|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NAM**  **HƯỚNG DẪN CHẤM**  **VÀ BIỂU ĐIỂM** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2017 – 2018**  **Môn: TOÁN**  *(Đáp án này có 06 trang)* |

**Lưu ý** : *1/ Các cách giải khác mà đúng cho điểm tương ứng với biểu điểm.*

*2/ Điểm tổng toàn bài không làm tròn.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Sơ lược cách giải** | **Điểm** |
| **1** | **1**  **(2,5 đ)** | Cho đường thẳng  và parabol (*P*):  (*m* là tham số thực). Chứng minh  luôn cắt (*P*) tại 2 điểm phân biệt với mọi giá trị của tham số *m*. Tìm *m* để khoảng cách từ đỉnh *I* của parabol (*P*) đến đường thẳng  đạt giá trị lớn nhất. |  |
| PT hoành độ: | 0,25 |
| Có  Biến đổi | 0, 25 |
| Gọi  là điểm cố định của họ đường thẳng  Suy ra  đúng với mọi m | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đỉnh của (P) là , | 0,25 |
| và véctơ chỉ phương của  là | 0,25 |
| Gọi H là hình chiếu của I lên  khi đó khoảng cách từ I lên đường thẳng  nên IH đạt giá trị lớn nhất bằng IM | 0,25 |
| Suy ra | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đáp số | 0,25 |
| **2**  **(2,5 đ)** | Cho phương trình  (*m* là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình đã cho có nghiệm thực. |  |
| Nhận thấy x = 0 không là nghiệm của phương trình, chia 2 vế phương trình cho x2: | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Đặt | 0,5 |
| Phương trình trở thành | 0,25 |
| Bảng biến thiên cho hàm    Từ bảng biến thiên suy ra | 0,5 |
| Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi | 0,25 |
| Đáp số | 0,25 |
| **2** | **1**  **(2,5 đ)** | Giải phương trình :  () |  |
| Điều kiện: , nhân cả 2 vế của phương trình với PT trở thành | 0,25 |
|  | 0,5 |
| Đặt  PT trở thành | 0,25 |
|  | 0,25 |
| TH1: a = b suy ra | 0,25 |
| ĐK:  vì | 0, 5 |
| TH2: a = 2b suy ra  suy ra PT vô nghiệm | 0,25 |
| Đáp số: | 0,25 |
| **2**  **(2,5 đ)** | Giải hệ phương trình : |  |
| *Điều kiện:* | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| TH1: thay vào phương trình (2) :  ĐK: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  |  | thỏa mãn điều kiện | 0,25 |
| TH 2:  thay vào phương trình (2) : | 0,25 |
| Suy ra phương trình vô nghiệm | 0,25 |
| Đáp số : hệ có nghiệm duy nhất | 0,25 |
| **3** | **1**  **(2,0 đ)** | Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Gọi d là đường thẳng cố định đi qua G và d’ là đường thẳng bất kỳ song song với d. Chứng minh tổng bình phương khoảng cách từ các đỉnh của tam giác đến đường thẳng d không vượt quá tổng bình phương khoảng cách từ các đỉnh tam giác đến đường thẳng d’. |  |
|  |  |
| Gọi H, H’, I, I’, K, K’ lần lượt là hình chiếu của A, B, C lên các đường thẳng d và d’  Đặt . Ta có | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Ta có: | 0,25 |
| Vì  theo tính chất trọng tâm | 0,25 |
| Nhận thấy , ,  là hình chiếu của các véctơ , ,  lên đường thẳng d nên ta có | 0,25 |
| Từ đó suy ra  Dấu bằng của bất đẳng thức xảy ra khi  hay d’ trùng với d.  Suy ra điều phải chứng minh. | 0, 5 |
|  | **2**  **(2,0 đ)** | Cho tam giác ABC, lấy điểm M bất kỳ thuộc miền trong tam giác sao cho . Chứng minh rằng : . |  |
|  |  |
| Đặt BC = a, CA = b, AB = c,  Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có  Áp dụng công thức tính diện tích ta có | 0,25 |
| Suy ra | 0,25 |
| Tương tự  , | 0,25 |
| Suy ra  (1) | 0,25 |
| Xét tam giác ABM theo chứng minh trên ta có: | 0,25 |
| Tương tự  , | 0,25 |
| Suy ra  (2) | 0, 25 |
| Từ (1) và (2) suy ra đẳng thức được chứng minh | 0,25 |
|  | **3**  **(1,0 đ)** | Cho tam giác ABC có 3 góc thỏa mãn . Chứng minh tam giác ABC có 3 góc nhọn. |  |
| Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC  Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC :  Đẳng thức trở thành | 0,25 |
| Từ | 0,25 |
| Lại từ | 0,25 |
| Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta được  A là góc nhọn. Suy ra tam giác ABC có 3 góc nhọn. | 0,25 |
| **4** | **(3,0 đ)** | Trong mặt phẳng (Oxy) cho hình thang cân ABCD (cạnh đáy AB), AB = 2CD, . Gọi I là giao của hai đường chéo, đường thẳng đi qua I và vuông góc với hai cạnh đáy là . Tìm tọa độ điểm A biết diện tích của hình thang ABCD là , hoành độ của điểm I là 3 và trung điểm AB có tung độ không âm. |  |
|  |  |
| Gọi , gọi M là trung điểm đoạn AB.Ta có tam giác EAB cân tại E và  suy ra tam giác ABE vuông cân tại E. | 0,25 |
| Ta có , DC song song với AB suy ra DC là đường trung bình tam giác EAB suy ra I là trọng tâm tam giác EAB và | 0,25 |
| Ta có | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Suy ra | 0,25 |
| Đường thẳng d trùng với đường thẳng IM, có | 0,25 |
| M thuộc d ,có | 0,25 |
| do  suy ra M(4;0) | 0,25 |
| Đường thắng AB đi qua M(4;0) và vuông góc với d suy ra phương trình đường thẳng AB là . | 0,25 |
| A thuộc đường thẳng AB , có | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đáp số: hoặc | 0,25 |
| **5** | **(2,0 đ)** | Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh  . |  |
| Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có :    , dấu bằng xảy ra khi | 0,25 |
| Tương tự , dấu bằng xảy ra khi  , dấu bằng xảy ra khi  Suy ra ta cần chứng minh bất đẳng thức | 0,25 |
| Có ; ;  Bất đẳng thức được viết lại  (\*) | 0,25 |
| Có:  Dấu bằng xảy ra khi | 0,5 |
| Tương tự , dấu bằng xảy ra khi  , dấu bằng xảy ra khi  Suy ra  VT(\*) | 0,25 |
| Lại có  Dấu bằng xảy ra khi a = b = c | 0,25 |
|  |  | Suy ra VT(\*)2, dấu bằng xảy ra khi a = b = c = 2, suy ra bất đẳng thức được chứng minh. | 0,25 |

-------------------**HẾT**--------------------