tập tương tự***

**Câu 1:** Cho hàm số  có đồ thị  nằm trên trục hoành. Hàm số  thỏa mãn các điều kiện  và  Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  và trục hoành gần nhất với số nào dưới đây?

**A.** 0,95. **B.** 0,96. **C.** 0,98. **D.** 0,97.

**#Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 













.

Giả thiết cho  và 

.



\*) Phương trình hoành độ giao điểm của  với trục hoành .

.

Vì  luôn ở phía trên trục hoành nên .

**~Câu 2:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  thỏa mãn  và  với mọi . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn D**



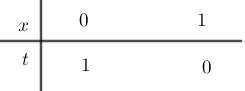




+) Tính . Đặt 

Đổi cận



+) Tính . Đặt 

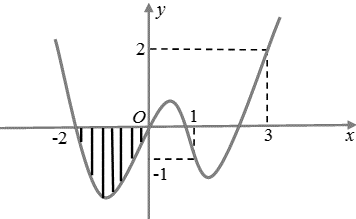




.

**~Câu 3:** Cho hàm số  có đạo hàm trên , đồ thị hàm số  như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng . Tính giá trị của biểu thức:





**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn D**

Diện tích phần kẻ sọc là:  .

Vì   .

Tính .

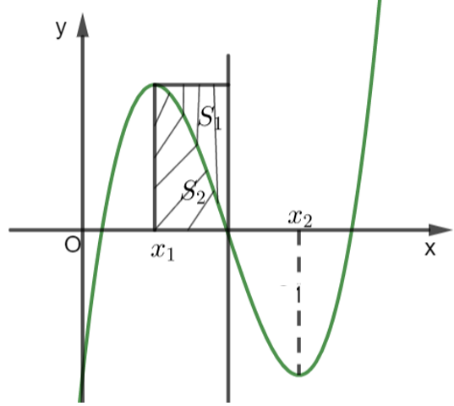
Đặt  ; ; .

Suy ra:  .

Vậy 

 .

**~Câu 4:** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  đạt cực trị tại hai điểm  thỏa mãn  và . Gọi  và  là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số  bằng:

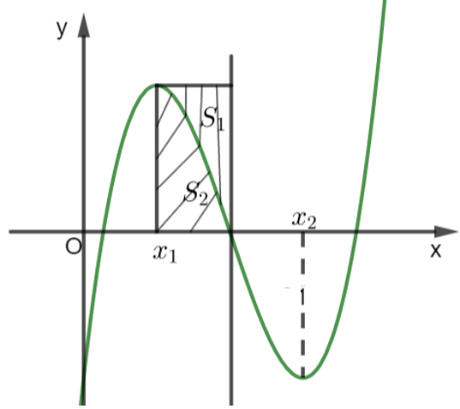


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn D**

Tịnh tiến điểm uốn về gốc tọa độ, ta được hình vẽ bên dưới.

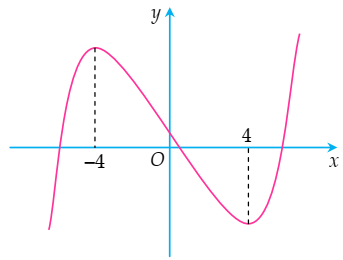


Khi đó, do  là hàm bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng nên .

Chọn .

Nên 

**~Câu 5:** Cho đồ thị hàm số là nguyên hàm của  có dạng: . Tính diện tích tạo bởi  và trục hoành



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

 nên 

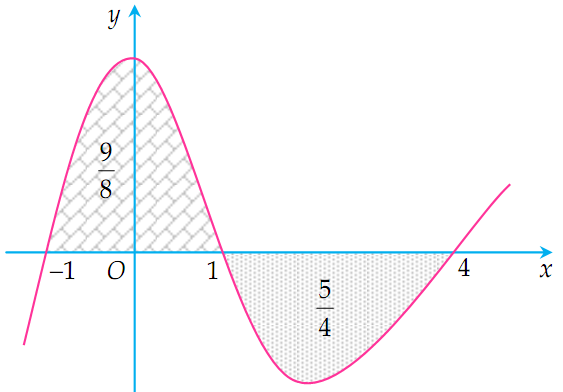
Dựa vào đồ thị ta thấy có hai cực trị tại  ta có thể viết đồ thị  có dạng như sau: (1)

Thay  vào (1) ta được



Suy ra .

**~Câu 6:** Cho đồ thị hàm số  như hình vẽ. Diện tích 2 hình tạo bởi  và trục hoành là . Tính giá trị của tích phân 



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn C**

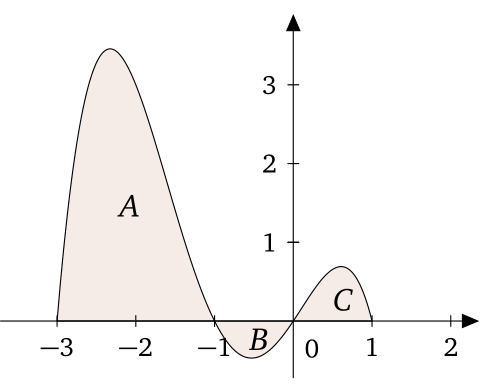
Phân tích: Một bài khá dễ thở.

Ta đặt 

Từ đồ thị suy ra 

Thay vào (1) ta được 

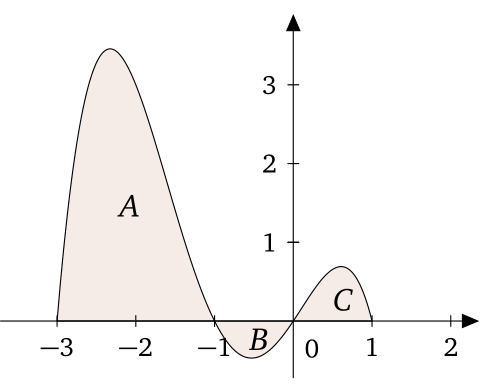
**~Câu 7:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn  và có đồ thị như hình vẽ dưới. Biết diện tích các hình  lần lượt là 27, 2 và 3. Tính tích phân .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn A**



⬩ Đặt .

⬩ Suy ra

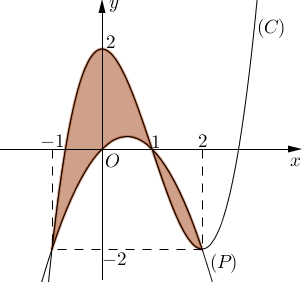
 .

⬩ Đặt .

⬩ Ta có 



**~Câu 8:** Gọi  là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  của hàm số đa thức bậc ba với đồ thị  của hàm số bậc hai như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng  bằng



**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**#Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào giả thiết và hình vẽ ta có:

+  là đồ thị của hàm số có dạng .

+  làAsk| đồ thị của hàm số có dạng .

Do  và  cắt nhau tại các điểm có hoành độ  nên ta có .

Với , ta có .

Diện tích của hình phẳng  là .

**~Câu 9:** Cho hai hàm số  và  có bảng biến thiên như sau:

Diagram

Description automatically generated

Biết rằng đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn A**

Ta có . Từ BBT ta thấy  là nghiệm của phương trình  nên . Ta cũng có  là nghiệm của phương trình , nên . Từ, suy ra .

Từ BBT ta thấy  có đỉnh  và , suy ra .

Ta có phương trình  có 3 nghiệm phân biệt   có 3 nghiệm phân biệt , nên ta có

.

Nên ta có 



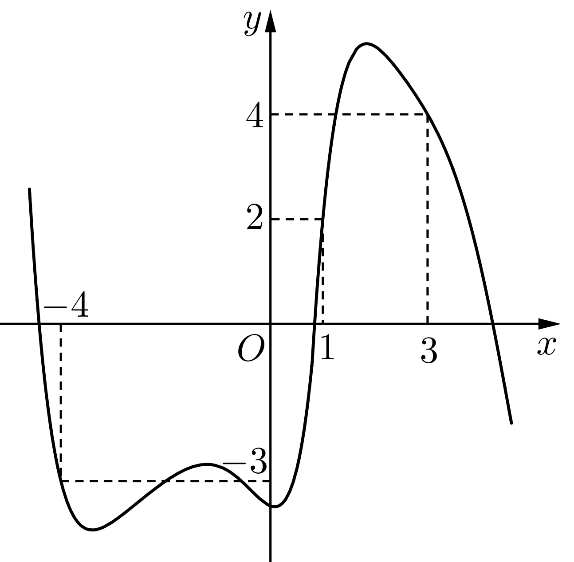
. Vì , nên , suy ra .

Từ đây, ta được .

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  bằng

.

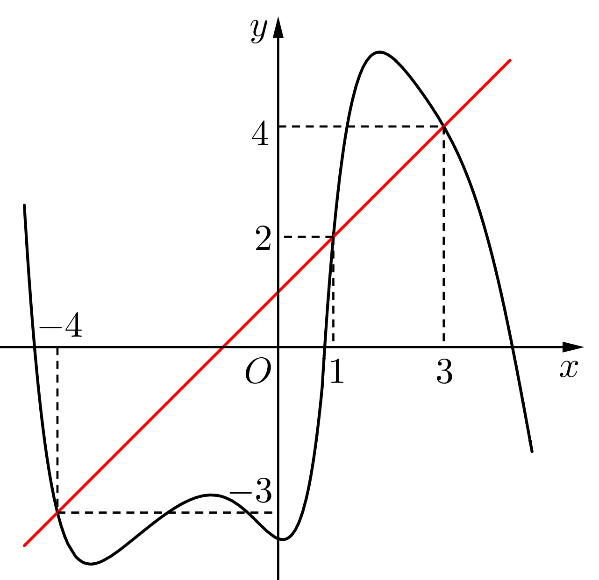
**~Câu 10:** Cho hàm số  liên tục trên  và thỏa mãn . Đồ thị hàm số  như hình vẽ bên dưới. Để giá trị lớn nhất của hàm số  trên đoạn  không vượt quá  thì tập giác trị của  là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn C**





Trên , , trên , 

Hàm số  đạt cực tiểu trên đoạn  tại 

; 

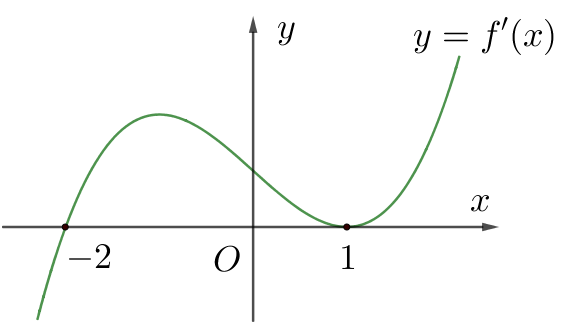
Gọi 

Nhận thấy 

Vậy, , 

Vậy, tập giá trị của  là .

**~Câu 11:** Cho hàm số  là hàm đa thức bậc 4. Biết hàm số  có đồ thị  như hình vẽ và diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  và trục hoành bằng 9. Gọi  và  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  trên đoạn . Khi đó giá trị  bằng



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy , trong đó  là nghiệm kép.

Do vậy .

Suy ra .

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  và trục hoành bằng 9 nên



.

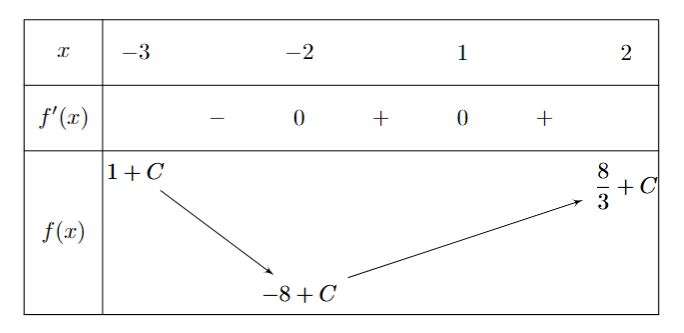
Vậy .

Dựa vào đồ thị ta có nhận xét

.

 và .

Do đó ta có bảng biến thiên



Vậy  và . Do đó .

**~Câu 12:** Cho hàm số  có đạo hàm trên . Đồ thị hàm số  như hình vẽ. Đặt . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn C**

Ta có .

Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và đường thẳng .

Chart, line chart

Description automatically generated with medium confidence

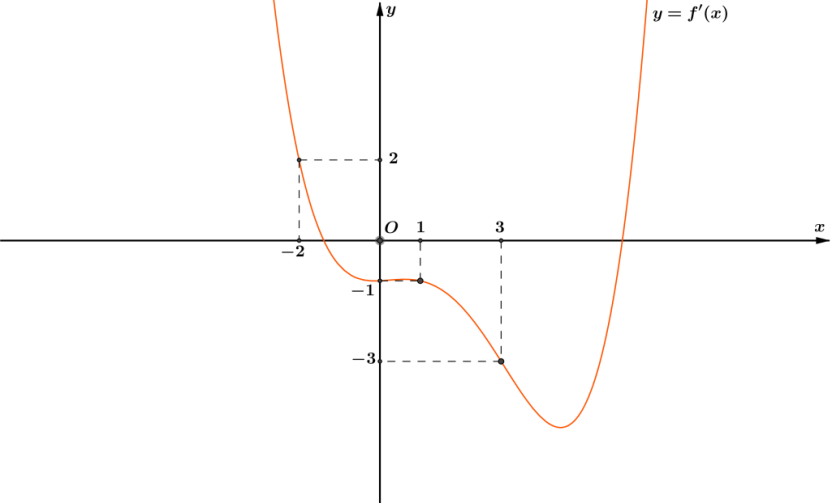
Dựa vào đồ thị trên: , ta có bảng biến thiên

Line chart

Description automatically generated with low confidence

Mặt khác dưa vào đồ thị trên ta có  hay.

**~Câu 13:** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị hàm số  như hình bên



Xét hàm số . Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** . **B.** .

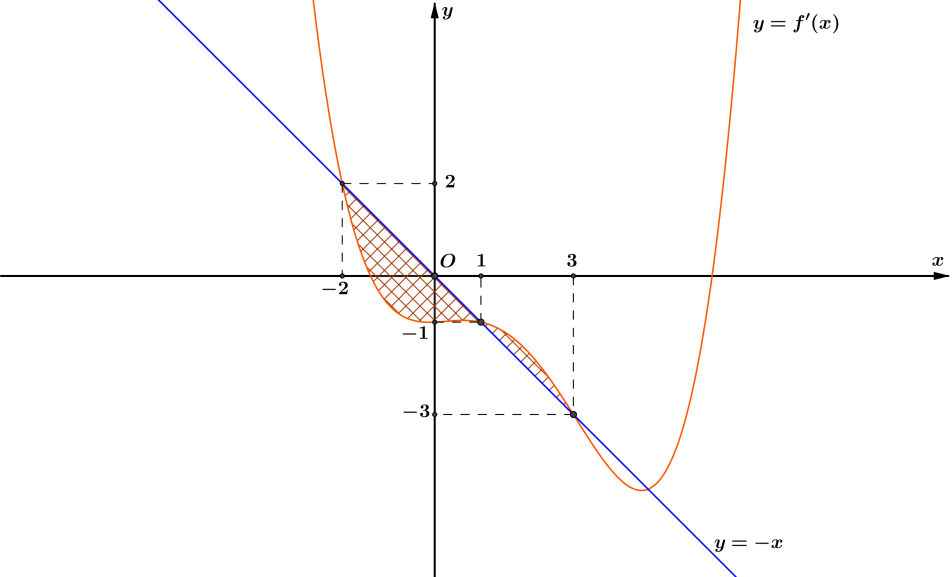
**C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn D**

Ta có .

Vẽ đồ thị hàm số  và đường thẳng  trên cùng một hệ trục như hình vẽ sau:



Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , đường thẳng  và các đường thẳng , .

Ta có .

Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , đường thẳng  và các đường thẳng , .

Ta có .

Mà ta có: .

**Chọn D**

**~Câu 14:** Cho hàm số  với , ,  là các số thực. Biết hàm số  có hai giá trị cực trị là  và . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  và  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**#Lời giải**

**Chọn D**

Xét hàm số 

Ta có .

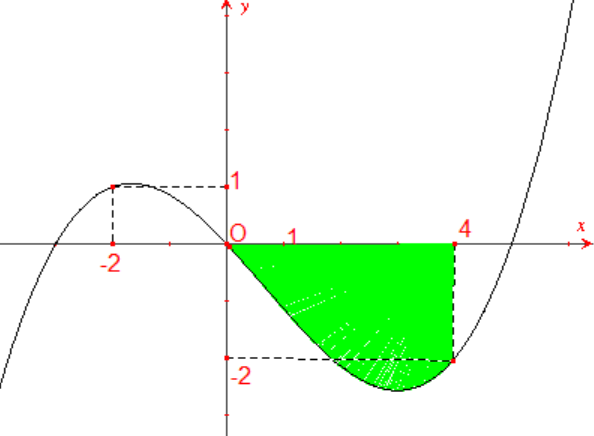
Theo giả thiết ta có phương trình  có hai nghiệm ,  và .

Xét phương trình .

Diện tích hình phẳng cần tính là:

.

**~Câu 15:** Cho hàm đa thức bậc bốn  có đồ thị hàm số  như hình sau.



Biết  và diện tích phần tô màu bằng . Tìm số giá trị nguyên dương của tham số  để hàm số  có ít nhất 5 điểm cực trị.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** Vô số.

**#Lời giải**

**Chọn B**

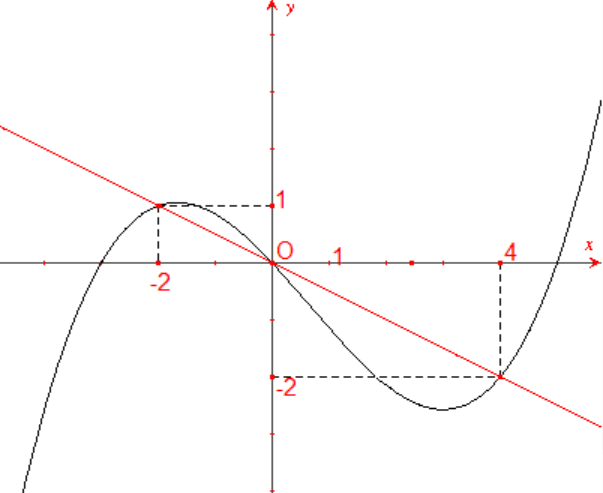
Vì diện tích phần tô màu bằng  nên

****.

Xét hàm số . Suy ra:

Ta có: .

.



Vẽ đường thẳng  ta thấy:

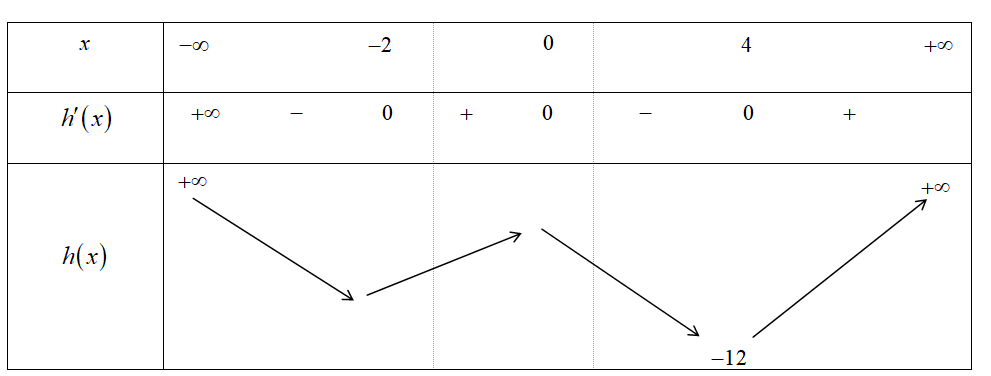
.

Vì diện hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  và đường thẳng  phần bên trái trục tung nhỏ hơn phần nằm bên phải trục tung nên ta có:

****

****

Ta có bảng biến thiên của hàm số  như sau:



Ta có:  nên số điểm cực trị của hàm số  bằng số điểm cực trị của hàm số  cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình .

Mà  có 3 điểm cực trị nên  có 3 điểm cực trị.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình có ít nhất hai nghiệm bội lẻ.



Vậy có 11 giá trị nguyên dương của tham số thỏa mãn.

**------------- HẾT -------------**

~