

Người làm: Nguyễn Thị Tạo
Zalo Nguyễn Thị Tạo Số ĐT 0359651468
Email: thanhtao7578@gmail.com

CD 1: THỰC HIỆN PHÉP TÍNH

Dạng 1. Tính đơn giản

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

B. Tự luận

Câu 1 (HSG 7 huyện Ứng Hoà năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức $A = \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{10}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{2}{22} - \frac{5}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} : \left(\frac{-9}{15} \right) + \frac{4}{9} : \left(\frac{-3}{22} \right) \\ &= \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-5}{3} \right) + \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{-22}{3} \right) \\ &= \frac{-20}{27} + \frac{-88}{27} = \frac{-108}{27} = -4 \end{aligned}$$

Câu 2 (HSG 7 tp Bắc Ninh năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

$$\frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15} \right);$$

Lời giải

$$\begin{aligned} &\frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15} \right) \\ &= \frac{3}{5} : \frac{-7}{30} + \frac{3}{5} : \frac{-7}{5} \\ &= \frac{3}{5} \left(\frac{-30}{7} + \frac{-5}{7} \right) \\ &= -3 \end{aligned}$$

Câu 3 (HSG 7 Bình Xuyên năm 2022-2023)

Tính hợp lí $\left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{3}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{3}{2} \\ &= \left(\frac{-4}{7} + \frac{2}{5}\right) : \frac{2}{3} + \left(\frac{-3}{7} + \frac{3}{5}\right) : \frac{2}{3} \\ &= \left[\left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{7}\right) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right)\right] : \frac{2}{3} \\ &= 0 : \frac{2}{3} = 0 \end{aligned}$$

Câu 4 (HSG 7 Liên Đường năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

$$\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4}$$

Lời giải

$$\frac{3}{4} : \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \left(\frac{6}{9} - \frac{5}{9}\right) + \frac{9}{4} = \frac{3}{4} : \frac{1}{9} + \frac{9}{4} = \frac{27}{4} + \frac{9}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

Câu 5 (HSG 7 Diễm Châu năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức: $\left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11}$;

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11}\right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-4}{7} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} \\ &= \left(\frac{-3}{7} + \frac{-4}{7} + \frac{4}{11} + \frac{-3}{11}\right) : \frac{5}{11} = \left(-1 + \frac{1}{11}\right) : \frac{5}{11} \\ &= \frac{-10}{11} : \frac{5}{11} = -2 \end{aligned}$$

Câu 6 (HSG 7 Anh Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính: $A = \frac{11}{24} - \frac{5}{41} + \frac{13}{24} + 0,5 - \frac{36}{41}$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{11}{24} - \frac{5}{41} + \frac{13}{24} + 0,5 - \frac{36}{41} \\ A &= \left(\frac{11}{24} + \frac{13}{24}\right) + \left(-\frac{5}{41} - \frac{36}{41}\right) + 0,5 \\ A &= \frac{24}{24} + \left(-\frac{41}{41}\right) + 0,5 \\ A &= 1 + (-1) + 0,5 \\ A &= 0,5 \end{aligned}$$

Câu 7 (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7} \\ &= \left(\frac{15}{34} + \frac{19}{34} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{3}{7} \\ &= 1 + (-1) + \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Câu 8 (HSG 7 Lập Thạch Vĩnh Phúc năm 2022-2023)

Tính giá trị của biểu thức

a) $16\frac{3}{5}\left(-\frac{1}{3}\right) + 13\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{9}}$

b) $\frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} - \frac{11}{25}$

Lời giải

a) $16\frac{3}{5}\left(-\frac{1}{3}\right) + 13\frac{3}{5}\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{93}{5} \cdot \frac{-1}{3} + \frac{68}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{-83 + 68}{15} = \frac{-15}{15} = -1$

b) $\frac{5}{15} + \frac{14}{25} - \frac{12}{9} + \frac{2}{7} - \frac{11}{25} = \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{14}{25} + \frac{11}{25}\right) + \frac{2}{7} = -1 + 1 + \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$

Câu 9 (HSG 7 Tân Kỳ . Huyện Tân Kỳ Năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

a) $\frac{-2}{7} \cdot 3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{7}$

b) $-3\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{25}{36}}$

Lời giải

a) $\frac{-2}{7} \cdot 3\frac{5}{8} - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \cdot \frac{29}{8} - \frac{21}{8} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{-2}{7} \cdot \left(\frac{29}{8} - \frac{21}{8}\right) = \frac{-2}{7} \cdot 1 = \frac{-2}{7}$

b) $-3\left|\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right| + \sqrt{\frac{25}{36}} = -3\left|\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right| + \frac{5}{6} = -3\left|-\frac{1}{4}\right| + \frac{5}{6} = -3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$

Dạng 2: lũy thừa kết hợp với các phép tính

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

B. Tự luận

Câu 1 (HSG 7 THCS Thị trấn Cà Nàng năm 2022-2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Tính giá trị biểu thức:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)} = \frac{2}{34} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 2 (HSG 7 TP Bắc Ninh năm 2022-2023)

$$\text{Tính } \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25}\right)^0 + \left|\frac{9}{10}\right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2}\right) \cdot \frac{8^2}{4^4};$$

Lời giải

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25}\right)^0 + \left|\frac{9}{10}\right| \cdot 0, (6) - \left(\frac{1}{-2^2}\right) \cdot \frac{8^2}{4^4} \\ &= \frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2^8}{2^6} \end{aligned}$$

Câu 3 (HSG 7 Hoang Hoá năm 2022-2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Tính giá trị biểu thức:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)} = \frac{2}{34} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 4 (HSG 7 Quận Hà Đông năm 2022-2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5};$$

Rút gọn biểu thức sau:

Lời giải

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 81}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 + 1)} = \frac{1}{3}$$

Câu 5 (HSG 7 H Bình Xuyên năm 2022-2023)

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^4} \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} - \frac{71}{5}$$

Rút gọn biểu thức sau:

Lời giải

$$A = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^4} \cdot (-1)^{2023}}{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)^3} - \frac{71}{5}$$

$$A = \frac{2^9 \cdot 3^5 \cdot 5^2}{2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^3} - \frac{71}{5}$$

$$A = \frac{72}{5} - \frac{71}{5}$$

$$A = \frac{1}{5}$$

Câu 6 (HSG 7 Triệu Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện các phép tính: $A = 1000 - \left[(-5)^3 \cdot (-2)^3 - 11 \left[7^2 - 5 \cdot 2^3 + 8(11^2 - 121) \right] \right]$

Lời giải

Thực hiện các phép tính

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= 1000 - \left[(-125) \cdot (-8) - 11 \left[49 - 40 + 8(121 - 121) \right] \right] \\ &= 1000 - \left[1000 - 11(9 + 80) \right] \\ &= 1000 - (1000 - 119) \\ &= 99 \end{aligned}$$

Câu 7 (HSG 7 Liên Đường năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 9^3 - 8^4 \cdot 3^5}$$

Lời giải

$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 9^3 - 8^4 \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^6}{2^{12} \cdot 3^6 - 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 (1 - 3)}{2^{12} \cdot 3^5 (3 - 1)} = -1$$

Câu 8 (HSG 7 Diễn Châu năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức:

$$\left[6\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left[6\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right) = \left(6\frac{1}{9} + 1 + 1 \right) : \left(-\frac{4}{3}\right) \\ & = \left(6\frac{1}{9} + 1 + 1 \right) : \left(-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{2}{3} + 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -2 \end{aligned}$$

Câu 9 (HSG 7 Hậu Lộc năm 2022-2023)

$$A = 99^{99} - \left\{ 1(3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\}$$

Tính giá trị biểu thức

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= 99^{99} - \left\{ 1(3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (27^4 - 81^3 - 99^{90}) \right] \right\} \\ A &= 99^{99} - \left\{ 1(3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} + 99^9 \cdot (3^{12} - 3^{12} - 99^{90}) \right] \right\} \\ &= 99^{99} - \left\{ 1(3) - \left[5 \cdot 2^3 - (-7)^2 + \frac{1}{3} - 99^{99} \right] \right\} \\ &= 99^{99} - \left\{ 1(3) - 5 \cdot 2^3 + (-7)^2 - \frac{1}{3} + 99^{99} \right\} \\ &= 99^{99} - \frac{4}{3} + 40 - 49 + \frac{1}{3} - 99^{99} = -10 \end{aligned}$$

Vậy $A = -10$

Câu 10 (HSG 7 Thái Hòa Nghệ An năm 2022-2023)

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{2^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

Lời giải

$$A = \frac{2^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{2^7 + 12^3}{2^7 \cdot 5^2 + 2^7 \cdot 2^2} = \frac{2^6(2 + 3^3)}{2^7(5^2 + 2^2)} = \frac{1}{2}$$

Câu 11 (HSG 7 Lục Ngạn năm 2022-2023)

$$B = 2\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[(5^2 + 2^3) : \frac{11}{2} - 6 \right] + 2023^0$$

Tính

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= 2\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[(5^2 + 2^3) : \frac{11}{2} - 6 \right] + 2023^0 = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{2} \left[(25 + 8) \cdot \frac{2}{11} - 6 \right] + 1 \\ &= \frac{63}{6} \left[33 \cdot \frac{2}{11} - 6 \right] + 1 = \frac{63}{6} \cdot 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

Câu 12 (HSG 7 Anh Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

$$B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \frac{4^5 \cdot 9^4 - 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{25} \cdot 3^{24} - 2 \cdot (23)^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (23)^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 22^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 20} \\ &= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1-3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1+5)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Câu 13 (HSG 7 Đô Lương năm 2022-2023)

Tính $A = \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot 2023 + \left(\frac{-4}{9}\right) \cdot 2022 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot 2023 + \left(\frac{-4}{9}\right) \cdot 2022 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{4}{9} \cdot 2023 - \frac{4}{9} \cdot 2022 + \frac{9}{4} = \frac{4}{9} (2023 - 2022) + \frac{9}{4} = \frac{4}{9} + \frac{9}{4} = \frac{16}{36} + \frac{81}{36} = \frac{97}{36} \end{aligned}$$

Vậy $A = \frac{97}{36}$

Câu 14 (HSG 7 Nghi Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{19} \cdot 27^3 \cdot 5 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} - (-12)^{10}} = \frac{2^{19} \cdot (3^3)^3 \cdot 5 - 35 \cdot (-2^2)^9 \cdot (3^2)^4}{(23)^9 \cdot 2^{10} - (2^2 \cdot 3)^{10}} \\ &= \frac{2^{19} \cdot 3^9 \cdot 5 + 2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5}{2^{19} \cdot 3^9 - 2^{20} \cdot 3^{10}} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5(2+1)}{2^{19} \cdot 3^9 (1-23)} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot 5 \cdot 3}{2^{19} \cdot 3^9 \cdot (-5)} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

Câu 15 (HSG 7 Vĩnh Yên năm 2022-2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

Thực hiện phép tính:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} = \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Câu 16 (HSG 7 Đông Hưng năm 2022-2023)

Cho $B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1}$ và $C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1}$. Hãy so sánh B và C.

Lời giải

$$B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2022} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}B = \frac{3^{2023} - 4}{3^{2023} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3}$$

$$C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2021} - 1} \Rightarrow \frac{1}{3}C = \frac{3^{2022} - 4}{3^{2022} - 3} = 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3}$$

$$\text{Vì } 3^{2023} - 3 > 3^{2022} - 3 \Rightarrow \frac{1}{3^{2023} - 3} < \frac{1}{3^{2022} - 3}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{3^{2023} - 3} > 1 - \frac{1}{3^{2022} - 3} \Rightarrow \frac{1}{3}B > \frac{1}{3}C$$

$$B > C$$

Vậy

Câu 17 (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)

Tính giá trị các biểu thức sau:

$$B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

Lời giải

$$B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2(23)^9}{2^{10} \cdot 3^8 + (23)^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

Câu 18 (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)

Tính giá trị của các biểu thức:

$$\text{a) } A = \sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2022}{2023} \right)^0$$

$$\text{b) } B = \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}}$$

Lời giải

$$\text{a) } A = \sqrt{11^2 - 72} - 1 \frac{1}{2} : \sqrt{\frac{25}{4}} - \left(\frac{2022}{2023} \right)^0$$

$$A = \sqrt{121 - 72} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1$$

$$A = \sqrt{49} - \frac{3}{2} : \frac{5}{2} - 1$$

$$A = 7 - \frac{3}{5} - 1$$

$$A = 6 - \frac{3}{5}$$

$$A = \frac{27}{5}$$

$$\text{Vậy : } A = \frac{27}{5}$$

b)

$$\begin{aligned} B &= \frac{4^6 \cdot 9^5 + 6^9 \cdot 120}{8^4 \cdot 3^{12} - 6^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} - 2^{11} \cdot 3^{11}} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1+5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (23-1)} \\ &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{4}{5}$

Câu 19 (HSG 7 Tân Kỳ năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính: $\frac{4^5 \cdot 9^4 + 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 6^8 \cdot 20}$

Lời giải

$$\frac{4^5 \cdot 9^4 + 26^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 6^8 \cdot 20} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 + 22^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 - 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 + 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 3}{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1+3)}{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (1-5)} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 \cdot 4}{2^{10} \cdot 3^8 \cdot (-4)} = -1$$

Câu 20 (HSG 7 Ninh Bình năm 2022-2023)

$$A = \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512}$$

Thực hiện phép tính sau:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot 5^7 + \left(\frac{9}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^3}{2^7 \cdot 5^2 + 512} = \frac{\frac{2^7}{5^7} \cdot 5^7 + \frac{3^6}{2^6} \cdot \frac{3^3}{2^{12}}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^7 + \frac{3^6}{2^6} \cdot \frac{2^{12}}{3^3}}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^7 + 3^3 \cdot 2^6}{2^7 \cdot 5^2 + 2^9} = \frac{2^6 \cdot (2+3^3)}{2^7 \cdot (5^2+2^2)} \\ &= \frac{2+27}{2(25+4)} = \frac{29}{229} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Câu 21 (HSG 7 Quảng Ninh năm 2022-2023)

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 9^3 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Thực hiện các phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 9^3 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^2} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^2 (7+2^3)} \\ &= \frac{2}{34} + \frac{5 \cdot 7 \cdot 6}{15} \\ &= \frac{1}{6} + 14 = 14\frac{1}{6} \end{aligned}$$

Dạng 3. Tổng của các số tự nhiên được lập từ một chữ số:

Dạng 4. Dãy số có quy luật

A. Trắc nghiệm (nếu có)

Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Câu 2. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường 2022 - 2023)

A.

B.

C.

D.

Lời giải

B. Tự luận

Câu 1 (HSG 7 TP Bắc Ninh năm 2022-2023)

Tính: $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{72} + \frac{5}{213} + \frac{3}{134} + \frac{5}{421}$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Tính: } & \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{72} + \frac{5}{213} + \frac{3}{134} + \frac{5}{421} \\ &= 4 \left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{5}{8 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} \right) \\ &= 4 \left(\frac{4-3}{34} + \frac{7-4}{47} + \frac{8-7}{78} + \frac{13-8}{813} + \frac{16-13}{1316} + \frac{21-16}{1621} \right) \\ &= 4 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} \right) \\ &= 4 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = 4 \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{7} \end{aligned}$$

Câu 2 (HSG 7 Thái Hoa Nghệ An năm 2022-2023)

Tính giá trị của biểu thức:

$$B = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{27} + \frac{1}{57} + \dots + \frac{1}{50103} \right) : \frac{102}{103}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{27} + \frac{1}{57} + \dots + \frac{1}{50103} \right) : \frac{102}{103} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{3}{47} + \frac{3}{710} + \dots + \frac{3}{100103} \right) : \frac{102}{103} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{103} \right) : \frac{102}{103} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{102}{103} \cdot \frac{103}{102} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Câu 3 (HSG 7 Đô Lương năm 2022-2023)

Chứng minh. $99 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned}
 & 99 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) \\
 &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(1 - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{100} \right) \\
 &= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{100}{100} - \frac{1}{100} \right) \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100} \\
 \text{Vậy: } & 99 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} \right) = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}
 \end{aligned}$$

Câu 4 (HSG 7 Đô Lương năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính: Cho:

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \text{ và}$$

$$P = \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2022}$$

Tính $(S - P)^{2022}$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}
 S &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \\
 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2022} \right) \\
 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} + \frac{1}{2022} - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{1011} \right) \\
 &= \frac{1}{1012} + \frac{1}{1013} + \frac{1}{1014} + \dots + \frac{1}{2022} = P \Rightarrow S - P = 0 \Rightarrow (S - P)^{2022} = 0
 \end{aligned}$$

Câu 5: (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)

Tính giá trị các biểu thức sau

$$D = \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147}$$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147} \\
 &= \frac{-1}{713} + \frac{-1}{1319} + \frac{-1}{1925} + \frac{-1}{2531} + \frac{-1}{3137} \\
 &= \frac{-1}{6} \left(\frac{6}{713} + \frac{6}{1319} + \frac{6}{1925} + \frac{6}{2531} + \frac{6}{3137} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-1}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{37} \right) \\
 &= \frac{-1}{6} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{37} \right) \\
 &= \frac{-1}{6} \cdot \frac{30}{259} = \frac{-5}{259}
 \end{aligned}$$

Câu 6 (HSG Ninh Bình 2022-2023)

Rút gọn biểu thức sau: $P = \frac{1}{100} - \frac{1}{100 \cdot 99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \dots - \frac{1}{32} - \frac{1}{21}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{100} - \frac{1}{100 \cdot 99} - \frac{1}{99 \cdot 98} - \frac{1}{98 \cdot 97} - \dots - \frac{1}{32} - \frac{1}{21} \\
 &= \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{99} \right) - \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{98} \right) - \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{97} \right) - \dots - \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{21} \right) \\
 &= \frac{1}{100} - \frac{1}{100} + \frac{1}{99} - \frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{98} + \frac{1}{97} - \dots - \frac{1}{32} + \frac{1}{21} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} = 1.
 \end{aligned}$$

Dạng 5: Tính tổng tự nhiên dạng tích.

Dạng 6. Dạng tích.

B. Tự luận

Câu 1 (HSG 7 TP Thanh Hoá năm 2022-2023)

Cho
$$A = \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{2019} - 1 \right) \left(\frac{1}{2020} - 1 \right) \left(\frac{1}{2021} - 1 \right)$$

$$B = \left(-1\frac{1}{2} \right) \left(-1\frac{1}{3} \right) \left(-1\frac{1}{4} \right) \dots \left(-1\frac{1}{2019} \right) \left(-1\frac{1}{2020} \right)$$

Tính giá trị biểu thức $M = A \cdot B$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \dots \left(\frac{1}{2019} - 1 \right) \left(\frac{1}{2020} - 1 \right) \left(\frac{1}{2021} - 1 \right) \\
 &= \left(-\frac{1}{2} \right) \left(-\frac{2}{3} \right) \left(-\frac{3}{4} \right) \dots \left(-\frac{2018}{2019} \right) \left(-\frac{2019}{2020} \right) \left(-\frac{2020}{2021} \right) \quad (2020 \text{ thừa số}) \\
 &= \frac{1}{2021} \\
 B &= \left(-1\frac{1}{2} \right) \left(-1\frac{1}{3} \right) \left(-1\frac{1}{4} \right) \dots \left(-1\frac{1}{2019} \right) \left(-1\frac{1}{2020} \right) \\
 &= \left(-\frac{3}{2} \right) \left(-\frac{4}{3} \right) \left(-\frac{5}{4} \right) \dots \left(-\frac{2020}{2019} \right) \left(-\frac{2021}{2020} \right) \quad (2019 \text{ thừa số}) \\
 &= \frac{-2021}{2}
 \end{aligned}$$

$$M = A \cdot B = \frac{1}{2021} \cdot \frac{-2021}{2} = \frac{-1}{2}$$

Suy ra:

Câu 2 (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức:

$$B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right)$$

Lời giải

$$B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \left(1 - \frac{1}{2023}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2021}{2022} \cdot \frac{2022}{2023} = \frac{1}{2023}$$

Câu 3 (HSG 7 Hâu Lộc năm 2022-2023)

Tính tích $P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$

Lời giải

$$P = \left(1 + \frac{7}{9}\right) \left(1 + \frac{7}{20}\right) \left(1 + \frac{7}{33}\right) \dots \left(1 + \frac{7}{2900}\right)$$

$$= \frac{2839410 \dots 5157}{19210311 \dots 5058} = \frac{234 \dots 51}{123 \dots 50} \cdot \frac{8910 \dots 57}{91011 \dots 58} = \frac{518}{58} = \frac{204}{29}$$

Vậy $P = \frac{204}{29}$

Câu 4 (HSG 7 Anh Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện phép tính:

$$\frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$$

Lời giải

$$C = \frac{10}{56} + \frac{10}{140} + \frac{10}{260} + \dots + \frac{10}{1400}$$

$$C = \frac{5}{28} + \frac{5}{70} + \frac{5}{130} + \dots + \frac{5}{700}$$

$$C = \frac{5}{47} + \frac{5}{710} + \frac{5}{1013} + \dots + \frac{5}{2528}$$

$$C = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{28} \right)$$

$$C = \frac{5}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{28} \right)$$

$$C = \frac{5}{3} \cdot \frac{6}{28}$$

$$C = \frac{5}{14}$$

Câu 6: (HSG 7 Lập Thạch-Thanh Hoá năm 2022-2023)

Tính bằng cách hợp lí:

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$$

Lời giải

$$B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 - \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{210}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{5}{6} \right) \left(\frac{9}{10} \right) \left(\frac{14}{15} \right) \dots \left(\frac{209}{210} \right) = \left(\frac{4}{6} \right) \left(\frac{10}{12} \right) \left(\frac{18}{20} \right) \left(\frac{28}{30} \right) \dots \left(\frac{418}{420} \right)$$

$$\frac{(14).(25).(36).(47).....(1922)}{(23).(34).(45).(56).....(2021)} = \frac{(123...19).(4567...22)}{(234...20).(3456.....21)} = \frac{11}{30}$$

$$B = \frac{11}{30}$$

Vậy

Dạng 7. Tính tổng cùng số mũ.

B. Tự luận

Câu 1 (HSG 7 Quận Hà Đông năm 2022-2023)

Thực hiện các phép tính sau: $S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} \dots - 2 - 1$

Lời giải

$$\begin{aligned} 2S &= 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} \dots - 2^2 - 2 \\ 2S - S &= 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 + 1 \\ S &= 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 \\ S &= 2^{2011} - 2^{2011} + 1 = 1 \end{aligned}$$

Câu 2 (HSG 7 Võ Thị Sáu năm 2022-2023)

Cho $A = \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}}$. Chứng minh rằng: $A < \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A &= \frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}} \\ 4A &= 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2021}} \\ 4A - A &= \left(1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2021}} \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{2022}{4^{2022}} \right) \\ 3A &= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{2021}} - \frac{2022}{4^{2022}} \\ 3A &= \frac{1}{3} \left(4 - \frac{1}{4^{2021}} \right) - \frac{2022}{4^{2022}} \end{aligned}$$

Câu 3 (HSG 7 Triệu Sơn năm 2022-2023)

Thực hiện các phép tính: $B = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2024}$

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 - \dots - \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2024} \\ \frac{3}{4}B &= \frac{3}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 + \dots + \left(\frac{3}{4}\right)^{2023} - \left(\frac{3}{4}\right)^{2024} + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025} \\ B + \frac{3}{4}B &= 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025} \\ \left(1 + \frac{3}{4}\right)B &= 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{7}{4}B &= 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025} \\ B &= \left[1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}\right] : \frac{7}{4} \\ B &= \left[1 + \left(\frac{3}{4}\right)^{2025}\right] \cdot \frac{4}{7} \\ B &= \frac{4}{7} + \frac{3^{2025}}{4^{2024} \cdot 7}\end{aligned}$$

Câu 4 (HSG Hưng Hà 2022-2023)

Chứng minh rằng: $\frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \frac{5}{5^5} - \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} < \frac{5}{36}$

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Đặt } A &= \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \frac{5}{5^5} - \dots + \frac{2021}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} \\ \Rightarrow 5A &= 1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} - \frac{4}{5^3} + \frac{5}{5^4} - \dots + \frac{2021}{5^{2020}} - \frac{2022}{5^{2021}} \\ \Rightarrow 5A + A &= 6A = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \dots - \frac{1}{5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2021}} \\ \text{Đặt } P &= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} - \frac{1}{5^5} + \dots - \frac{1}{5^{2021}} \\ \Rightarrow 5P &= 5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} - \dots - \frac{1}{5^{2020}} \\ \Rightarrow 6P &= 5 - \frac{1}{5^{2021}} \Rightarrow P = \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}} \\ \Rightarrow 6A &= \frac{5}{6} - \frac{1}{6 \cdot 5^{2021}} - \frac{2022}{5^{2022}} < \frac{5}{6} \\ A &< \frac{5}{36}\end{aligned}$$

Câu 5 (HSG 7 Vĩnh Yên năm 2022-2023)

$$S = 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2$$

1) Tính:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2019}{3^{2019}} < 0,75$$

2) Chứng tỏ:

Lời giải

1) Ta có:

$$\begin{aligned}S &= 2^{100} - 2^{99} + 2^{98} + \dots + 2^2 - 2 \\ 2S &= 2^{101} - 2^{100} + 2^{99} + \dots + 2^3 - 2^2 \\ 3S &= 2^{101} - 2 \Rightarrow S = \frac{2^{101} - 2}{3} \\ A &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{2019}{3^{2019}}\end{aligned}$$

2) Đặt

$$3A = 1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2019}{3^{2018}}$$

$$2A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}} - \frac{2019}{3^{2019}}$$

Suy ra:

$$M = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}} \Rightarrow 3M = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2017}} \Rightarrow 2M = 1 - \frac{1}{3^{2018}} < 1 \Rightarrow M < \frac{1}{2}$$

Đặt

$$2A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{2018}} - \frac{2019}{3^{2019}} = 1 + M - \frac{2019}{3^{2019}} < 1 + M < 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow A < \frac{3}{4}$$

Ta có:

Dạng 9. Tính tỉ số của hai tổng.

B. Tự luận

Câu 1) : (HSG 7 Lai Châu năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức

$$A = 5 \left[\frac{12 + \frac{12}{289} - \frac{12}{7} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{85} + \frac{4}{289}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{95} + \frac{5}{169}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{95}} \right] \cdot \frac{166166166}{747747747}$$

Lời giải

$$A = 5 \cdot \left[\frac{12 + \frac{12}{289} - \frac{12}{7} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{85} + \frac{4}{289}} : \frac{5 + \frac{5}{13} + \frac{5}{95} + \frac{5}{169}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{95}} \right] \cdot \frac{166166166}{747747747}$$

$$A = 5 \cdot \left[\frac{12 \left(1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)}{4 \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} + \frac{1}{289} \right)} : \frac{5 \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{95} + \frac{1}{169} \right)}{6 \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{95} \right)} \right] \cdot \frac{2 \cdot 83083083}{9 \cdot 83083083}$$

$$A = 5 \cdot \left[\frac{12 \left(1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)}{4 \left(1 + \frac{1}{289} - \frac{1}{7} - \frac{1}{85} \right)} : \frac{5 \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{95} + \frac{1}{169} \right)}{6 \left(1 + \frac{1}{13} + \frac{1}{169} + \frac{1}{95} \right)} \right] \cdot \frac{2 \cdot 83083083}{9 \cdot 83083083}$$

$$A = 5 \cdot \left[\frac{12}{4} : \frac{5}{6} \right] \cdot \frac{2}{9}$$

$$A = 5 \cdot \left[3 \cdot \frac{6}{5} \right] \cdot \frac{2}{9}$$

$$A = 5 \cdot \frac{18}{5} \cdot \frac{2}{9} = 4$$

Vậy $A = 4$

Câu 2 (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}}$$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{5}{4}} = \frac{3\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{5\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

Câu 3 (HSG 7 Diễm Châu năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức:

$$\left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} & \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2022}{2023} \\ &= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2022}{2023} = 0 \end{aligned}$$

Câu 4 (HSG Hưng Hà 2022-2023)

$$A = \left(\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{1 + \frac{2}{17} - \frac{2}{19}}{2,5 + \frac{5}{17} - \frac{5}{19}} \right) \cdot 1\frac{3}{2020}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{0,375 - 0,3 + \frac{3}{11} + \frac{3}{12}}{-0,625 + 0,5 - \frac{5}{11} - \frac{5}{12}} - \frac{1 + \frac{2}{17} - \frac{2}{19}}{2,5 + \frac{5}{17} - \frac{5}{19}} \right) \cdot 1\frac{3}{2020} \\ &= \left[\frac{3\left(0,125 - 0,1 + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)}{-5\left(0,125 - 0,1 + \frac{1}{11} + \frac{1}{12}\right)} - \frac{2\left(0,5 + \frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right)}{5\left(0,5 + \frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right)} \right] \cdot \frac{2023}{2020} \\ &= \left(\frac{-3}{5} - \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{2023}{2020} \\ &= -1\frac{2023}{2020} = -\frac{2023}{2020} \\ \text{Vậy } A &= -\frac{2023}{2020} \end{aligned}$$

Câu 5 (HSG 7 Nghi Sơn năm 2022-2023)

$$B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}}$$

Thực hiện phép tính:

Lời giải

$$\begin{aligned} B &= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{\frac{4}{9} - \frac{4}{7} - \frac{4}{11}} + \frac{0,6 - \frac{3}{25} - \frac{3}{125} - \frac{3}{625}}{\frac{4}{5} - 0,16 - \frac{4}{125} - \frac{4}{625}} \\ &= \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}}{4\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11}\right)} + \frac{3\left(0,2 - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625}\right)}{4\left(0,2 - \frac{1}{25} - \frac{1}{125} - \frac{1}{625}\right)} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \end{aligned}$$

Câu 6 (HSG 7 Đồng Hưng năm 2022-2023)

$$A = \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$$

Thực hiện phép tính sau

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right) \\ &= \frac{2022}{2023} : \left[\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}{7 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} \right] \\ &= \frac{2022}{2023} : \left(\frac{2}{7} + \frac{5}{7} \right) \\ &= \frac{2022}{2023} \end{aligned}$$

Câu 7 (HSG 7 Hà Trung năm 2022-2023)

Tính giá trị các biểu thức sau

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{4}{5} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{5} - \frac{4}{6} + \frac{4}{8}}$$

Lời giải

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{4}{5} - \frac{4}{11} + \frac{4}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{4}{5} - \frac{4}{6} + \frac{4}{8}}$$

$$= \frac{3\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)}{5\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13}\right)} + \frac{2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)}{5\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$$

Câu 8: (HSG 7 Lập Thạch-Thanh Hoá năm 2022-2023)

Tính bằng cách hợp lí:

$$A = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{\frac{3}{4} - \frac{3}{16} - \frac{3}{64} - \frac{3}{256}} + \frac{5}{8}$$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} - \frac{1}{13}\right)} \cdot \frac{3\left(1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}\right)}{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{16} - \frac{1}{64}} + \frac{5}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = 1$$

Vậy $A = 1$

Dạng 10. Tính giá trị biểu thức.

B. Tự luận

Câu 1) (HSG 7 Thọ Xuân Thanh Hoá năm 2022-2023)

Cho đa thức $R(x) = x^2 - 2x$. Tính giá trị biểu thức:

$$S = \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023}$$

Lời giải

Ta có $R(x) = x^2 - 2x = x(x - 2)$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{R(3)} + \frac{1}{R(4)} + \frac{1}{R(5)} + \dots + \frac{1}{R(2022)} + \frac{1}{R(2023)} + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \frac{1}{3(3-2)} + \frac{1}{4(4-2)} + \frac{1}{5(5-2)} + \dots + \frac{1}{2022(2022-2)} + \frac{1}{2023(2023-2)} + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \frac{1}{3 \cdot 1} + \frac{1}{4 \cdot 2} + \frac{1}{5 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2020} + \frac{1}{2023 \cdot 2021} + \frac{1}{2 \cdot 2023} + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{2021 \cdot 2023} \right) + \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{2020 \cdot 2022} \right) + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{2}{13} + \frac{2}{35} + \dots + \frac{2}{2021 \cdot 2023} \right) + \left(\frac{2}{24} + \frac{2}{42} + \dots + \frac{2}{2020 \cdot 2022} \right) \right] + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2022} \right) \right] + \frac{1}{2 \cdot 2023} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{2023} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3033}{2022} - \frac{1}{2022} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3032}{2022} = \frac{758}{1011} \end{aligned}$$

Câu 2 (HSG 7 Hậu Lộc năm 2022-2023)

Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$ với a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$.

Lời giải

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \text{ với } a, b, c \text{ thỏa mãn: } (3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$$

Vì $(3a - 2b)^2 \geq 0$; $|4b - 3c| \geq 0$ với $\forall a, b$ nên để $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$ thì:

$$\begin{cases} (3a - 2b)^2 = 0 \\ |4b - 3c| = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 2b \\ 4b = 3c \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$$

Đặt $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k \Rightarrow a = 2k; b = 3k; c = 4k$. Thay vào Q ta có:

$$Q = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} = \frac{(2k)^3 + (3k)^3 + (4k)^3}{2k \cdot 3k \cdot 4k} = \frac{k^3(2^3 + 3^3 + 4^3)}{24k^3} = \frac{33}{8}$$

Vậy $Q = \frac{33}{8}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>