

Người làm: Trần Thị Hảo
Zalo: Tran Thi Hao
Email: haotrantpgl@gmail.com

- số đt zalo: 0973734899

CD3: CÁC BÀI TOÁN VỀ LŨY THỪA SỐ TỰ NHIÊN

Dạng 1. So sánh hai lũy thừa

Câu 1. (HSG 7 trường Hồng Thái, Sơn Dương 2017 - 2018)

So sánh hai số 3^{50} và 5^{20} .

Lời giải

$$\begin{aligned} 3^{30} &= ((3^3)^{10}) = 27^{10}; \\ \text{Ta có:} \\ 5^{20} &= (5^2)^{10} = 25^{10} < 27^{10} \\ \Rightarrow 3^{30} &> 5^{20} \end{aligned}$$

Câu 2. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)

So sánh 16^{20} và 2^{100} .

Lời giải

$$\begin{aligned} 16^{20} &= (2^4)^{20} = 2^{80} < 2^{100} \\ \text{Ta có:} \\ \text{Vậy } 16^{20} &< 2^{100}. \end{aligned}$$

Câu 3. (HSG 7 trường Lê Văn Tám 2017 - 2018; trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

So sánh hợp lý:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left(\frac{1}{16}\right)^{200} &\text{ và } \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \\ \text{b) } (-32)^{27} &\text{ và } (-18)^{39} \end{aligned}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } \left(\frac{1}{16}\right)^{200} &= \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{800} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \\ \text{b) Ta có: } 32^{27} &= (2^5)^{27} = 2^{135} < 2^{156} = 2^{4 \cdot 39} < 16^{39} < 18^{39} \\ \Rightarrow -32^{27} &> -18^{39} \\ \Rightarrow (-32)^{27} &> (-18)^{39} \end{aligned}$$

Câu 4. (HSG 7 huyện Thanh Hà 2017 - 2018)

So sánh: $A = 3^{21}$ và $B = 2^{31}$.

Lời giải

$$A = 3^{21} = 3 \cdot (3^2)^{10} = 3 \cdot 9^{10}$$

Ta có:

$$B = 2^{31} = 2 \cdot (2^3)^{10} = 2 \cdot 8^{10}$$

$$\text{Suy ra: } A > B.$$

Câu 5. (HSG 7 trường Nguyễn Khuyến 2015 - 2016)

Biết $x \in \mathbb{Q}$ và $0 < x < 1$. Chứng minh $x^n < x$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Lời giải

$$x^n - x = x(x^{n-1} - 1)$$

Xét

$$\text{Với } 0 < x < 1 \Rightarrow x^{n-1} - 1 < 0; x > 0$$

$$\Rightarrow x^n - x < 0$$

$$\Rightarrow x^n < x$$

$$\text{Vậy } x^n < x \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

Câu 6. (HSG 7 huyện Hoài Nhơn 2015 - 2016)

So sánh hai số: $(-5)^{39}$ và $(-2)^{91}$

Lời giải

$$(-5)^{39} = -5^{39} = -(5^3)^{13} = -125^{13};$$

Ta có:

$$(-2)^{91} = -2^{91} = -(2^7)^{13} = -128^{13}$$

$$\text{Vì } 125^{13} < 128^{13} \Rightarrow -125^{13} > -128^{13} \Rightarrow (-5)^{39} > (-2)^{91}$$

Dạng 2. So sánh biểu thức lũy thừa với một số (so sánh hai biểu thức lũy thừa)

Câu 1. (HSG 7 huyện Trực Ninh 2017 - 2018)

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}} < \frac{1}{50}$$

Lời giải

$$A = \frac{1}{7^2} - \frac{1}{7^4} + \dots + \frac{1}{7^{4n-2}} - \frac{1}{7^{4n}} + \dots + \frac{1}{7^{98}} - \frac{1}{7^{100}}$$

Đặt

$$49A = 1 - \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{7^{4n-4}} - \frac{1}{7^{4n-2}} + \dots + \frac{1}{7^{96}} - \frac{1}{7^{98}}$$

Ta có:

$$\Rightarrow 50A = 1 - \frac{1}{7^{100}} < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{50}$$

Câu 2. (HSG 7 trường Nghĩa Điền 2017 - 2018)

$$\text{So sánh các số sau: } A = \frac{10^{2011} + 1}{10^{2012} + 1} \text{ và } B = \frac{10^{2012} + 1}{10^{2013} + 1}$$

Lời giải

Ta có: $A = \frac{10^{2011} + 1}{10^{2012} + 1} \Rightarrow 10A = \frac{10^{2012} + 10}{10^{2012} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2012} + 1}$

$B = \frac{10^{2012} + 1}{10^{2013} + 1} \Rightarrow 10B = \frac{10^{2013} + 10}{10^{2013} + 1} = 1 + \frac{9}{10^{2013} + 1}$

Vì $\frac{9}{10^{2012} + 1} > \frac{9}{10^{2013} + 1}$ nên $10A > 10B$

$\Rightarrow A > B$

Câu 3. (HSG 7 huyện Minh An 2016 - 2017)

So sánh: $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1$ và $\sqrt{168}$

Lời giải

Ta có: $\sqrt{50} > \sqrt{49} = 7; \sqrt{26} > \sqrt{25} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > 7 + 5 + 1 = 13 = \sqrt{169} > \sqrt{168}$

Vậy $\sqrt{50} + \sqrt{26} + 1 > \sqrt{168}$

Câu 4. (HSG 7 trường Bích Hòa 2013 - 2014)

Chứng minh rằng: $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$

Lời giải

Đặt $A = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

Ta có:

$A < \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{4} - \frac{1}{100} < \frac{1}{4}$

$A > \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \dots + \frac{1}{99.100} + \frac{1}{100.101} = \frac{1}{5} - \frac{1}{101} > \frac{1}{6}$

Vậy $\frac{1}{6} < \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{4}$

Dạng 3. Một số bài toán khác

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>