|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU**

|  |
| --- |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |

 | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN****Năm học: 2022 – 2023****ĐỀ THI MÔN: TOÁN (Chuyên)***Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)**Ngày thi:09/06/2022* |
|  |  |

**Câu 1 (3,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức  với .

b) Giải phương trình: .

c) Giải hệ phương trinh: .

**Câu 2 (2,0 điểm).**

a) Cho các số thực thỏa mãn . Chứng minh phương trình sau luôn có nghiệm 

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn phương trình.

 **Câu 3 (1,0 điểm).**

Với các số thực dương thỏa mãn .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Câu 4 (3,0 điểm).**

Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn tâm và có ba đường cao cắt nhau tại . Gọi lần lượt là trung điểm của  và .

a) Chứng minh rằng  vuông góc với và song song với .

b) Gọi lần lượt là giao điểm của với và . Chứng minh rằng .

c) Đường thẳng chứa tia phân giác của  cắt lần lượt tại và . Tia phân giác của cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại điểm khác . Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

**Câu 5 (1,0 điểm).**

Cho tam giác  cố định có diện tích . Đường thẳng thay đổi đi qua trọng tâm của tam giác cắt các cạnh  lần lượt tại , Gọi lần lượt là diện tích các tam giác  và . Tìm giá trị nhỏ nhất của .

--------------HẾT-------------

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1 (3,0 điểm).**

a) Rút gọn biểu thức  với .

b) Giải phương trình: .

c) Giải hệ phương trinh: .

**Lời Giải:**

a) .

b) Điều kiện : .

Phương trình .

 (không thỏa mãn điều kiện).



Vậy tập hợp nghiệm của phương trình đã cho là .

c) Cộng hai phương trình đã cho theo vế được .

Trường hợp  thay vào phương trình sau của hệ thu được



Trường hợp  thay vào phương trình sau của hệ thu được



Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm.

**Câu 2 (2,0 điểm).**

a) Cho các số thực thỏa mãn . Chứng minh phương trình sau luôn có nghiệm 

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên  thỏa mãn phương trình.

**Lời Giải:**

a) Phương trình đã cho .

Ta có  và 

Giả sử phương trình này vô nghiệm, khi đó cả hai phương trình (1), (2) đều vô nghiệm. Tức là .

 Lúc này theo giả thiết thì .

Tuy nhiên điều này vô lý do .

Vậy với điều kiện đề cho thì pt  luôn có nghiệm

b/ Đặt 

Khi đó 

 

Ta có

















Nếu 



 (loại)

Nếu 



\*)



 (nhận)

\*)



 (loại)

Vậy thỏa mãn pt đã cho

 **Câu 3 (1,0 điểm).**

Với các số thực dương thỏa mãn .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời Giải:**

Ta có : 







.

Do đó : .

Đẳng thức xảy ra .

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  là .

**Câu 4 (3,0 điểm).**

Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn tâm và có ba đường cao cắt nhau tại . Gọi lần lượt là trung điểm của  và .

a) Chứng minh rằng  vuông góc với và song song với .

b) Gọi lần lượt là giao điểm của với và . Chứng minh rằng .

c) Đường thẳng chứa tia phân giác của  cắt lần lượt tại và . Tia phân giác của cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác tại điểm khác . Chứng minh ba điểm  thẳng hàng.

**Lời Giải:**



a) 

là đường trung trực của .



Kẻ đường kính  của 

 là hình bình hành

 là trung điểm của .



b) Các tứ giác  là các tứ giác nội tiếp nên ta có 

và do  là phân giác trong và phân giác ngoài của tam giác .

Đến đây theo tính chất đường phân giác thì .



c) Ta có 

 cân tại 

là đường kính của 

.

 Gọi là giao điểm của  và  là giao điểm của .

Khi đó tứ giác  là hình bình hành

 nên  đi qua trung điểm  của .

Đến đây sử dụng định lý Talet và tính chất đường phân giác ta được 

.

 Tuy nhiên hai tam giác  đồng dạng nên .



Cho  cắt  tại 

sử dụng định lý Talet thì 

.

Vậy ba điểm  thẳng hàng.

**Câu 5 (1,0 điểm).**

Cho tam giác  cố định có diện tích . Đường thẳng thay đổi đi qua trọng tâm của tam giác cắt các cạnh  lần lượt tại , Gọi lần lượt là diện tích các tam giác  và . Tìm giá trị nhỏ nhất của .

**Lời Giải:**

****

Gọi  là trung điểm  và  là trọng tâm tam giác .

Ta có : 





Mà 



.

Đẳng thức xảy ra .

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  là , đạt được khi và chỉ khi .

