

Người làm: Nguyễn Thế Vĩnh

Zalo: VinhCute - số đt zalo: 0968323577

Email: iteachership@gmail.com

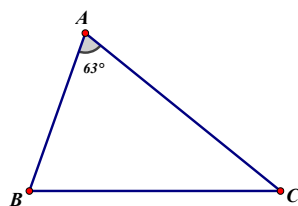
CD13: TÍNH SỐ ĐO GÓC

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 HUYỆN THANH SƠN 2022-2023) Cho $\triangle ABC$ có $\angle B = 2\angle C$. Biết $\angle A = 63^\circ$. Số đo $\angle B$ là

A. 39° **B.** 78° **C.** 117° **D.** 36°

Lời giải



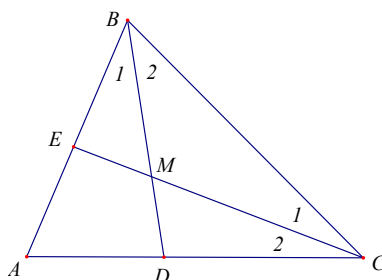
$$\angle B = \frac{180^\circ - \angle A}{3} = \frac{180^\circ - 63^\circ}{3} = 39^\circ$$

Chọn đáp án A

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO NGHỊ XUÂN 2022-2023) Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC ở D . Tia phân giác của góc C cắt AB ở E ; BD và CE cắt nhau tại M . Tính $\angle EMD$?

Lời Giải



Xét $\triangle ABC$ có:

$$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow \angle ABC + \angle ACB = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B_2 + \angle C_1 = 120^\circ : 2 = 60^\circ$$

Xét $\triangle BMC$ có $\angle B_2 + \angle C_1 + \angle BMD = 180^\circ \Rightarrow \angle BMD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

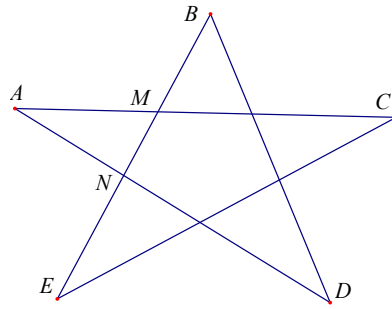
$$\Rightarrow \angle EMD = \angle BMD = 120^\circ \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Vậy $\angle EDM = 120^\circ$

Câu 2. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO NGHỊ XUÂN 2022-2023) Trong hình bên, tính

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E ?$$

Lời Giải



Gọi giao điểm của BE và AC , AD lần lượt là M , N .

Ta có $\angle AMN$ là góc ngoài của tam giác $MCE \Rightarrow \angle AMN = \angle C + \angle E$

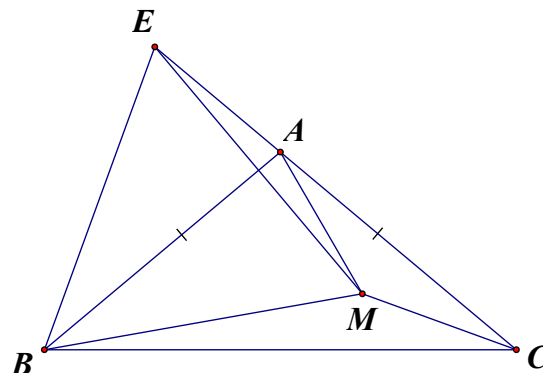
$\angle ANM$ là góc ngoài của tam giác $BND \Rightarrow \angle ANM = \angle B + \angle D$

Xét $\triangle AMN$ có $\angle A + \angle AMN + \angle ANM = 180^\circ \Rightarrow \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$

Vậy $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$

Câu 4. (HSG 7 HUYỆN KINH MÔN ĐỀ CHÍNH THỨC 2022-2023) Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 100^\circ$. Lấy điểm M thuộc miền trong của tam giác ABC sao cho $\angle MCB = 20^\circ$, $\angle MBC = 10^\circ$. Tính số đo $\angle AMB$

Lời giải



Có: $\angle A = 100^\circ \Rightarrow \angle B = \angle C = 40^\circ$. Trên tia CA lấy điểm E sao cho $CE = CB$

Có $\angle MCB = 20^\circ$, $\angle MBC = 10^\circ \Rightarrow \angle MCB = \angle MCE = 20^\circ$,

Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MCE$ có

$\angle MCB = \angle MCE$ (cm trên)

$CE = CB$ (cách lấy E)

MC chung

Do đó $\triangle MCB = \triangle MCE$ (c. g. c) $\Rightarrow \angle MEC = \angle MBC = 10^\circ$

Có $CE = CB$ nên $\triangle CBE$ cân tại $C \Rightarrow \angle BEC = \frac{180^\circ - \angle BCE}{2} = 70^\circ$

$\Rightarrow \angle BEM = \angle BEC - \angle MEC = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ$

Mà $MB = ME$ (do $\triangle MCB = \triangle MCE$)

Nên $\triangle MBE$ đều $\Rightarrow MB = BE$ (1)

Có $\angle ABC = 40^\circ$; $\angle MBC = 10^\circ \Rightarrow \angle ABM = 30^\circ$

$\angle ABE = \angle BEC - \angle ABC = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

$$\Rightarrow \angle ABM = \angle ABE \quad (2)$$

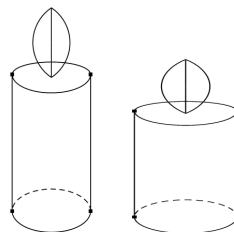
Từ (1) và (2) suy ra $\triangle ABM = \triangle ABE$ (c. g. c)

$$\Rightarrow \angle AMB = \angle AEB = 70^\circ$$

CD13: KHỐI THỰC TẾ

B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 HUYỆN QUẾ VÕ 2022-2023) Hai ngọn nến hình trụ có chiều cao và đường kính khác nhau được đặt thẳng đứng trên mặt bàn. Ngọn nến thứ nhất cháy hết trong 6 giờ, ngọn nến thứ hai cháy hết trong 8 giờ. Hai ngọn nến được thắp sáng cùng lúc, sau 3 giờ chúng có cùng chiều cao.



a) Tìm tỉ lệ chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến.

b) Biết tổng chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến là 63 cm. Tính chiều cao lúc đầu của mỗi ngọn nến.

Lời giải

a) Gọi chiều cao ban đầu ngọn nến thứ nhất là x cm

Chiều cao ban đầu ngọn nến thứ hai là y cm

Điều kiện: $x > 0, y > 0$

Giả sử tốc độ tiêu hao của hai cây nến khi cháy là không đổi.

Mỗi giờ cây nến thứ nhất giảm $\frac{x}{6}$ cm

$\Rightarrow$ Sau 3 giờ chiều cao cây nến thứ nhất còn: $x - 3 \cdot \frac{x}{6} = \frac{x}{2}$ cm.

Mỗi giờ cây nến thứ hai giảm $\frac{y}{8}$ cm

$\Rightarrow$ Sau 3 giờ chiều cao cây nến thứ hai còn: $y - 3 \cdot \frac{y}{8} = \frac{5y}{8}$ cm.

Vì sau 3 giờ cháy, hai cây nến có cùng chiều cao nên ta có:

$$\frac{x}{2} = \frac{5y}{8} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

Vậy tỉ lệ chiều cao ban đầu của hai ngọn nến là $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$.

b) Vì tổng chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến là 63 cm nên $x + y = 63$.

Theo câu a ta có: $\frac{x}{y} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{x+y}{5+4} = \frac{63}{9} = 7$

Suy ra:

$$x = 5 \cdot 7 = 35 \text{ (nhận)}$$

$$y = 4 \cdot 7 = 28 \text{ (nhận)}$$

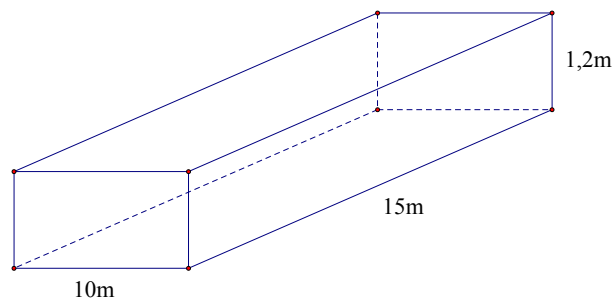
Vậy chiều cao ban đầu của cây nền thứ nhất là 35cm , chiều cao ban đầu cây nền thứ hai là 28cm .

Câu 2. (HSG 7 THÀNH PHỐ CHÍ LINH 2022-2023) Một trường THCS làm bể tập bơi cho học sinh có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 15m , chiều rộng 10m , chiều sâu $1,2\text{m}$. Người ta lát gạch men các mặt xung quanh và đáy của bể (Coi mạch ghép giữa các viên gạch men không đáng kể).

a) Tính diện tích gạch men cần dùng để lát bể bơi đó?

b) Cần phải bơm bao nhiêu mét khối nước vào bể để mực nước trong bể thấp hơn mép trên của bể là 20cm (Ban đầu bể không có nước)?

Lời giải



a) Diện tích xung quanh bể là: $2 \cdot (15 + 10) \cdot 1,2 = 60 (\text{m}^2)$

Diện tích đáy bể là: $15 \cdot 10 = 150 (\text{m}^2)$

Diện tích gạch men dùng để lát là: $150 + 60 = 210 (\text{m}^2)$

b) Đổi $20\text{cm} = 0,2\text{m}$

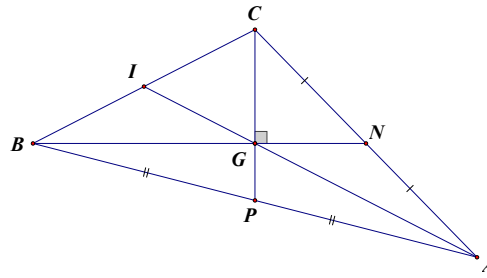
Chiều cao của mực nước trong bể cần bơm là: $1,2 - 0,2 = 1 (\text{m})$

Thể tích nước cần bơm vào bể là: $15 \cdot 10 \cdot 1 = 150 (\text{m}^3)$

CD13: CÂU TOÁN TỔNG QUÁT

A. Trắc nghiệm

Câu 1. (HSG 7 HUYỆN THANH SƠN 2022-2023) Cho hình vẽ, biết $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BN , CP vuông góc với nhau tại G . Tia AG cắt BC tại I . $BC = 5\text{cm}$. Độ dài GA là:



A. 10cm

B. 2,5cm

C. 5cm

D. 3cm

Lời giải

Theo đề ta có tam giác BCG vuông tại G và I là trung điểm BC , nên $IC = IB = IG = \frac{BC}{2}$
 Mà AI là trung tuyến nên $GA = 2.IG = BC = 5\text{cm}$
 Chọn C

Câu 2. (HSG 7 HUYỆN THANH SƠN 2022-2023) Cho $\triangle ABC$ cân tại A , trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi H là trung điểm của BC . Biết $AB = 5\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, độ dài AM là:

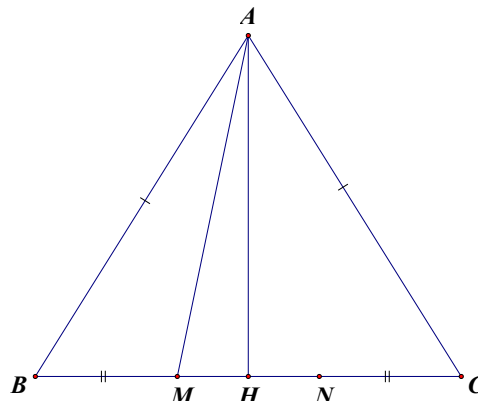
A. $\sqrt{17}\text{cm}$

B. 4cm

C. $\sqrt{15}\text{cm}$

D. $\sqrt{14}\text{cm}$

Lời giải



Tam giác ABH vuông tại H , nên $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = 4$
 Mặt khác $BH = \frac{BC}{2}$ và $BM = \frac{BC}{3}$ nên $MH = \frac{BH}{3} = \frac{BC}{6} = \frac{6}{6} = 1$
 Tam giác AMH vuông tại H , nên $AM = \sqrt{AH^2 + MH^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$
 Chọn C

Câu 3. (HSG 7 HUYỆN THANH SƠN 2022-2023) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác. Độ dài AG là:

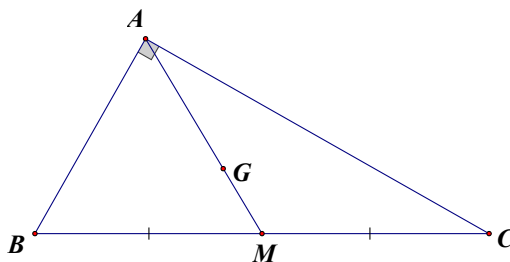
A. $\frac{11}{3}\text{cm}$

B. 5cm

C. $\frac{10}{3}\text{cm}$

D. 3cm

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC , nên AM là trung tuyến

Mà tam giác ABC vuông tại A

$$\text{Suy ra } AM = \frac{BC}{2}$$

Theo Pitago: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100$

Suy ra $BC = 10$

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác ABC , nên từ đó ta có:

$$AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{BC}{2} = \frac{10}{3}$$

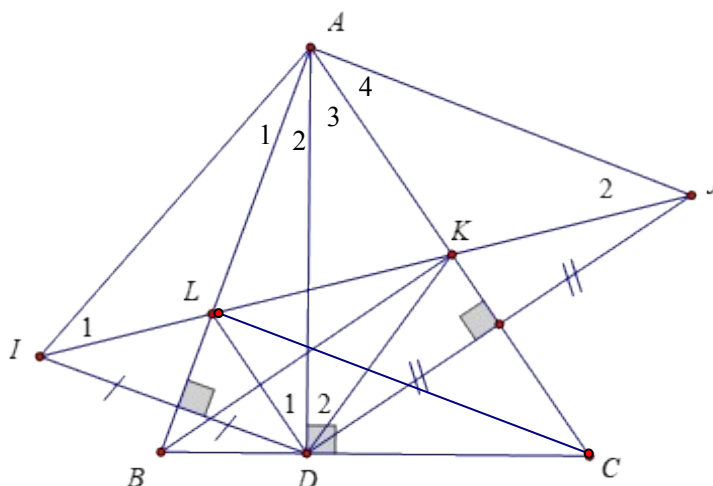
B. Tự luận

Câu 1. (HSG 7 HUYỆN TƯƠNG ĐƯƠNG 2022 – 2023)

Cho $\triangle ABC$ nhọn, AD vuông góc với BC tại D . Xác định I, J sao cho AB là trung trực của DI ; AC là trung trực của DJ ; IJ cắt AB, AC lần lượt ở L và K . Chứng minh rằng:

- $\triangle AIJ$ cân.
- DA là tia phân giác của góc LDK .
- $BK \perp AC$; $CL \perp AB$.
- Nếu D là một điểm tùy ý trên cạnh BC . Chứng minh rằng góc IAJ có số đo không đổi và tìm vị trí điểm D trên cạnh BC để IJ có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải



a) Do AB là trung trực của DI ; AC là trung trực của DJ nên $AI = AD$, $AD = AJ$

Do đó $AI = AJ$. Suy ra $\triangle AIJ$ cân tại A .

b) Xét $\triangle ALI$ và $\triangle ALD$ có:

$AI = AD$, $LI = LD$ (do AB là trung trực của DI), cạnh AL chung

Do đó $\triangle ALI = \triangle ALD$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle I_1 = \angle D_1$ (hai góc tương ứng) (1)

Xét $\triangle AKJ$ và $\triangle AKD$ có:

$AJ = AD$, $KJ = KD$ (do AC là trung trực của DJ), cạnh AK chung

$\triangle AKJ = \triangle AKD$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle J_2 = \angle D_2$ (hai góc tương ứng) (2)

Mà $\triangle AIJ$ cân tại $A \Rightarrow \angle I_1 = \angle J_2$ (3)

Từ (1) (2) (3) $\Rightarrow \angle D_1 = \angle D_2$

Vậy DA là tia phân giác của góc LDK .

c) Ta có KC là đường trung trực của $\triangle DKJ$ cân tại K do đó KC là phân giác ngoài tại đỉnh K của $\triangle DKL$.

DA là tia phân giác $\angle EDK$ của $\triangle DKL$, $DA \perp DC$ do đó DC là phân giác ngoài tại đỉnh D của $\triangle DKL$.

Suy ra LC là phân giác trong tại đỉnh L của $\triangle DKL$.

Mà AB cũng là phân giác ngoài tại đỉnh L của $\triangle DKL$.

$\Rightarrow CL \perp AB$ tại L .

Tương tự: Ta có LB là đường trung trực của $\triangle DLI$ cân tại L do đó LB là phân giác ngoài tại đỉnh L của $\triangle DLI$.

DA là tia phân giác $\angle EDK$ của $\triangle DKL$, $DA \perp DC$ do đó DB là phân giác ngoài tại đỉnh D của $\triangle DKL$.

Suy ra KB là phân giác trong tại đỉnh K của $\triangle DKL$.

Mà AC cũng là phân giác ngoài tại đỉnh K của $\triangle DKL$.

$\Rightarrow BK \perp AC$ tại K .

Vậy $BK \perp AC$; $CL \perp AB$.

d) Ta có $\angle A_1 = \angle A_2$ (vì $\triangle ALI = \triangle ALD$ chứng minh trên)

Chứng minh tương tự $\angle A_3 = \angle A_4$ (vì $\triangle AKJ = \triangle AKD$)

Ta có $\angle IAJ = \angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = 2(\angle A_2 + \angle A_3) = 2\angle BAC$.

Vậy góc IAJ có số đo không đổi.

$\triangle AIJ$ cân tại A có $\angle IAJ$ có số đo không đổi nên cạnh đáy IJ nhỏ nhất nếu cạnh bên AI nhỏ nhất.

Ta có $AI = AD \geq AH$ (AH là đường vuông góc kẻ từ A đến BC)

Dấu bằng xảy ra tức là $AD = AH$ khi $D \equiv H$.

Vậy khi D là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC thì IJ nhỏ nhất.

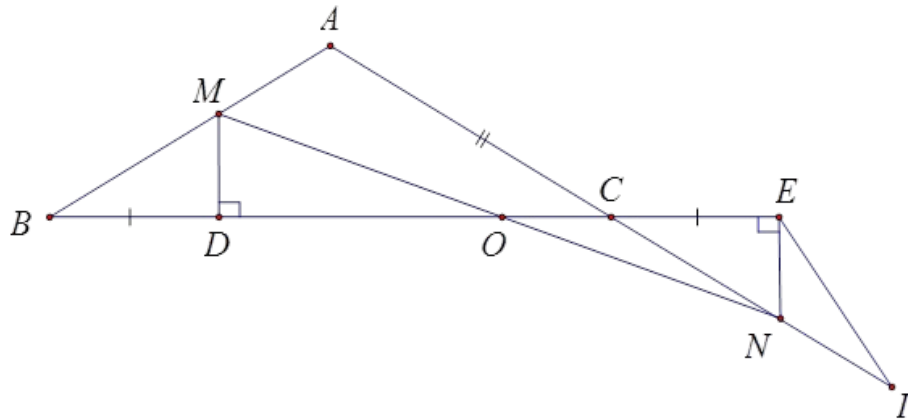
Câu 2. (HSG 7 TP SÀM SƠN 2022 - 2023) Cho tam giác ABC cân ($AB = AC$) góc A tù. Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$; trên tia đối của CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$. Chứng minh:

a) $AD = IE$.

b) $AB + AC < AD + AE$.

c) Từ D và E kẻ các đường thẳng sao cho cùng vuông góc với BC cắt $AB; AI$ theo thứ tự tại $M; N$. Chứng minh chu vi tam giác ABC nhỏ hơn chu vi tam giác AMN .

Lời giải



a) Chứng minh $\angle ABD = \angle ICE$ (c. g. c)

Ta có $\angle ABD = \angle ICE \text{ } \text{ } AD = EI$ (hai cạnh tương ứng).

b) $\angle ABD = \angle ICE$ (c. g. c).

Ta có: $AB + AC = AI$

Vì $\angle ABD = \angle ICE \text{ } \text{ } AB = IC$

Áp dụng bất đẳng thức trong tam giác AEI ta có: $AE + EI > AI$, mà $AD = EI$ (chứng minh phần a) hay $AE + AD > AB + AC$.

c) Chứng minh $\angle BDM = \angle CEN$ (g. c. g) Suy ra $BM = CN \text{ } \text{ } AB + AC = AM + AN$ (1)

Có $BD = CE$ (gt) $\text{ } \text{ } BC = DE$

Gọi O là giao điểm của MN và BC

$\text{ } \text{ } \begin{cases} OM > OD \\ ON > OE \end{cases} \text{ } \text{ } MO + ON > OD + OE \text{ } \text{ } MN > DE \text{ } \text{ } MN > BC$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: Chu vi $\triangle ABC$ nhỏ hơn chu vi $\triangle AMN$.

Câu 3. (HSG 7 HUYỆN THANH TRÌ 2022-2023) Cho tam giác ABC có $\angle B < 90^\circ, \angle B = 2\angle C$. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Trên tia đối tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BH$.

a) Chứng minh $\angle BEH = \angle ACB$

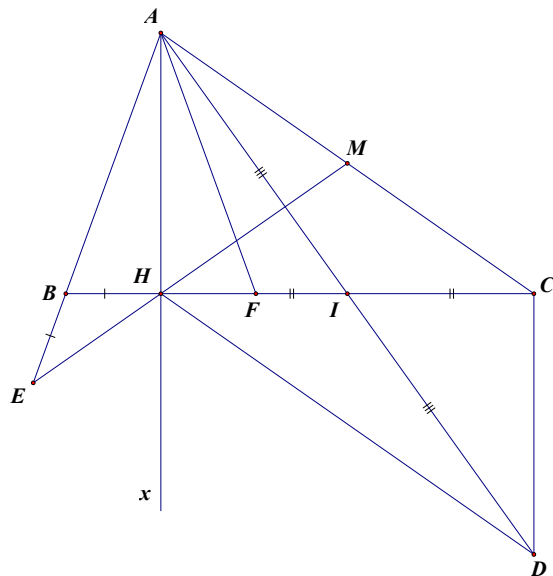
b) Lấy I là trung điểm đoạn HC . Trên tia đối tia IA lấy điểm D sao cho $IA = ID$.

Chứng minh $\angle ACD = \angle DHA$ và tia đối tia HA là phân giác của $\angle EHD$.

c) Chứng minh tia EH đi qua trung điểm M của đoạn thẳng AC .

d) Chu vi tam giác ABH lớn hơn độ dài đoạn thẳng AC .

Lời giải



a) Xét $\triangle BEH$ có:

$$BE = EH(gt)$$

$\Rightarrow \triangle BEH$ cân tại B (định nghĩa)

$$\Rightarrow \angle BEH = \angle BHE \text{ (tính chất)}$$

+ Lại có $\angle ABC$ là góc ngoài tại B của $\triangle BEH$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle BEH + \angle BHE \text{ (tính chất góc ngoài tam giác)}$$

$$\Rightarrow \angle ABC = 2\angle BEH$$

Mà $\angle ABC = 2\angle C(gt)$

$$\Rightarrow \angle BEH = \angle C$$

b) Chứng minh được $\triangle AIC = \triangle DIH(cgc)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle IAC = \angle IDH \\ AC = HD \\ \angle ACI = \angle DHI \end{cases}$$

+ Chứng minh được $\triangle ACD = \triangle DHA(cgc)$

+ Ta có: $\angle ACI = \angle DHI(cmt)$

Mà $\angle ACI = \angle E = \angle BHE(cmt)$

$$\Rightarrow \angle BHE = \angle HED$$

Lại có $\angle BHA = \angle AHC = 90^\circ (AH \perp BC)$

$$\Rightarrow \angle BHE + \angle BHA = \angle HED + \angle AHC$$

$$\Rightarrow \angle AHE = \angle AHD \quad (1)$$

+ Kẻ Hx là tia đối của tia HA

$$\text{Ta có: } \angle E H x + \angle E H A = 180^\circ (kb) \quad (2)$$

$$\angle H D x + \angle A H D = 180^\circ (kb) \quad (3)$$

$$(1)(2)(3) \Rightarrow \angle E H x = \angle D H x$$

Suy ra Hx là tia phân giác của $\angle EHD$

Vậy tia đối tia HA là tia phân giác của $\angle EHD$.

c) Giả sử tia EH cắt AC tại điểm M

+ Ta có: $\angle BHE = \angle MHC$ (đối đỉnh)

$$\angle BHE = \angle E = \angle ACB \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \angle MHC = \angle ACB$$

$\Rightarrow \triangle MHC$ cân tại M (dnhb)

$$\Rightarrow MH = MC \text{ (định nghĩa)}$$

+ Ta có Tam giác AHC vuông tại H , nên:

$$\angle ACB + \angle HAC = 90^\circ$$

$$\angle MHC + \angle MHA = 90^\circ$$

$$\text{Mà } \angle MHC = \angle MCH$$

$$\Rightarrow \angle MAH = \angle MHA$$

$\Rightarrow \triangle MAH$ cân tại M (dnhb)

$$\Rightarrow MH = MA \text{ (định nghĩa)}$$

$$\text{Mà } MH = MC \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow MA = MC$$

Mà M nằm giữa A và C

$\Rightarrow M$ là trung điểm của đoạn thẳng AC

Vậy tia EH đi qua trung điểm M của đoạn thẳng AC

d) Chu vi tam giác AHB là:

$$AB + AH + BH = AB + AH + BE \text{ (do } BH = BE \text{)}$$

$$= AE + AH \text{ (do } B \in AE \text{)}$$

+ Lấy F thuộc đoạn HC sao cho H là trung điểm BF .

+ Xét tam giác ABF , có AH vừa là đường cao, vừa là trung tuyến nên tam giác ABF cân tại A

$$\Rightarrow \angle ABF = \angle AFB$$

$$\text{Mà } \angle AFB = \angle FAC + \angle ACB \text{ (tính chất góc ngoài tam giác)}$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle FAC + \angle ACB$$

$$\Rightarrow 2.\angle ACB = \angle FAC + \angle ACB$$

$$\Rightarrow \angle ACB = \angle FAC$$

$\Rightarrow \triangle FAC$ cân tại F

$$\Rightarrow FA = FC$$

$$\text{Mà } FA = AB \text{ (} \triangle ABF \text{ cân tại } A \text{)}$$

$$\Rightarrow AB = FC$$

$$\text{Mà } HF = BH = BE$$

$$\Rightarrow AB + BE = FC + HF$$

$$\Rightarrow AE = HC$$

$$\text{Chu vi tam giác } AHB = AH + HC$$

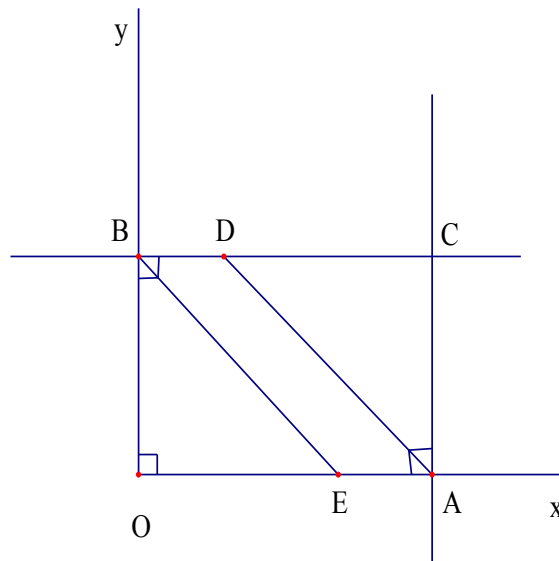
Xét $\triangle AHC$ có:

$AH + HC > AC$ (Bất đẳng thức tam giác)

Vậy chu vi tam giác AHB lớn hơn độ dài đoạn thẳng AC .

- Câu 4. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO NINH GIANG 2022-2023)** Cho góc vuông xOy , trên tia Ox lấy điểm A , trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA > OB$. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với Ox , qua B kẻ đường thẳng vuông góc với Oy . Hai đường thẳng này cắt nhau ở C .
- Chứng minh $AC \perp BC$.
 - Kẻ phân giác của $\angle ACB$ cắt BC tại D , kẻ phân giác của $\angle ABC$ cắt OA tại E . Chứng minh $AD \parallel BE$.

Lời giải



- a) Ta áp dụng quan hệ vuông góc song song có $\begin{cases} AC \perp Ox \\ OB \perp Ox \end{cases} \Rightarrow AC \parallel OB$

Có $\begin{cases} AC \parallel OB \\ OB \perp BC \end{cases} \Rightarrow AC \perp BC$

- b) Có AD là phân giác của $\angle ACB$ nên $\angle DAO = \frac{1}{2} \angle CAO = 45^\circ$ (1)

BE là phân giác của $\angle ABC$ nên $\angle EBO = \frac{1}{2} \angle CBO = 45^\circ$

Mà $\triangle OBE$, có $\angle O = 90^\circ \Rightarrow \angle OBE + \angle BEO = 90^\circ \Rightarrow \angle BEO = 45^\circ$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle BEO = \angle DAO$

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $AD \parallel BE$.

- Câu 5. (HSG 7 HUYỆN KINH MÔN ĐỀ CHÍNH THỨC 2022-2023)** Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$.

- a) Chứng minh rằng: $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

- b) Gọi I là một điểm trên AC , K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

Lời giải

a) Chứng minh rằng: $AC = EB$ và $AC \parallel BE$

Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MEB$ có:

$MC = MB$ (do M là trung điểm của BC)

$\angle AMC = \angle EMB$ (đối đỉnh)

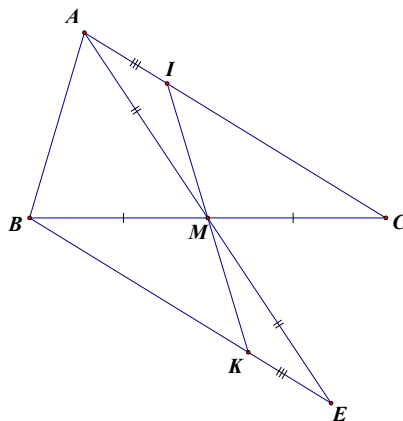
$MA = ME$ (GT)

Do đó $\triangle MAC = \triangle MEB$ (c. g. c)

$\Rightarrow AC = BE$ (các cạnh tương ứng) và $\angle MAC = \angle MEB$ (các góc tương ứng)

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên $AC \parallel BE$

Vậy $AC = EB$ và $AC \parallel BE$



b) Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

Xét $\triangle MAI$ và $\triangle MEK$ có:

$AI = EK$ (GT)

$\angle MAI = \angle MEK$ (Câu a

$\angle MAC = \angle MEB$)

$MA = ME$ (gt)

Do đó $\triangle MAI = \triangle MEK$ (c-g-c)

$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$ (các góc tương ứng)

$\Rightarrow \angle AMI + \angle AMK = \angle EMK + \angle AMK$

$\Rightarrow \angle FMK = \angle EMA$ mà $\angle EMA = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle FMK = 180^\circ$ vậy ba điểm I, M, K thẳng hàng

Câu 6. (HSG 7 HUYỆN CHUÔNG MỸ 2022-2023) Cho $\triangle ABC$ cân tại A , trên cạnh BC lấy điểm D (không trùng với B, C), trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E theo thứ tự cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại M và N .

1) Chứng minh rằng $DM = EN$;

2) Đường thẳng BC cắt MN tại I . Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng MN ;

3) So sánh chu vi của tam giác ABC và chu vi của tam giác AMN ;

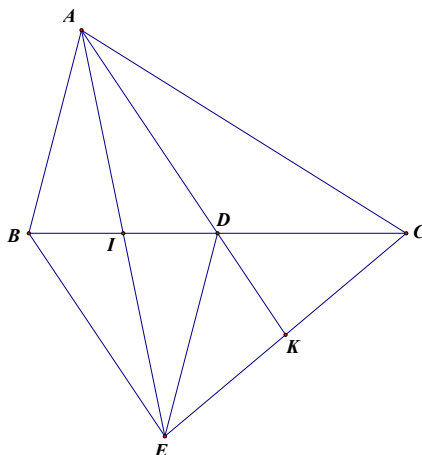
4) Chứng minh: Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua điểm cố định khi D thay đổi trên BC .

Lời giải

Câu 7. (HSG 7 HUYỆN THANH SƠN 2022-2023) Cho $\triangle ABC$ có trung tuyến AD , đường thẳng qua D và song song với AB cắt đường thẳng qua B song song với AD tại E , AE cắt BD tại I , Gọi K là trung điểm của đoạn EC . Chứng minh rằng:

- $IA = IE$
- Ba điểm A, D, K thẳng hàng.

Lời giải



a) - $AB \parallel DE$ nên $\angle ABD = \angle BDE$

cạnh BD chung

$AD \parallel BE$ nên $\angle ADB = \angle EBD$

$\triangle ABD = \triangle EDB$ (g.c.g) $\Rightarrow AB = ED$

- $AB \parallel DE$ nên $\angle BAI = \angle DEI$ và $\angle ABD = \angle BDE$

$AB = ED$

Suy ra $\triangle ABI = \triangle EDI$ (g.c.g) $\Rightarrow IA = IE$

b) - $\triangle ABI = \triangle EDI$ nên $IB = ID \Rightarrow ID = \frac{1}{2} DC$. Từ đó CI là trung tuyến tam giác CAE

- mà $DB = DC$ và $IB = ID$ nên $ID = \frac{1}{3} CI$

- nên D là trọng tâm của $\triangle ACE$

- Suy ra: D nằm trên trung tuyến AK của $\triangle ACE$

- Kết luận: A, D, K thẳng hàng

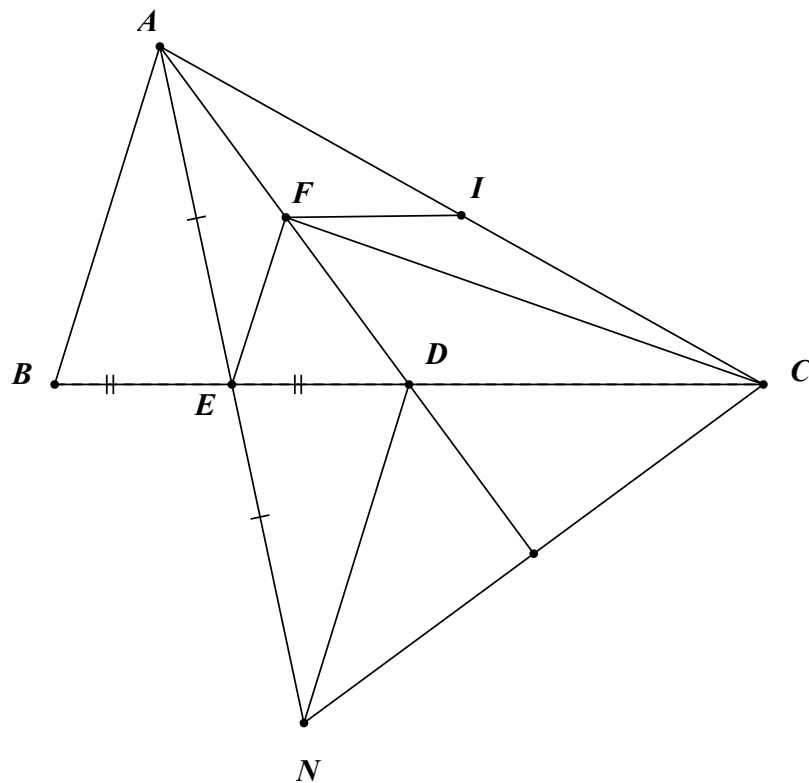
Câu 8. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO HÀ TRUNG 2022-2023) Cho tam giác ABC có $BC = 2AB$; D là trung điểm của cạnh BC , E là trung điểm cạnh BD . Trên tia AE lấy điểm N sao cho E là trung điểm của đoạn thẳng AN

a) Chứng minh $AB \parallel ND$.

b) Chứng minh $AD \perp NC$.

c) Trên đoạn thẳng AD lấy điểm F tùy ý ($F \neq A$). Chứng minh: $FC - FE < AE$

Lời giải



a) Xét hai tam giác ABE và NDE có:

$AE = NE$ (E là trung điểm của AN)

$\angle AEB = \angle NED$ (đối đỉnh)

$BE = DE$ (E là trung điểm của BD)

Suy ra: $\triangle ABE = \triangle NDE$ (c-g-c)

$\Rightarrow \angle BAE = \angle DNE$ mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $AB \parallel DN$

b) Theo câu (1) ta có $AB \parallel DN$ suy ra: $\angle ADN + \angle BAD = 180^\circ$; $\angle ADC + \angle BDA = 180^\circ$ (Hai góc kề bù)

Lại có: $BA = BD$ (vì cùng bằng một nửa BC) nên $\triangle BAD$ cân tại B

Suy ra: $\angle BAD = \angle BDA \Rightarrow \angle ADN = \angle ADC$

Xét $\triangle ADN$ và $\triangle ADC$ có:

AD là cạnh chung

$\angle ADN = \angle ADC$ (cm trên)

$DN = DC$ (cùng bằng một nửa BC)

Suy ra: $\triangle ADN = \triangle ADC$ (c-g-c) Suy ra: $AN = AC$; $\angle DAN = \angle DAC$

Vậy $\triangle ANC$ cân tại A có AD là tia phân giác của góc A nên AD đồng thời là đường cao nên $AD \perp NC$.

c) Lấy điểm I trên cạnh AC sao cho $AI = AE$.

Xét hai tam giác $\triangle AFE$ và $\triangle AFI$ có:

$AE = AI$ (cách vẽ)

$\angle EAF = \angle IAF$ (cm trên)

AF là cạnh chung.

Suy ra: $\triangle AFE = \triangle AFI$ (c-g-c) suy ra: $FE = FI$

$$\Rightarrow FC - FE = FC - FI < IC \quad (1)$$

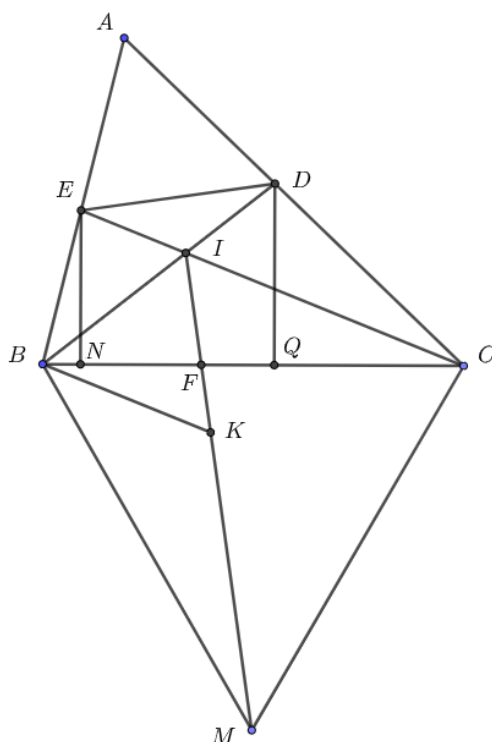
$$\text{Lại có: } AC = AN = 2AE = 2AI \Rightarrow IC = AI = AE \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $FC - FE < AE$

Câu 9. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO LANG CHÁNH 2022-2023) Cho tam giác ABC có góc $\widehat{A} = 60^\circ$ ($\widehat{B}$ và góc $\widehat{C}$ nhọn). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D , tia phân giác của góc C cắt AB tại E . BD cắt CE tại I . Trên cạnh BC lấy F sao cho $BF = BE$. Trên tia IF lấy M sao cho $IM = IB + IC$.

- Tính góc $\widehat{BIC}$ và chứng minh $ID = IF$.
- Chứng minh tam giác BCM là tam giác đều.
- Tìm điều kiện của tam giác $\triangle ABC$ để D và E cách đều đường thẳng BC .

Lời giải



$$\text{a) } \triangle ABC \text{ có } \widehat{A} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 120^\circ$$

Vì BD và CE lần lượt là tia phân giác của $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ nên:

$$\Rightarrow \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{1}{2}(\widehat{B} + \widehat{C}) = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$$

Trong $\triangle BIC$ ta có:

$$\widehat{IBC} + \widehat{ICB} + \widehat{BIC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 60^\circ + \widehat{BIC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

* Xét $\triangle BIF$ và $\triangle BIE$ có:

$$BF = BE$$

$$\widehat{BIF} = \widehat{BIE} \text{ (Vì } BD \text{ là tia phân giác của } \widehat{B} \text{)}$$

BI là cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle BIF = \triangle BIE \text{ (c-g-c)} \Rightarrow \angle BIF = \angle BIE = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle FIC = \angle DIC = 60^\circ$$

Xét $\triangle FIC$ và $\triangle DIC$ có:

$$\angle FIC = \angle DIC = 60^\circ$$

IC là cạnh chung

$$\angle FCI = \angle DCI \text{ (Vì } CE \text{ là tia phân giác của } \angle C)$$

$$\Rightarrow \triangle FIC = \triangle DIC \text{ (g-c-g)} \Rightarrow ID = IF \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

b) Trên đoạn thẳng IM lấy K sao cho $IK = IB \Rightarrow \triangle IBK$ là tam giác đều $\Rightarrow IB = BK$.

$$\triangle IBC = \triangle KBM \text{ (c-g-c)} \Rightarrow BC = BM \text{ (1)}$$

$$\triangle IBK \text{ là tam giác đều} \Rightarrow \angle IBK = 60^\circ \text{ mà } \angle IBC = \angle KBM \Rightarrow \angle KBM = 60^\circ \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle BCM$ là tam giác đều

c) $\triangle BIF = \triangle BIE \Rightarrow IF = IE$, mà $ID = IF \Rightarrow ID = IE$

$$\Rightarrow \triangle IDE \text{ cân tại } I, \text{ mà } \angle DIE = 120^\circ \Rightarrow \angle IDE = 30^\circ$$

Kẻ $EN \perp BC$ và $DQ \perp BC \Rightarrow EN \parallel DQ$

(vì $\angle IDE = 30^\circ$)

$$EN = DQ \Leftrightarrow ED \parallel BC \Leftrightarrow \angle EBC = 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow \angle ABC = 60^\circ \Leftrightarrow \triangle ABC \text{ là tam giác đều.}$$

Vậy, để D và E cách đều đường thẳng BC thì tam giác $\triangle ABC$ phải là tam giác đều.

Câu 10. (HSG 7 THÀNH PHỐ BẮC GIANG 2022-2023) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn có

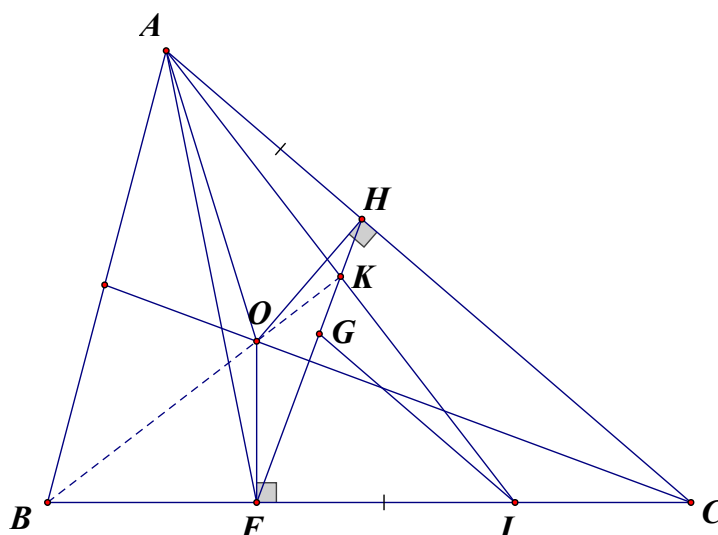
$AB < AC$. Các tia phân giác của $\angle A$ và $\angle C$ cắt nhau tại O . Gọi F và H lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ O xuống các cạnh BC và AC .

a) Chứng minh $\triangle HFC$ cân tại C .

b) Trên cạnh FC lấy điểm I sao cho $AH = FI$. Qua I kẻ đường thẳng song song AC cắt FH tại G . Gọi K là giao điểm của AI và FH . Chứng minh $\triangle AHK = \triangle IGK$.

c) Chứng minh ba điểm B, O, K thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có $OH \perp AC$ tại H và $OF \perp BC$ tại F nên $\angle OHC = \angle OFC = 90^\circ$

Lại có CO là phân giác của $\angle ACB$ nên $\angle OCH = \angle OCF$

Chỉ ra $\triangle OHC = \triangle OFC$ (cạnh huyền-góc nhọn)

Suy ra $CH = CF \Rightarrow \triangle HCF$ cân tại C (đpcm)

b) Chỉ ra $\triangle IGF$ cân tại I

Suy ra $IG = IF = AH$

Ta có $IG \parallel AC$ nên $\angle KIG = \angle KAH; \angle KGI = \angle KHA$ (hai góc so le trong)

$\triangle AHK = \triangle IGK$. (g-c-g)

c) Kẻ OE vuông góc AB tại E . Chỉ ra $OE = OF$ và $\triangle OBE = \triangle OBF$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông). Từ đó chứng minh được BO là phân giác của $\angle ABC$ (1)

Từ $\triangle AHK = \triangle IGK$ suy ra $KA = KI$ (hai cạnh tương ứng)

Chứng minh $\triangle ABK = \triangle IBK$ (c-c-c)

Chỉ ra BK là phân giác của $\angle ABC$ (2)

Từ (1) và (2) ta có B, O, K thẳng hàng.

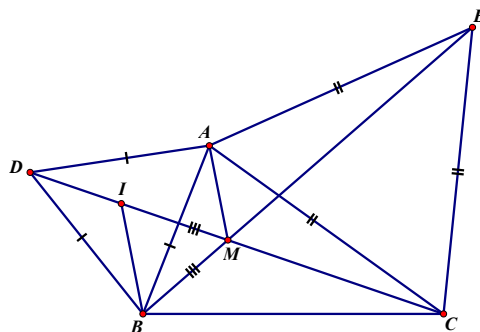
Câu 11. (HSG 7 THỊ XÃ BỈM SƠN 2022-2023) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) dựng ra phía ngoài tam giác ABC các tam giác đều $\triangle ABD, \triangle ACE$.

a) Chứng minh rằng $\triangle ADC = \triangle ABE$

b) Gọi M là giao điểm của BE, CD . Tính $\angle BMC$ và chứng minh $MD = MA + MB$.

c) Chứng minh rằng $\angle AMC = \angle BMC$.

Lời giải



a) Xét $\triangle ADC$ và $\triangle ABE$ có

$AD = AB$ (vì $\triangle ABD$ đều)

$\angle DAC = \angle BAE$ (vì $\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC = 60^\circ + \angle BAC; \angle BAE = \angle BAC + \angle CAE = 60^\circ + \angle BAC$)

$AC = AE$ (vì $\triangle ACE$ đều)

Nên $\triangle ADC = \triangle ABE$ (c - g - c)

Suy ra $\angle AEB = \angle ACD$ (góc tương ứng)

b) Gọi M là giao điểm của BE, CD . Ta có $\angle BMC$ là góc ngoài của $\triangle EMC$ nên

$\angle BMC = \angle MEC + \angle MCE = \angle MEC + \angle MCA + \angle ACE = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

Suy ra $\angle EMC = 60^\circ$ (kề bù với $\angle BMC$)

Trên MD lấy I sao cho $MI = MB$ và $\angle IMB = 60^\circ$ (đối đỉnh $\angle EMC$)

Nên $\angle MIB = \angle DBA = 60^\circ$

Xét $\triangle MBA$ và $\triangle IBD$ có

$MI = IB (=MI)$ (do tam giác MIB đều)

$BA = BD$

$\angle MBA = \angle IBD$ (vì $\angle MBA + \angle ABI = 60^\circ = \angle IBD + \angle ABI$)

Nên $\triangle MBA = \triangle IBD$ (c-g-c)

$DI = MA$ (cạnh tương ứng)

Ta có $MD = MI + ID = MB + AM$.

c) Ta có $\triangle MBA = \triangle IBD$ nên $\angle AMB = \angle DIB = 120^\circ$

Suy ra $\angle AMC = \angle BMC$.

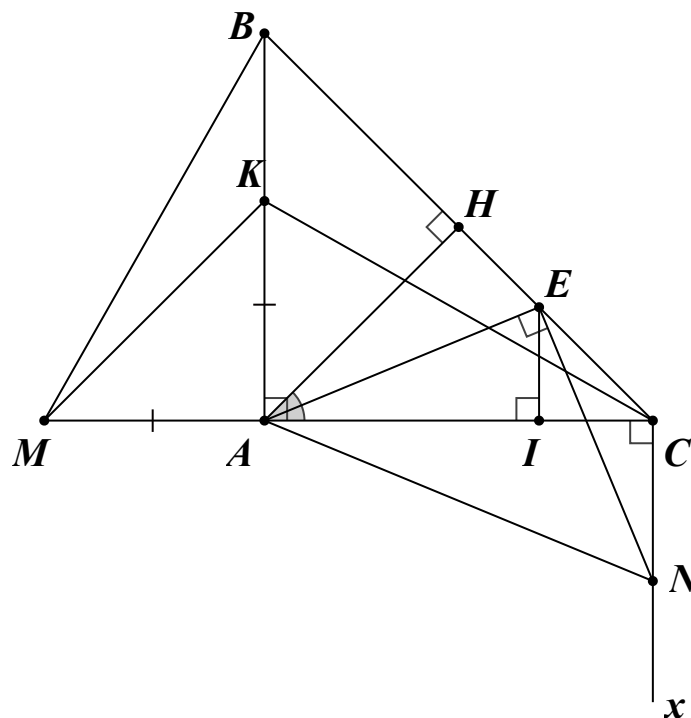
Câu 12. (HSG 7 HUYỆN QUẾ VÕ 2022-2023) Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao AH , AE là phân giác của $\angle HAC$ ($E \in HC$)

a) Kẻ EI vuông góc với AC . Chứng minh rằng $HE = EI$. So sánh HE và EC .

b) Trên cạnh AB lấy điểm K , trên tia đối của tia AC lấy điểm M sao cho $AK = AM$. Chứng minh rằng $CK \perp BM$.

c) Trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa điểm B vẽ tia Cx vuông góc với AC . Qua E kẻ EN vuông góc với AE ($N \in Cx$). Chứng minh rằng $AE = EN$.

Lời giải



a)

* Chứng minh rằng $HE = EI$.

Xét $\triangle HAE$ và $\triangle IAE$, ta có:

$\angle AHE = \angle AIE = 90^\circ$

AE là cạnh huyền chung

$\angle HAE = \angle IAE$ (vì AE là tia phân giác)

Vậy $\triangle HAE = \triangle AIE$ (cạnh huyền-góc nhọn)

$\Rightarrow HE = EI$ (Cạnh tương ứng) (1)

* So sánh HE và EC .

Trong tam giác vuông EIC có EC là cạnh huyền, EI là cạnh góc vuông nên $EI < EC$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $HE < EC$

b) Chứng minh rằng $CK \perp BM$.

Ta có: $\angle BAH = 45^\circ$ (vì $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên AH là đường cao cũng là đường phân giác)

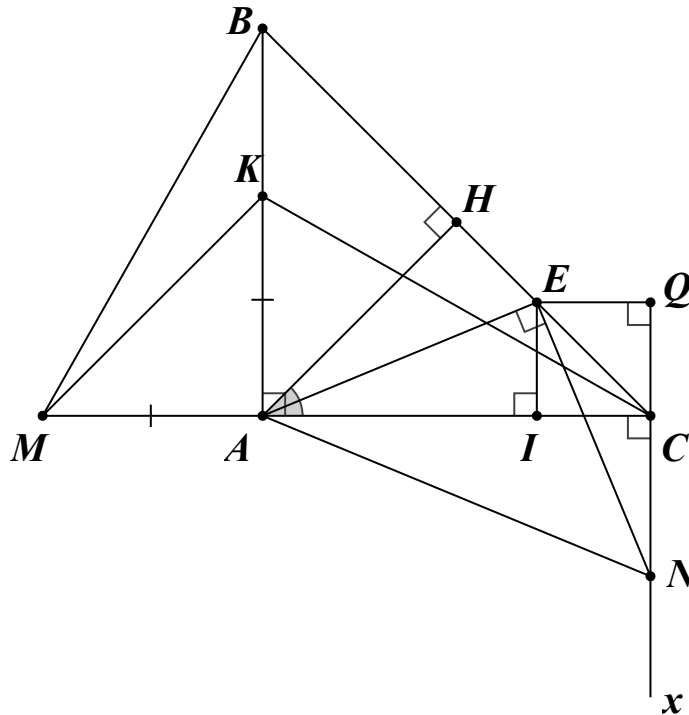
Lại có $\angle MAK = 45^\circ$ (vì $\triangle AMK$ vuông cân tại A do $\angle MAK = 90^\circ, AM = AK$)

Do đó: $\angle BAH = \angle MAK$ (mà ở vị trí đồng vị) $\Rightarrow MK \parallel AH$

Mà $AH \perp BC$ nên suy ra $MK \perp BC$

* Xét $\triangle MBC$ có hai đường cao MK và BA cắt nhau tại K nên K là trực tâm của tam giác $\Rightarrow CK \perp BM$

c) Chứng minh rằng $AE = EN$.



Gọi Q là hình chiếu của E trên đường thẳng CN

Ta có $EI \perp AC, QC \perp AC \Rightarrow EI \parallel QC \Rightarrow \angle ECQ = \angle IEI$ (so le trong)

Xét hai tam giác vuông EIC và CQE , có:

EC là cạnh chung

$\angle ECQ = \angle IEI$ (chứng minh trên)

Vậy $\triangle EIC = \triangle CQE$ (cạnh huyền góc nhọn)

$\Rightarrow EI = EQ$

Xét hai tam giác vuông IEA và QEN , có:

$EI = EQ$ (chứng minh trên)

$$\angle AEI = \angle NEQ \text{ (cùng phụ với } \angle EN)$$

Vậy $\triangle IEA = \triangle QEN$ (cạnh góc vuông góc nhọn kề)

$$\Rightarrow AE = EN \text{ (đpcm)}$$

Câu 13. (HSG 7 THÀNH PHỐ CHÍ LINH 2022-2023) Cho tam giác nhọn ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Kẻ $BE \perp AC$ tại E , $CF \perp AB$ tại F . BE cắt CF tại H . Kẻ

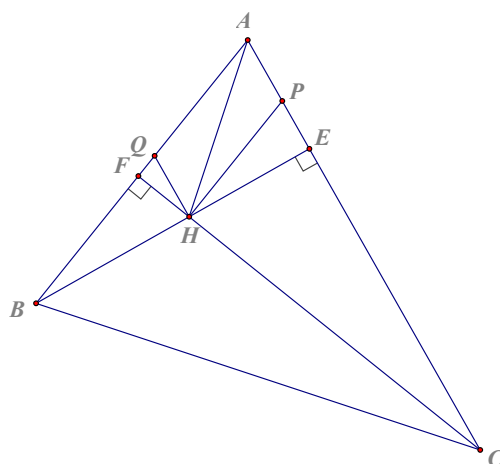
$$HQ \parallel AC, HP \parallel AB (Q \in AB, P \in AC)$$

a) Chứng minh rằng: $\triangle AHQ = \triangle HAP$

b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh tam giác MEF cân và $\angle AEF = \angle ABC$

c) Chứng minh rằng: $HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + BC + CA)$

Lời giải



a) Xét $\triangle AHQ$ và $\triangle HAP$ có

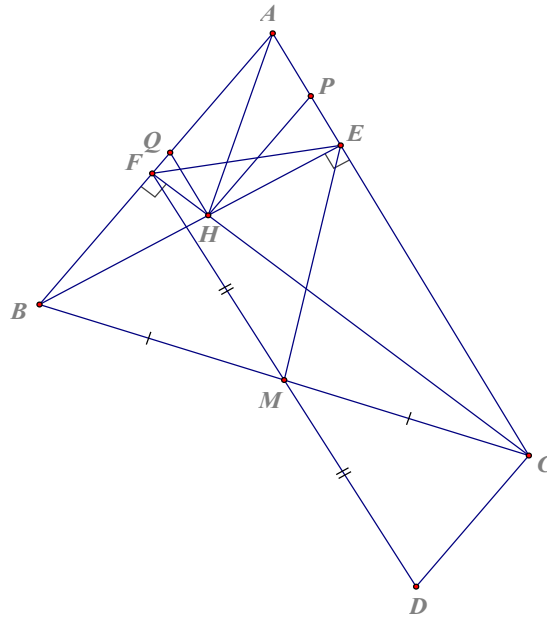
$$\angle QAH = \angle PHA \text{ (hai góc so le trong)}$$

AH là cạnh chung

$$\angle QHA = \angle PAH \text{ (hai góc so le trong)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHQ = \triangle HAP \text{ (g - c - g)}$$

b) Lấy điểm D sao cho M là trung điểm của FD



Chứng minh $\triangle BMF = \triangle CMD$ (c - g - c)

$\Rightarrow BF = CD$ và $BF \parallel CD$

Từ đó chứng minh được $\triangle BFC = \triangle DCF$ (c - g - c) $\Rightarrow BC = FD = 2FM$

Chứng minh tương tự $BC = 2EM$

$\Rightarrow FM = EM = BM = CM \Rightarrow \triangle EFM$ cân tại M

Tương tự $\triangle BMF, \triangle EMC$ cân tại M

Từ đó chứng minh được:

$$\angle AEF = 180^\circ - \angle FEM - \angle MEC = 180^\circ - \frac{180^\circ - \angle EMF}{2} - \frac{180^\circ - \angle EMC}{2}$$

$$\Rightarrow \angle AEF = \frac{\angle EMF + \angle EMC}{2} = \frac{\angle PMC}{2} = \frac{2\angle ABC}{2} = \angle ABC$$

(Do $\angle PMC$ là góc ngoài của $\triangle BMF$)

Vậy $\angle AEF = \angle ABC$

c) Theo chứng minh câu a) ta có: $\triangle AHQ = \triangle HAP$

$\Rightarrow HQ = AP$ và $AQ \parallel HP$

Xét $\triangle AHQ$ có $AH < HQ + AQ$ (bất đẳng thức tam giác)

$$\Rightarrow AH < AQ + AP \quad (1)$$

Mặt khác $HQ \parallel AC$ mà $BH \perp AC \Rightarrow HQ \perp BH$

Chứng minh tương tự ta được $CH \perp HP$

$$\Rightarrow BH < BQ \text{ và } CH < CP \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow HA + HB + HC < AB + AC \quad (3)$

Chứng minh tương tự ta có: $\Rightarrow HA + HB + HC < AC + BC \quad (4)$

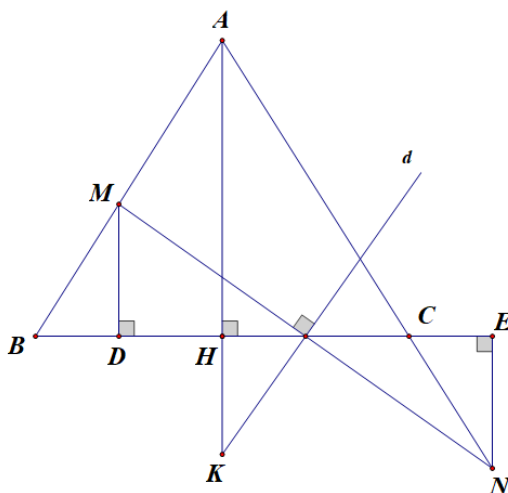
$$\Rightarrow HA + HB + HC < AB + BC \quad (5)$$

$$\text{Từ (3), (4), (5)} \Rightarrow HA + HB + HC < \frac{2}{3}(AB + BC + CA)$$

Câu 14. (HSG 7 PHÒNG GD & ĐT NGHĨA ĐÀN 2022-2023) Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$). Trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia BC lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt tại M, N . Chứng minh rằng:

- $DM = EN$
- Đường thẳng BC cắt MN tại trung điểm I của MN .
- Đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

Lời giải



a) $\triangle ABC$ cân tại A (gt) $\Rightarrow \angle ABC = \angle ACB$ mà $\angle ACB = \angle ECN$ (hai góc đối đỉnh) $\Rightarrow \angle ABC = \angle ECN$

hay $\angle MBD = \angle ECN$

$\triangle MBD = \triangle NEC$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN$

b) Có $MD \parallel EN$ (cùng vuông góc với BC) $\Rightarrow \angle DMI = \angle NEI$ (so le trong)

Từ đó chứng minh được $\triangle MDI = \triangle NEI$ (c.g.c) $\Rightarrow MI = NI \Rightarrow I$ là trung điểm của MN

c) Gọi d là đường thẳng vuông góc với MN tại I

mà I là trung điểm của MN

$\Rightarrow d$ là đường trung trực của MN

Kẻ đường cao AH của $\triangle ABC$

Gọi K là giao điểm của 2 đường thẳng d và AH

Vì K thuộc d (d là đường trung trực của MN) nên $KM = KN$

Vì $\triangle ABC$ cân tại A (gt) $\Rightarrow$ đường cao AH cũng đồng thời là đường trung trực của cạnh BC

$\Rightarrow K$ thuộc AH là đường trung trực của cạnh BC nên $KB = KC$

Chứng minh được $\triangle ABK = \triangle ACK$ (c-c-c) $\Rightarrow \angle ABK = \angle ACK$ (1)

Chứng minh được $\triangle MBK = \triangle NCK$ (c-c-c) $\Rightarrow \angle MBK = \angle NCK$ hay $\angle ABK = \angle NCK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle ACK = \angle NCK$

Lại có $\angle ACK + \angle NCK = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$$\Rightarrow \angle ACK = \angle NCK = 90^\circ \Rightarrow KC \perp AC$$

$\Rightarrow$ K thuộc đường thẳng m vuông góc với AC tại C .

$\Rightarrow$ K là giao điểm của hai đường thẳng AH và m

Do $\triangle ABC$ cân tại A cho trước nên 2 đường thẳng AH và m là cố định, từ đó suy ra điểm K cố định.

Vậy đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC .

Câu 15. (HSG 7 PHÒNG GD VÀ ĐÀO TẠO NGHỊ XUÂN 2022-2023) Cho tam giác nhọn ABC .

Trên nửa mặt phẳng chứa C bờ AB vẽ AD vuông góc với AB và $AD = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa B bờ AC vẽ AE vuông góc với AC và $AE = AC$.

a) Chứng minh: $BE = CD$

b) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh: $AM \perp ED$

Lời giải

a) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ADC$ có: $AE = AC; AB = AD$

$$\angle BAE = \angle DAC (= 90^\circ - \angle BAC)$$

$$\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADC \Rightarrow BE = DC$$

b) Lấy điểm K sao cho M là trung điểm của AK .

Xét $\triangle ABM$ và $\triangle KCM$ có: $AM = KM; BM = MC$

$$\angle BMA = \angle CMK$$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle KCM \Rightarrow AB = CK; \angle BAM = \angle CKM$$

Mà: $AD = AB \Rightarrow CK = AD$

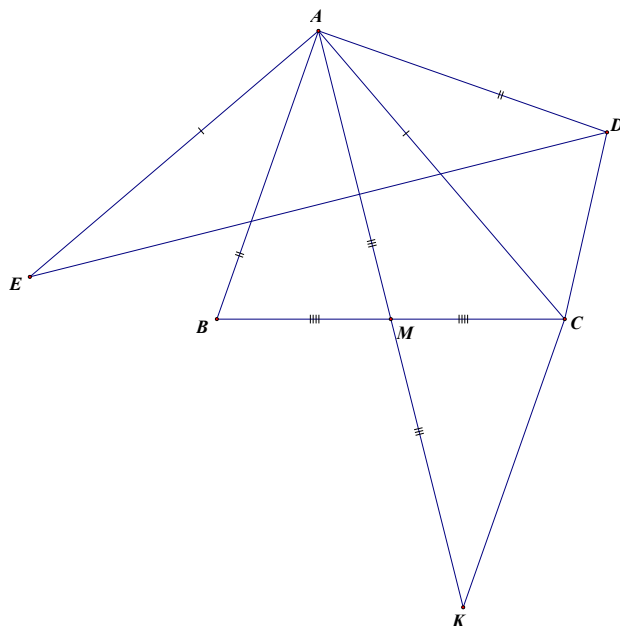
Xét $\triangle EAD$ và $\triangle ACK$ có: $AE = AC; CK = AD$

$$\angle EAD = \angle ACK (= 180^\circ - \angle BAC)$$

$$\Rightarrow \triangle EAD = \triangle ACK \Rightarrow \angle AED = \angle AKC$$

$$\Rightarrow \angle EAM + \angle AED = \angle EAM + \angle AKC = 90^\circ$$

Nên: $AM \perp ED$



Câu 16. (HSG 7 HUYỆN THANH TRÌ 2022-2023) Cho ba hình chữ nhật, biết diện tích hình thứ nhất và hình thứ hai tỉ lệ với 4 và 5 , diện tích hình thứ hai và hình thứ ba tỉ lệ với 7 và 8 . Hình thứ nhất và hình thứ hai có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27m , hình thứ hai và hình thứ ba có cùng chiều rộng, chiều dài của hình thứ ba là 24m . Tính diện tích mỗi hình chữ nhật đó.

Lời giải

Gọi diện tích ba hình chữ nhật lần lượt là S_1, S_2, S_3

Chiều dài, chiều rộng của ba hình tương ứng là $d_1, r_1, d_2, r_2, d_3, r_3$

Theo đề bài, ta có:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}; \frac{S_2}{S_3} = \frac{7}{8}; d_1 = d_2; r_1 + r_2 = 27; r_2 = r_3; d_3 = 24$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{d_1 r_1}{d_2 r_2} = \frac{4}{5}$$

Từ

$$d_1 = d_2 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{r_1}{4} = \frac{r_2}{5}$$

Mà

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có

$$\frac{r_1}{4} = \frac{r_2}{5} = \frac{r_1 + r_2}{4 + 5} = \frac{27}{9} = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r_1 = 12 \\ r_2 = 15 \end{cases}$$

$$\frac{S_2}{S_3} = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{d_2 r_2}{d_3 r_3} = \frac{7}{8}$$

Lại có:

$$r_2 = r_3 \Rightarrow \frac{d_2}{d_3} = \frac{7}{8}$$

Mà

$$d_3 = 24 \Rightarrow d_2 = \frac{7}{8} \cdot 24 = 21$$

Mà

$$\Rightarrow \begin{cases} d_1 = d_2 = 21; d_3 = 24 \\ r_1 = 12; r_2 = r_3 = 15 \end{cases}$$

Diện tích hình chữ nhật thứ nhất là: $21 \cdot 12 = 252 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật thứ hai là: $21 \cdot 15 = 315 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật thứ ba là: $24 \cdot 15 = 360 \text{ (m}^2\text{)}$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>