

## PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

**Câu 1.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimét) của 36 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số
[160;163)	6
[163;166)	11
[166;169)	9
[169;172)	7
[172;175)	3
	$n = 36$

### Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là  $a_1 = 160$ , đầu mút phải của nhóm 5 là  $a_6 = 175$ . Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

$$R = a_6 - a_1 = 175 - 160 = 15(\text{cm}).$$

**Câu 2.** Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười nếu cần).

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40 ; 45)	5	5
[45 ; 50)	10	15
[50 ; 55)	7	22
[55 ; 60)	9	31
[60 ; 65)	7	38
[65 ; 70)	4	42
	$n = 42$	

Bảng 7

### Lời giải

Số phần tử của mẫu là  $n = 42$ .

- Ta có:  $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$  mà  $5 < 10,5 < 15$ . Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5. Xét nhóm 2 là nhóm  $[45; 50)$  có  $s = 45; h = 5; n_2 = 10$  và nhóm 1 là nhóm  $[40; 45)$  có  $cf_1 = 5$ .

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là:

$$Q_1 = 45 + \left( \frac{10,5 - 5}{10} \right) \cdot 5 = 47,75(\text{cm}).$$

- Ta có:  $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$  mà  $31 < 31,5 < 38$ . Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5. Xét nhóm 5 là nhóm  $[60; 65)$  có  $t = 60; l = 5; n_5 = 7$  và nhóm 4 là nhóm  $[55; 60)$  có  $cf_4 = 31$ .

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là:

$$Q_3 = 60 + \left( \frac{31,5 - 31}{7} \right) \cdot 5 \approx 60,4 (cm).$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 60,4 - 47,75 = 12,65 (cm).$$

**Câu 3.** Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

### Lời giải

Cỡ mẫu  $n = 50$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{50}$  là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, x_2, x_3 \in [250; 290); x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330); x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370);$   
 $x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410); x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450)$ .

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $x_{13} \in [290; 330)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

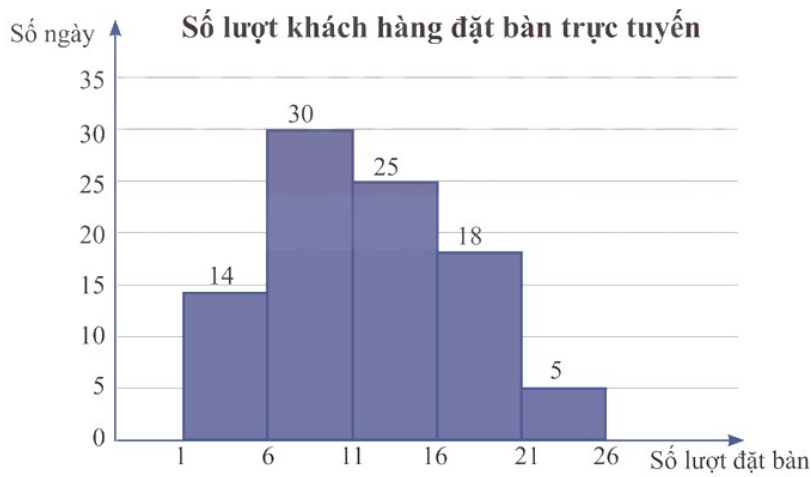
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $x_{38} \in [370; 410)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143}.$$

**Câu 4.** Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

### Lời giải

Cỡ mẫu  $n = 92$  ;

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{92}$  là mẫu số liệu gốc về số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  
 $x_1; \dots; x_{14} \in [1; 6); x_{15}; \dots; x_{44} \in [6; 11); x_{45}; \dots; x_{69} \in [11; 16); x_{70}; \dots; x_{87} \in [16; 21); x_{88}; \dots; x_{92} \in [21; 26)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{23} + x_{24}) \in [6; 11)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30}(11 - 6) = 7,5$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{1}{2}(x_{69} + x_{70}) \in [11; 16)$  và  $[16; 21)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $Q_3 = 16$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$

**Câu 5.** Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian tập (giờ)	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

### Lời giải

Nhắc lại:  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{39}$  là thời gian luyện tập của 39 vận động viên.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{39}$  là  $x_{20} \in [4; 6)$ . Do đó tứ phân vị thứ hai của mẫu

$$Q_2 = 4 + \frac{\frac{2.39}{4} - (3+8)}{12} \cdot (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,417.$$

số liệu ghép nhóm là

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{39}$  là  $x_{10} \in [2; 4)$ . Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.39}{4} - 3}{8} \cdot (4 - 2) = \frac{59}{16} = 3,6875.$$

số liệu ghép nhóm là

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{39}$  là  $x_{30} \in [6; 8)$ . Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{4} - (3+8+12)}{12} \cdot (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,042.$$

liệu ghép nhóm là

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = 1,625$

**Câu 6.** Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

### Lời giải

Số lần thực hiện cuộc gọi là:  $n = 8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$

Gọi  $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{33}$  lần lượt là thời gian thực hiện cuộc gọi theo thứ tự không gian

Do  $x_1, \dots, x_8 \in [0; 60); x_9, \dots, x_{18} \in [60; 120); x_{19}, \dots, x_{25} \in [120; 180); x_{26}, \dots, x_{30} \in [180; 240); \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{16} + x_{17})$  thuộc nhóm  $[60; 120)$  nên tứ phân vị thứ hai của

$$Q_2 = 60 + \frac{\frac{33}{2} - 8}{10} (120 - 60) = 111$$

mẫu số liệu là

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_8 + x_9)$  thuộc nhóm  $[60; 120)$  nên tứ phân vị thứ nhất

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{33}{4} - 8}{10} (120 - 60) = 61,5$$

của mẫu số liệu là

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{24} + x_{25})$  thuộc nhóm  $[120; 180)$  nên tứ phân vị thứ ba của

$$Q_3 = 120 + \frac{\frac{3.33}{4} - 18}{7} (180 - 120) = 177,8$$

mẫu số liệu là

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = 116,3$

**Câu 7.** Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

Điểm số	[5,5;10,5)	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)
Số trận	3	9	2	6

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$  lần lượt là số trận theo thứ tự không gian

Do  $x_1, \dots, x_3 \in [5,5;10,5); x_4, \dots, x_{12} \in [10,5;15,5); x_{13}, x_{14} \in [15,5;20,5); x_{15}, \dots, x_{20} \in [20,5;25,5)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$  thuộc nhóm [10,5;15,5) nên tứ phân vị thứ hai

của mẫu số liệu là 
$$Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{2} - 3}{9} (15,5 - 10,5) = 14,4$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$  thuộc nhóm [10,5;15,5) nên tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu là 
$$Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{9} (15,5 - 10,5) = 11,6$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$  thuộc nhóm [20,5;25,5) nên tứ phân vị thứ ba

của mẫu số liệu là 
$$Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 14}{6} (25,5 - 20,5) = 21,3$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = 9,7$

**Câu 8.** Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

Thời gian (phút)	[0;60)	[60;120)	[120;180)	[180;240)	[240;300)
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

**Lời giải**

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{30}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:  $x_1, x_2 \in [0;60); x_3, \dots, x_9 \in [60;120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120;180);$

$x_{17}, \dots, x_{26} \in [180;240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240;300)$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ . Do  $x_{15}$  và  $x_{16}$  thuộc nhóm [120;180) nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = 120 + \frac{\frac{30}{2} - (2+7)}{7} \cdot (180 - 120) = \frac{1200}{7} \approx 171,43.$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là  $x_8 \in [60; 120)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{7} \cdot (120 - 60) = \frac{750}{7} \approx 107,14$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $x_{23} \in [180; 240)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là 
$$Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2 + 7 + 7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = 111,86$

**Câu 9.** Điểm thi môn Toán (thang điểm 100, điểm được làm tròn đến 1) của 60 thí sinh được cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	[0; 9, 5)	[9, 5; 19, 5)	[19, 5; 29, 5)	[29, 5; 39, 5)	[39, 5; 49, 5)
Số thí sinh	1	2	4	6	15
Điểm	[49, 5; 59, 5)	[59, 5; 69, 5)	[69, 5; 79, 5)	[79, 5; 89, 5)	[89, 5; 99, 5)
Số thí sinh	12	10	6	3	1

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

### Lời giải

Cỡ mẫu là  $n = 60$ .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{60}$  là điểm thi môn Toán của 60 thí sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  là  $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ . Do  $x_{15}$  và  $x_{16}$  đều thuộc nhóm  $[39, 5; 49, 5)$  nên nhóm này chứa  $Q_1$ . Do đó,  $p = 5$ ;  $a_5 = 39, 5$ ;  $m_5 = 15$ ;  $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 13$ ;  $a_6 - a_5 = 10$  và ta có

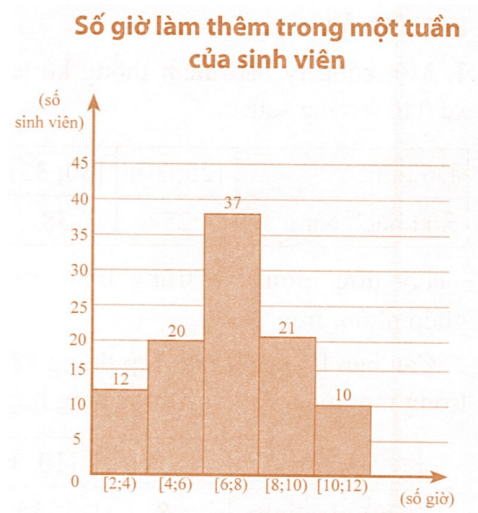
$$Q_1 = 39, 5 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \cdot 10 \approx 40, 83$$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  là  $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$ . Do  $x_{45}$  và  $x_{46}$  đều thuộc nhóm  $[59, 5; 69, 5)$  nên nhóm này chứa  $Q_3$ . Do đó,  $p = 7$ ;  $a_7 = 59, 5$ ;  $m_7 = 10$ ;  $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 40$ ;  $a_6 - a_5 = 10$  và ta có

$$Q_3 = 59, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - 40}{10} \cdot 10 = 64, 5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = 23, 67$

**Câu 10.** Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

### Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu  $n = 100$ .

Gọi  $x_1; x_2; \dots; x_{100}$  là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{100}$  là  $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$ .

Do  $x_{50}$  và  $x_{51}$  thuộc nhóm [6;8) nên  $Q_2 = 6 + \frac{2 \cdot 100}{37} - 32 \cdot (8 - 6) \approx 6,97$ .

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{100}$  là  $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$ . Do  $x_{25}$  và  $x_{26}$  thuộc nhóm [4;6) nên

$$Q_1 = 4 + \frac{1 \cdot 100}{20} - 12 \cdot (6 - 4) = 5,3$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu  $x_1; x_2; \dots; x_{100}$  là  $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$ . Do  $x_{75}$  và  $x_{76}$  thuộc nhóm [8;10) nên

$$Q_3 = 8 + \frac{3 \cdot 100}{21} - 69 \cdot (10 - 8) \approx 8,57$$

Khoảng tứ phân vị là  $\Delta Q = 3,27$

