|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HÀ NAM****HƯỚNG DẪN CHẤM** **VÀ BIỂU ĐIỂM** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 10 THPT****NĂM HỌC 2017 – 2018****Môn: TOÁN***(Đáp án này có 06 trang)* |

**Lưu ý** : *1/ Các cách giải khác mà đúng cho điểm tương ứng với biểu điểm.*

 *2/ Điểm tổng toàn bài không làm tròn.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Sơ lược cách giải** | **Điểm** |
| **1** | **1****(2,5 đ)** | Cho đường thẳng  và parabol (*P*):  (*m* là tham số thực). Chứng minh  luôn cắt (*P*) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của tham số *m*. Tìm *m* để khoảng cách từ đỉnh *I* của parabol (*P*) đến đường thẳng  đạt giá trị lớn nhất. |  |
| PT hoành độ:  | 0,25 |
| Có Biến đổi  | 0, 25 |
| Gọi  là điểm cố định của họ đường thẳng Suy ra  đúng với mọi m  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đỉnh của (P) là ,  | 0,25 |
|  và véctơ chỉ phương của  là  | 0,25 |
| Gọi H là hình chiếu của I lên  khi đó khoảng cách từ I lên đường thẳng  nên IH đạt giá trị lớn nhất bằng IM | 0,25 |
| Suy ra  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đáp số  | 0,25 |
| **2****(2,5 đ)** | Cho phương trình  (*m* là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình đã cho có nghiệm thực. |  |
| Nhận thấy x = 0 không là nghiệm của phương trình, chia 2 vế phương trình cho x2:  | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Đặt  | 0,5 |
| Phương trình trở thành  | 0,25 |
| Bảng biến thiên cho hàm Từ bảng biến thiên suy ra  | 0,5 |
| Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi  | 0,25 |
| Đáp số  | 0,25 |
| **2** | **1****(2,5 đ)** | Giải phương trình :  () |  |
| Điều kiện: , nhân cả 2 vế của phương trình với PT trở thành | 0,25 |
|  | 0,5 |
| Đặt PT trở thành  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| TH1: a = b suy ra   | 0,25 |
|  ĐK:  vì  | 0, 5 |
| TH2: a = 2b suy ra suy ra PT vô nghiệm | 0,25 |
| Đáp số:  | 0,25 |
| **2****(2,5 đ)** | Giải hệ phương trình :   |  |
| *Điều kiện:*  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| TH1: thay vào phương trình (2) : ĐK:  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  |  |  thỏa mãn điều kiện  | 0,25 |
| TH 2:  thay vào phương trình (2) : | 0,25 |
| Suy ra phương trình vô nghiệm | 0,25 |
| Đáp số : hệ có nghiệm duy nhất  | 0,25 |
| **3** | **1****(2,0 đ)** | Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi d là đường thẳng cố định đi qua G và d’ là đường thẳng bất kỳ song song với d. Chứng minh tổng bình phương khoảng cách từ các đỉnh của tam giác đến đường thẳng d không vượt quá tổng bình phương khoảng cách từ các đỉnh tam giác đến đường thẳng d’. |  |
|  |  |
| Gọi H, H’, I, I’, K, K’ lần lượt là hình chiếu của A, B, C lên các đường thẳng d và d’Đặt . Ta có  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Ta có:  | 0,25 |
| Vì  theo tính chất trọng tâm | 0,25 |
| Nhận thấy , ,  là hình chiếu của các véctơ , ,  lên đường thẳng d nên ta có  | 0,25 |
| Từ đó suy ra Dấu bằng của bất đẳng thức xảy ra khi  hay d’ trùng với d.Suy ra điều phải chứng minh. | 0, 5 |
|  | **2****(2,0 đ)** | Cho tam giác ABC, lấy điểm M bất kỳ thuộc miền trong tam giác sao cho . Chứng minh rằng : . |  |
|  |  |
| Đặt BC = a, CA = b, AB = c, Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có Áp dụng công thức tính diện tích ta có  | 0,25 |
| Suy ra  | 0,25 |
| Tương tự  ,  | 0,25 |
| Suy ra  (1) | 0,25 |
| Xét tam giác ABM theo chứng minh trên ta có:  | 0,25 |
| Tương tự  ,  | 0,25 |
| Suy ra  (2) | 0, 25 |
| Từ (1) và (2) suy ra đẳng thức được chứng minh | 0,25 |
|  | **3****(1,0 đ)** | Cho tam giác ABC có 3 góc thỏa mãn . Chứng minh tam giác ABC có 3 góc nhọn. |  |
| Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABCÁp dụng định lí sin cho tam giác ABC : Đẳng thức trở thành  | 0,25 |
| Từ  | 0,25 |
| Lại từ  | 0,25 |
| Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta được  A là góc nhọn. Suy ra tam giác ABC có 3 góc nhọn. | 0,25 |
| **4** | **(3,0 đ)** | Trong mặt phẳng (Oxy) cho hình thang cân ABCD (cạnh đáy AB), AB = 2CD, . Gọi I là giao của hai đường chéo, đường thẳng đi qua I và vuông góc với hai cạnh đáy là . Tìm tọa độ điểm A biết diện tích của hình thang ABCD là , hoành độ của điểm I là 3 và trung điểm AB có tung độ không âm. |  |
|  |  |
| Gọi , gọi M là trung điểm đoạn AB.Ta có tam giác EAB cân tại E và  suy ra tam giác ABE vuông cân tại E. | 0,25 |
| Ta có , DC song song với AB suy ra DC là đường trung bình tam giác EAB suy ra I là trọng tâm tam giác EAB và  | 0,25 |
| Ta có  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Suy ra  | 0,25 |
| Đường thẳng d trùng với đường thẳng IM, có  | 0,25 |
| M thuộc d ,có   | 0,25 |
|  do  suy ra M(4;0) | 0,25 |
| Đường thắng AB đi qua M(4;0) và vuông góc với d suy ra phương trình đường thẳng AB là . | 0,25 |
| A thuộc đường thẳng AB , có  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đáp số: hoặc  | 0,25 |
| **5** | **(2,0 đ)** | Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh. |  |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có :, dấu bằng xảy ra khi  | 0,25 |
| Tương tự , dấu bằng xảy ra khi  , dấu bằng xảy ra khi Suy ra ta cần chứng minh bất đẳng thức   | 0,25 |
| Có ; ; Bất đẳng thức được viết lại  (\*) | 0,25 |
| Có: Dấu bằng xảy ra khi  | 0,5 |
| Tương tự , dấu bằng xảy ra khi  , dấu bằng xảy ra khi Suy ra VT(\*) | 0,25 |
| Lại có Dấu bằng xảy ra khi a = b = c | 0,25 |
|  |  | Suy ra VT(\*)2, dấu bằng xảy ra khi a = b = c = 2, suy ra bất đẳng thức được chứng minh. | 0,25 |

-------------------**HẾT**--------------------