ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HKI
MÔN: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ: 02

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou,Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou,Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov,Ow).

A. $k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $2\pi+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\frac{3\pi}{2}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{3\pi}{2}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 2: Hàm số $y=\cos x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\pi;0)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **C.** $(0;\pi)$. **D.** $\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x=1$ là

A. $x=\pi+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tính u_3

A. $u_3=6$. **B.** $u_3=9$. **C.** $u_3=18$. **D.** $u_3=8$.

Câu 6: Cho $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=2$. Khi đó $\lim(u_n-v_n)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 7: $\lim(2^{2n}-3^n)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2+7x+11)$ là

A. 37. **B.** 38. **C.** 39. **D.** 40.

Câu 9: Tính $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{2x+1}{x-3}$?

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 7.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi $m=?$

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 11: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y=x^2-3x+5$. **B.** $y=\frac{x^2+x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{x+4}{x^2+1}$.

Câu 12: Hàm số $y=\dfrac{3}{x(x+1)(x+2)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 13: Cho 2 đường thẳng a,b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a,b và A?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M,N,P tương ứng trên SA,SB,SC sao cho MN,NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D,E,F. Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D,E,F

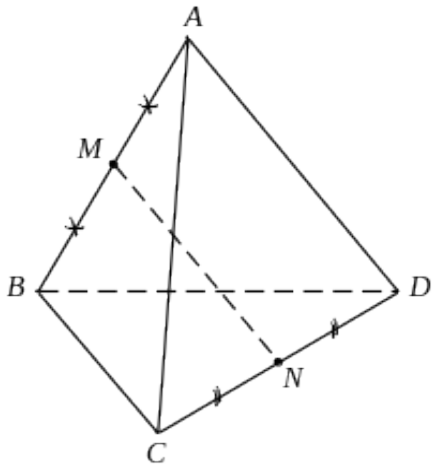
A. D,E,F thẳng hàng.

B. D,E,F tạo thành tam giác.

C. D,E,F cùng thuộc một mặt phẳng.

D. D,E,F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



A. Đường thẳng MN. **B.** Đường thẳng CM. **C.** Đường thẳng DN. **D.** Đường thẳng CD.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A',B',C',D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,SB,SC,SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H,I,K lần lượt là trung điểm của SA,AB,CD. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $HK//(SBC)$. **B.** $HK//(SBD)$. **C.** $HK//(SAC)$. **D.** $HK//(SAD)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A')//(CDD'C')$. **B.** $(BDA')//(D'B'C)$.

C. $(BA'D')//(ADC)$. **D.** $(ACD')//(A'C'B)$.

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đường chéo?

A. 16. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là

A. A'. **B.** B'. **C.** D'. **D.** C'.

Câu 21: Trên đường tròn bán kính $R=6$, độ dài của cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ là

A. $l=\frac{2\pi}{3}$. **B.** $l=\frac{\pi}{24}$. **C.** $l=24\pi$. **D.** $l=\frac{3\pi}{2}$.

Câu 22: Cho $\cos 2a=\frac{1}{9}$. Tính $\sin 2a\cos a$ với $0<a<\frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{20}{27}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{8}$. **C.** $\frac{5}{27}$. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{16}$.

Câu 23: Tập giá trị của hàm số $y=3\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $[-3;3]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-3;1]$. **D.** $\left[-\frac{3\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$.

Câu 24: Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n=3n+n^2$. Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. u_{10}. **B.** u_8. **C.** u_5. **D.** u_{40}.

Câu 25: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,. và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

Câu 26: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384. **B.** 16383. **C.** 32767. **D.** 32768.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $L=\lim\frac{5n^2-3an^4}{(1-a)n^4+2n+1}>0.$

A. $a\le 0;a\ge 1.$ **B.** $0<a<1.$ **C.** $a<0;a>1.$ **D.** $0\le a<1.$

Câu 28: $\lim\left[\sqrt{2n^2+2n+1}-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right]$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 2.

Câu 29: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+1}{(2-x)^4}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 30: Biết giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+2}+bx-1}{x^3-3x+2}=c$ với a,b,c là số thực. Tính $S=a+6b+12c$

A. -3. **B.** 9. **C.** 3. **D.** -9.

Câu 31: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM. **D.** $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.

C. IJ chéo nhau với CD. **D.** IJ cắt AB.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM=2MA$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Tính diện tích của thiết diện hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{2}{9}a^2$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$. **C.** $4a^2$. **D.** $\frac{8a^2}{3}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Có $1\,kg$ chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian $T=24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người (T gọi là chu kì bán rã). Gọi (u_n) là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kì thứ n.

a. Tìm số hạng tổng quát u_n

b. Tìm giới hạn u_n

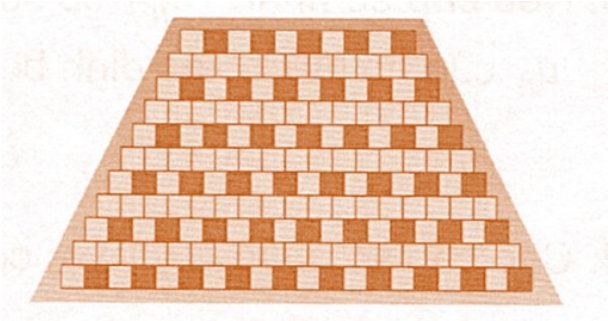
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$. M là một điểm trên cạnh SC không trùng với S và **C.**

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD)

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Câu 38: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y=4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$ với $t\in\mathbb{N}$ và $1\le t\le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Câu 39: Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4\,m$ ở đáy và rộng $1,2\,m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

Câu 1: Cho góc lượng giác (Ou,Ov) có số đo là $-\frac{3\pi}{4}$, góc lượng giác (Ou,Ow) có số đo là $\frac{11\pi}{4}$. Tìm số đo của góc lượng giác (Ov,Ow).

A. $k2\pi (k\in \mathbb{Z})$. **B.** $2\pi + k2\pi (k\in \mathbb{Z})$. **C.** $\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k\in \mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi (k\in \mathbb{Z})$.

Lời giải

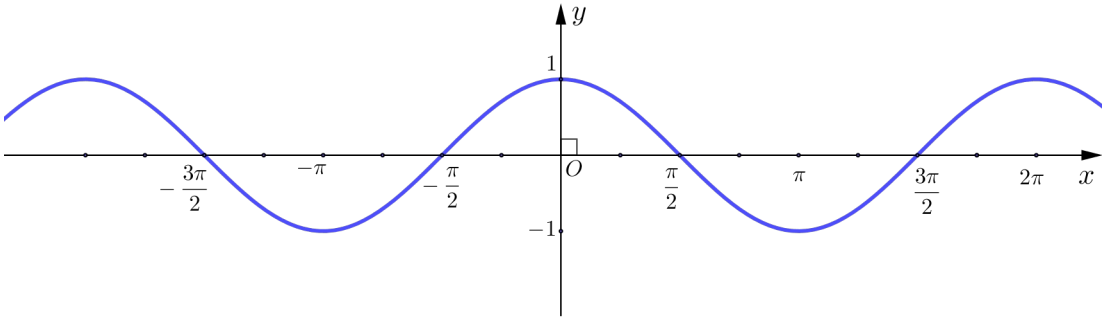
Theo hệ thức Chasles, ta có:

$$(Ov,Ow) = (Ou,Ow) - (Ou,Ov) + k2\pi = \frac{11\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + k2\pi = \frac{3\pi}{2} + 2\pi + k2\pi (k\in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\pi;0)$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **C.** $(0;\pi)$. **D.** $\left(\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải



Dựa vào đồ thị của hàm số $y = \cos x$, ta có hàm số này đồng biến trên khoảng $(-\pi;0)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

A. $x = \pi + k2\pi,\ k\in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi,\ k\in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k\in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi,\ k\in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,\ k\in \mathbb{Z}$

Câu 4: Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\dfrac{2n+5}{5n-4}$. Số $\dfrac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $u_n=\dfrac{7}{12}\Leftrightarrow\dfrac{2n+5}{5n-4}=\dfrac{7}{12}(n\in\mathbb{N}^*)\Leftrightarrow 24n+60=35n-28\Leftrightarrow 11n=88\Leftrightarrow n=8$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tính u_3

A. $u_3=6$. **B.** $u_3=9$. **C.** $u_3=18$. **D.** $u_3=8$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có: $u_3=u_1q^2=2.3^2=18$.

Vậy $u_3=18$.

Câu 6: Cho $\lim u_n=-3$; $\lim v_n=2$. Khi đó $\lim(u_n-v_n)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

$\lim(u_n-v_n)=\lim u_n-\lim v_n=-3-2=-5$.

Câu 7: $\lim\left(2^{2n}-3^n\right)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Lời giải

Ta có $\lim\left(2^{2n}-3^n\right)=\lim\left(4^n-3^n\right)=\lim 4^n\left[1-\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\right]=+\infty$ vì $\lim 4^n=+\infty$ và $\lim\left[1-\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\right]=1>0$.

Câu 8: Giá trị của giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\left(3x^2+7x+11\right)$ là

A. 37. **B.** 38. **C.** 39. **D.** 40.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to 2}\left(3x^2+7x+11\right)=3.2^2+7.2+11=37$

Câu 9: Tính $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x+1}{x-3}$?

A. $-\infty$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 7.

Lời giải

Có $\lim\limits_{x\to 3^-}(2x+1)=7$, $x\to 3^-\Leftrightarrow x-3<0$ nên $\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x+1}{x-3}=-\infty$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{khi } x\neq 3\\ m & \text{khi } x=3\end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x=3$ khi $m=?$

A. -1. **B.** 1. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

$f(3)=m$

$$\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}\frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2}=\lim_{x\to 3}\frac{(3-x)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\left(-\sqrt{x+1}-2\right)=-4$$

Để hàm số liên tục tại $x=3$ thì $\lim_{x\to 3} f(x)=f(3)$

Suy ra, $m=-4$

Câu 11: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=1$?

A. $y=x^2-3x+5$. **B.** $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+4}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên gián đoạn tại $x=1$.

Câu 12: Hàm số $y=\dfrac{3}{x(x+1)(x+2)}$ liên tục tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3}{x(x+1)(x+2)}$ là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1;0\}$. Vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng xác định của nó.

Suy ra hàm số liên tục tại điểm $x=3$.

Câu 13: Cho 2 đường thẳng a,b cắt nhau và không đi qua điểm A. Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a,b và A?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Có 3 mặt phẳng gồm $(a,b),(A,a),(A,b)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M,N,P tương ứng trên SA,SB,SC sao cho MN,NP và PM cắt mặt phẳng (ABC) tương ứng tại các điểm D,E,F. Khi đó có thể kết luận gì về ba điểm D,E,F

A. D,E,F thẳng hàng.

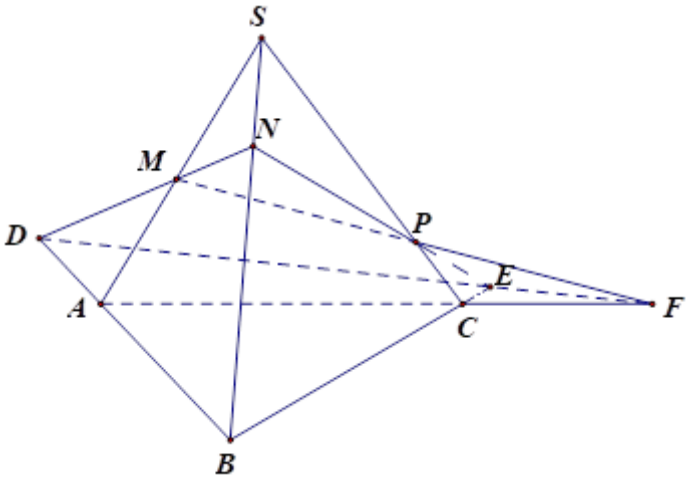
B. D,E,F tạo thành tam giác.

C. D,E,F cùng thuộc một mặt phẳng.

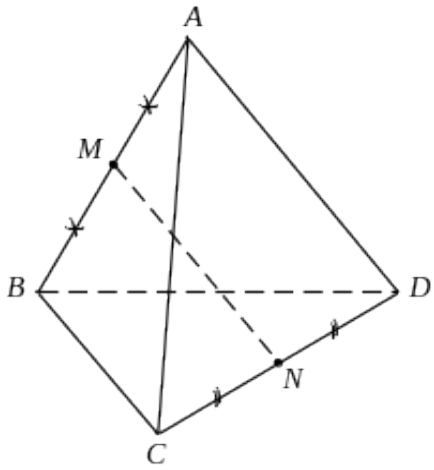
D. D,E,F không cùng thuộc một mặt phẳng.

Lời giải

Ta có 3 mặt phẳng $(ABC),(SAC)$ và (DNE) đồng quy tại 1 điểm. Mà $(ABC)\cap(SAC)=AC$, $(SAC)\cap(DNE)=MP$ và $(DNE)\cap(ABC)=DE$ nên AC,MP,DE đồng quy. Mà $AC\cap MP=F$ nên $F\in DE$.

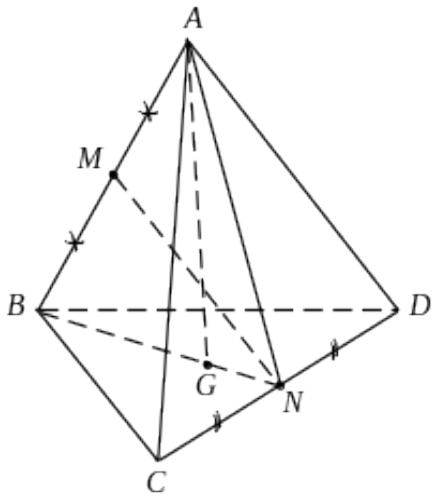


Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?



A. Đường thẳng MN. **B.** Đường thẳng CM. **C.** Đường thẳng DN. **D.** Đường thẳng CD.

Lời giải

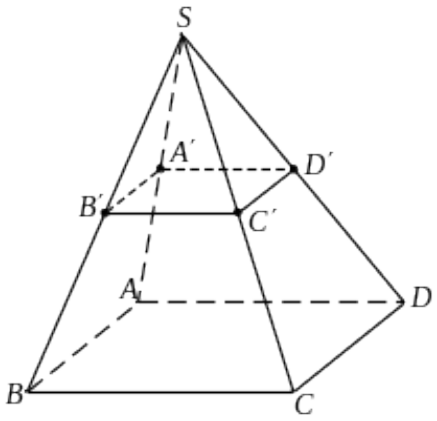


Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Lời giải

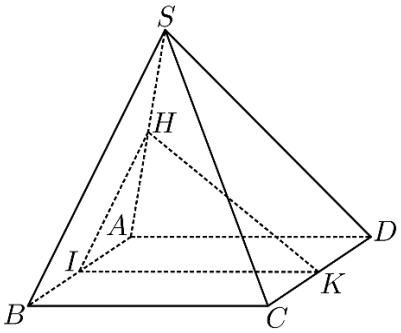


Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi $H,\ I,\ K$ lần lượt là trung điểm của $SA,\ AB,\ CD.$ Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $HK//(SBC)$. **B.** $HK//(SBD)$. **C.** $HK//(SAC)$. **D.** $HK//(SAD)$.

Lời giải



Ta có HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI//SB\subset(SBC)\Rightarrow HI//(SBC)$

Lại có $I,\ K$ lần lượt là trung điểm $AB,\ CD$ nên $IK//BC\subset(SBC)\Rightarrow IK//(SBC)$

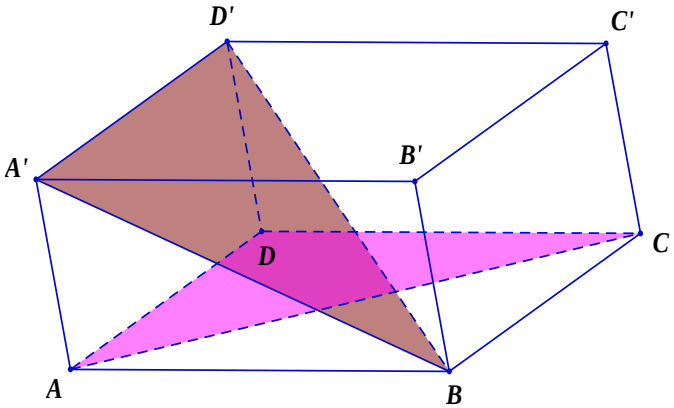
Từ, ta có $(HIK)//(SBC)$, mà $HK\subset(HIK)$ nên $HK//(SBC)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A')\ //\ (CDD'C')$. **B.** $(BDA')\ //\ (D'B'C)$.

C. $(BA'D')\ //\ (ADC)$. **D.** $(ACD')\ //\ (A'C'B)$.

Lời giải



Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

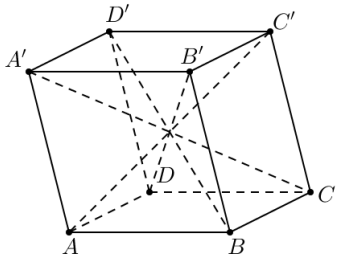
Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$, suy ra $(BA'D') \,//\, (ADC)$ **sai**.

Câu 19: Hình hộp có bao nhiêu đường chéo?

A. 16. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

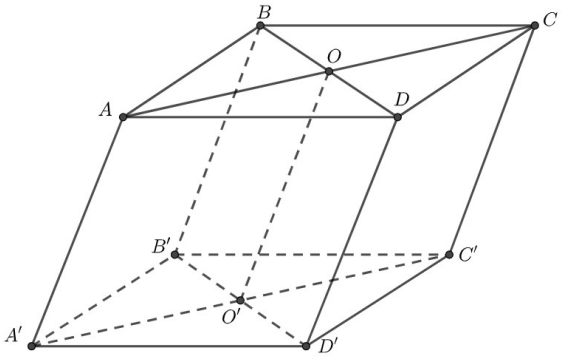
Hình hộp có 4 đường chéo.



Câu 20: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là

A. A'. **B.** B'. **C.** D'. **D.** C'.

Lời giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $ABD'C'$ là hình bình hành. Vậy hình chiếu song song của A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương BC' là D'.

Câu 21: Trên đường tròn bán kính $R = 6$, độ dài của cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ là

A. $l = \frac{2\pi}{3}$. **B.** $l = \frac{\pi}{24}$. **C.** $l = 24\pi$. **D.** $l = \frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

Cung có số đo $\frac{\pi}{4}$ của đường tròn bán kính $R = 6$ có độ dài là $l = R.\frac{\pi}{4} = 6.\frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 22: Cho $\cos 2a = \frac{1}{9}$. Tính $\sin 2a \cos a$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{20}{27}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{8}$. **C.** $\frac{5}{27}$. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{16}$.

Lời giải

$0 < a < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin a > 0,\ \cos a > 0$.

Do

Ta có:

$$\cos 2a = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos^2 a - 1 = \frac{1}{9} \\ 1 - 2\sin^2 a = \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 a = \frac{5}{9} \\ \sin^2 a = \frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \sin a = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Suy ra $\sin 2a \cos a = 2\sin a \cos^2 a = \frac{20}{27}$.

Câu 23: Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $[-3;3]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-3;1]$. **D.** $\left[-\frac{3\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$.

Lời giải

Ta có $-1 \le \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \le 1 \Leftrightarrow -3 \le 3\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \le 3$

Câu 24: Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát: $u_n = 3n + n^2$. Hỏi số 40 là số hạng thứ mấy của dãy số đã cho?

A. u_{10}. **B.** u_8. **C.** u_5. **D.** u_{40}.

Lời giải

Ta có

$$u_n = 40 \Leftrightarrow 3n + n^2 = 40 \Leftrightarrow n^2 + 3n - 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}^* \\ n = 5 \end{cases}$$

Vậy số 40 chính là số hạng u_5.

Câu 25: Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,. và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n. Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 98. **B.** 100. **C.** 102. **D.** 104.

Lời giải

Số hạt dẻ trên mỗi ô theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 7, d = 5$. Gọi n là số ô trên bàn cờ thì $u_1 + u_2 + ... + u_n = 25450 = S_n$.

Ta có $25450 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7n + \frac{n^2 - n}{2}.5$

$\Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0 \Leftrightarrow n = 100$.

Câu 26: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

A. 16384. **B.** 16383. **C.** 32767. **D.** 32768.

Lời giải

Số lượng lợi khuẩn cứ sau 2 phút lập thành cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$.

Thời gian 30 phút tương ứng trải qua $\frac{30}{2}=15$ lần sinh trưởng.

Do đó tổng số lợi khuẩn nuôi cấy được sau 30 phút là $S_{15}=u_1.\frac{1-q^{15}}{1-q}=1.\frac{1-2^{15}}{1-2}=32767$.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $L=\lim\frac{5n^2-3an^4}{(1-a)n^4+2n+1}>0.$

A. $a\le 0; a\ge 1.$ **B.** $0<a<1.$ **C.** $a<0; a>1.$ **D.** $0\le a<1.$

Lời giải

$$L=\lim\frac{5n^2-3an^4}{(1-a)n^4+2n+1}=\lim\frac{\frac{5}{n^2}-3a}{(1-a)+\frac{2}{n^3}+\frac{1}{n^4}}=\frac{-3a}{(1-a)}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a<0\\a>1\end{array}\right.$$

Câu 28: $\lim\left[\sqrt{2n^2+2n+1}-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right]$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** $+\infty$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\lim\left[\sqrt{2n^2+2n+1}-\sqrt[3]{n^3+n^2}\right]=\lim n\left[\sqrt{2+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}-\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}\right]=+\infty$

Vì $\lim n=+\infty$ và $\lim\left[\sqrt{2+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}-\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}\right]=\sqrt{2}-1>0$.

Câu 29: Tìm giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+1}{(2-x)^4}$.

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Đáp số: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x+1}{(2-x)^4}=+\infty$.

Câu 30: Biết giới hạn $I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+2}+bx-1}{x^3-3x+2}=c$ với a,b,c là số thực. Tính $S=a+6b+12c$

A. -3. **B.** 9. **C.** 3. **D.** -9.

Ta có $I=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{ax^2+2}+bx-1}{x^3-3x+2}=c\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{ax^2+2-(bx-1)^2}{(x-1)^2(x+2)\left(\sqrt{ax^2+2}-bx+1\right)}=c$

$\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1}\frac{(a-b^2)x^2+2bx+1}{(x-1)^2(x+2)\left(\sqrt{ax^2+2}-bx+1\right)}=c$

Để tồn tại giới hạn hữu hạn thì phương trình $(a-b^2)x^2+2bx+1=0$ có nghiệm kép $x=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ \Delta'=0 \\ x_1=x_2=\dfrac{-b}{a-b^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ 2b^2-a=0 \\ b=b^2-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ a=2b^2 \\ a=b^2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b^2\neq 0 \\ a=2b^2 \\ 2b^2=b^2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$I=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{(x-1)^2(x+2)\left(\sqrt{2x^2+2}+x+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x+2)\left(\sqrt{2x^2+2}+x+1\right)}=\frac{1}{12}$$

Khi đó,

$\Rightarrow c=\dfrac{1}{12}$. Vậy $S=a+6b+12c=-3$.

Câu 31: Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

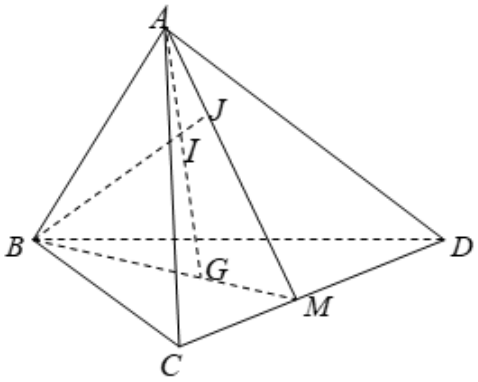
Do bốn điểm không đồng phẳng nên không tồn tại bộ ba điểm thẳng hàng trong số bốn điểm đó. Cứ ba điểm không thẳng hàng xác định một mặt phẳng nên số mặt phẳng phân biệt có thể lập được từ bốn điểm đã cho là $C_4^3=4$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM. **D.** $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Lời giải.



Ta có $A\in(ACD)\cap(ABG)$, $\begin{cases} M\in BG \\ M\in CD \end{cases}\Rightarrow M\in(ACD)\cap(ABG)$ nên $AM=(ACD)\cap(ABG)$.

Nên $AM=(ACD)\cap(ABG)$ vậy A đúng.

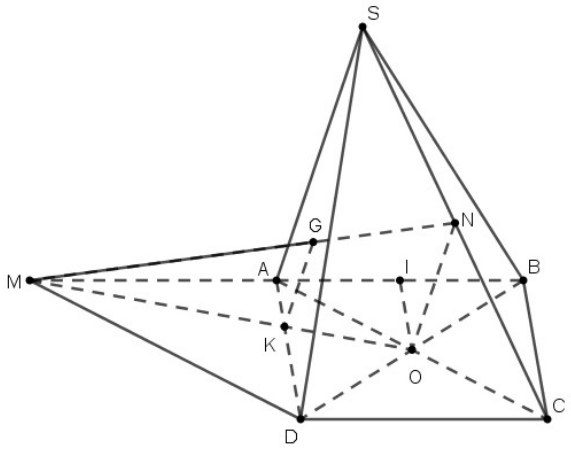
A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD),(ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K. Vì O là trung điểm AC, N là trung điểm SC nên $ON // SA$. Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO. Áp dụng định lí Talet cho $GK // ON$, ta có:

$$\frac{GM}{GN}=\frac{KM}{KO}$$

Gọi I là trung điểm của AB, vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI // AD$, vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO}=\frac{AM}{AI}=\frac{AB}{AI}=2.$$

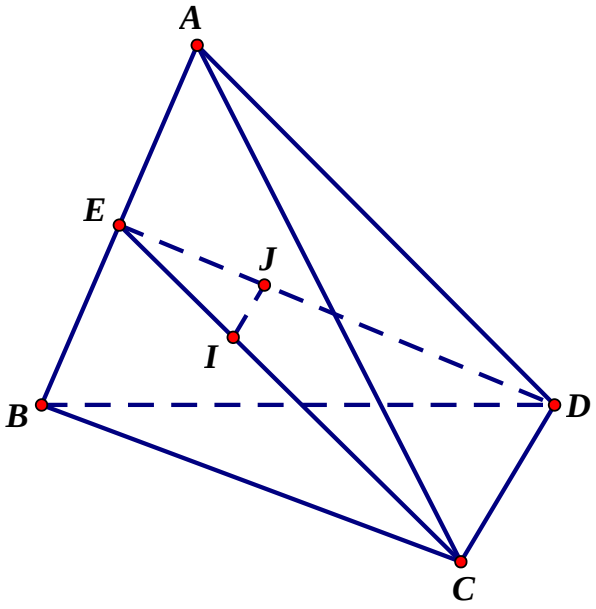
Từ và, ta có $\frac{GM}{GN}=2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.

C. IJ chéo nhau với CD. **D.** IJ cắt AB.

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB.

Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC}=\frac{EJ}{ED}=\frac{1}{3}$

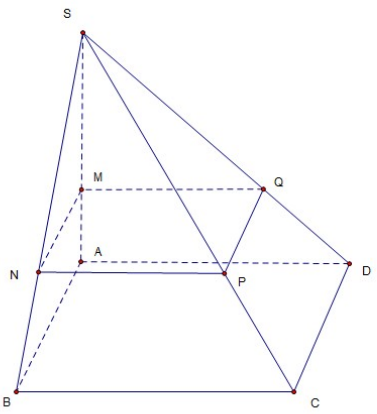
Suy ra: $IJ//CD$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^0$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $SM=2MA$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với $(ABCD)$. Tính diện tích của thiết diện hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{2}{9}a^2$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$. **C.** $4a^2$. **D.** $\frac{8a^2}{3}$.

Lời giải

Gọi N,P,Q lần lượt là giao điểm của (α) và các cạnh SB,SC,SD.



Vì $(\alpha)//(ABCD)$ nên (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thoi $MNPQ$.

Vì $(\alpha)//(ABCD)$ nên theo định lí Talet, ta có $\frac{MN}{AB}=\frac{NP}{BC}=\frac{PQ}{CD}=\frac{QM}{AD}=\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow MN=NP=PQ=MQ=\frac{2}{3}a$

Khi đó (α) cắt hình chóp theo thiết diện là hình bình hành $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ}=MN.NP.\sin\widehat{MNP}=\frac{2\sqrt{3}}{9}a^2$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 36: Có $1\,kg$ chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau mỗi khoảng thời gian $T=24000$ năm thì một nửa số chất phóng xạ này bị phân rã thành chất khác không độc hại với sức khỏe con người (T gọi là chu kì bán rã). Gọi (u_n) là khối lượng chất phóng xạ còn sót lại sau chu kì thứ n.

a. Tìm số hạng tổng quát u_n

b. Tìm giới hạn u_n

Lời giải

a. Tìm số hạng tổng quát u_n

Sau chu kì thứ nhất, lượng phóng xạ còn lại $u_1=\frac{1}{2}.1=\frac{1}{2}(kg)$

Sau chu kì thứ hai, lượng phóng xạ còn lại $u_2=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2(kg)$

Sau chu kì thứ ba, lượng phóng xạ còn lại $u_3=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^3(kg)$

.

Sau chu kì thứ n, lượng phóng xạ còn lại $u_n=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^n(kg)$

b. Tìm giới hạn u_n

$\lim u_n=\lim\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$

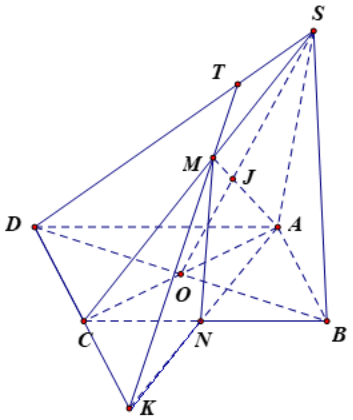
.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$. M là một điểm trên cạnh SC không trùng với S và **C.**

a) Tìm giao điểm của AM và (SBD)

b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC. Tìm giao điểm của SD và (AMN).

Lời giải



a) Theo hình vẽ ta có:

+) Trong mp $(ABCD)$: AC giao BD tại O

+) Trong mp (SAC): SO giao MA tại J

Từ đó J chính là giao điểm của AM và (SBD).

b) Giả sử AN giao CD tại K

Trong mp (SCD): KM giao SD tại T

Từ đó T chính là giao điểm của SD và (AMN).

Nếu AN và CD song song với nhau, ta chỉ việc kẻ MT song song với CD ($T \in SD$) từ đó cũng suy ra được T là điểm cần tìm.

Câu 38: Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi một hàm số $y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]+10$ với $t \in \mathbb{N}$ và $1 \le t \le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

Lời giải

Vì $\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right] \le 1 \Rightarrow y = 4\sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]+10 \le 14.$

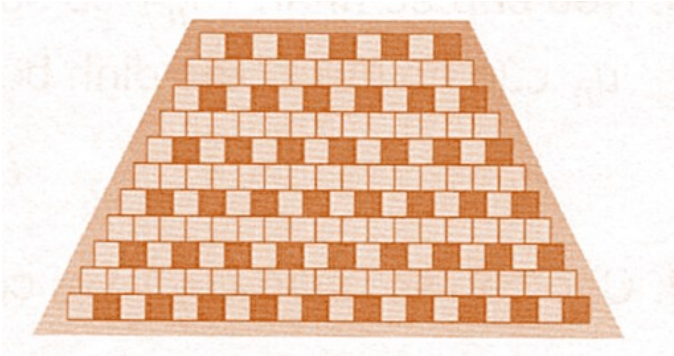
Ngày có ánh sáng mặt trời nhiều nhất $\Leftrightarrow y = 14 \Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{178}(t-60)\right]=1$

$\Leftrightarrow \frac{\pi}{178}(t-60) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 149 + 356k.$

Do $0 < t \le 365 \Rightarrow 0 < 149 + 356k \le 365 \Leftrightarrow -\frac{149}{356} < k \le \frac{54}{89}$ mà $k = 0$.

Với $k = 0 \Rightarrow t = 149$ rơi vào ngày 29 tháng 5 (vì ta đã biết tháng 1 và 3 có 31 ngày, tháng 4 có 30 ngày, riêng đối với năm 2023 thì không phải năm nhuận nên tháng 2 có 28 ngày hoặc dựa vào dữ kiện $1 \le t \le 365$ thì ta biết năm này tháng 2 chỉ có 28 ngày).

Câu 39: Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

Lời giải

Đổi $2,4m = 240cm; 1,2m = 120cm$.

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là $u_1 = 240:10 = 24$.

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là

$u_n = 120:10 = 12.$

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai $d = -1$.

Như vậy $u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13$.

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là

$S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234$ (viên gạch).

---------- HẾT ----------