

**Chủ đề 9 - Xác suất - Mức độ vận dụng cao - File word có lời giải.docx**

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

-----

Họ tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

**Câu 1.** Chọn ngẫu nhiên 3 số  $a, b, c$  trong tập hợp  $S = \{1; 2; \dots; 26\}$ . Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2$  chia hết cho 5 bằng  $\frac{m}{n}$  với  $m, n \in \mathbb{N}^*$  và  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức  $T = m + n$ .

- A. 104.                                      B. 100.                                      C. 81.                                      \*D. 79.

**Lời giải**

Gọi  $A$  là tập hợp các phần tử thuộc  $S$  mà chia hết cho 5,  $A$  có 5 phần tử.  
 $B$  là tập hợp các phần tử thuộc  $S$  mà chia cho 5 dư 1 hoặc dư 4,  $B$  có 11 phần tử.  
 $C$  là tập hợp các phần tử thuộc  $S$  mà chia cho 5 dư 2 hoặc dư 3,  $B$  có 10 phần tử.  
Ta có nhận xét

- + Với  $k \in A$  thì  $k^2$  chia hết cho 5.
- + Với  $k \in B$  thì  $k^2$  chia cho 5 dư 1.
- + Với  $k \in C$  thì  $k^2$  chia cho 5 dư 4.

Số phần tử của không gian mẫu là  $C_{26}^3$ .

Để chọn được 3 số thỏa mãn bài toán, ta có hai trường hợp

- + Trường hợp: 3 số được chọn đều thuộc  $A$ , có  $C_5^3$  cách chọn.
- + Trường hợp: 3 số được chọn có mỗi số thuộc mỗi tập  $A, B, C$ , có  $C_5^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^1$  cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố là  $C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{11}^1$ .

Xác suất của biến cố là  $\frac{C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{11}^1}{C_{26}^3} = \frac{14}{65} = \frac{m}{n}$ . Suy ra  $m + n = 79$ .

**Câu 2.** Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

- \*A.  $\frac{601}{1080}$ .                                      B.  $\frac{6}{11}$ .                                      C.  $\frac{1}{6}$ .                                      D.  $\frac{61}{360}$ .

**Lời giải**

Lấy ngẫu nhiên một hộp.

Gọi  $C_1$  là biến cố lấy được hộp I;

Gọi  $C_2$  là biến cố lấy được hộp II;

Gọi  $C_3$  là biến cố lấy được hộp III.

Suy ra  $P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$ .

Gọi  $C$  là biến cố “lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi màu đỏ”.

Ta có:  $C = (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3)$

$\Rightarrow P(C) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3)$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{601}{1080}$$

**Câu 3.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau đôi một được chọn từ các chữ số  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ . Xác định số phần tử của  $S$ . Lấy ngẫu nhiên một số từ  $S$ . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho số 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A.  $\frac{1}{42}$ .

B.  $\frac{1}{21}$ .

\*C.  $\frac{1}{63}$ .

D.  $\frac{1}{84}$ .

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(S) = A_9^4$ .

Xét một số tự nhiên thuộc  $x \in S$  với  $x = \overline{abcd}$ , ta có  $x$  chia hết cho 11 khi và chỉ khi  $a - b + c - d$  là số chia hết cho 11.

Ta lại có tổng các chữ số của  $x$  chia hết cho 11 nên  $a + b + c + d = 11$  hoặc  $a + b + c + d = 22$ .

Bây giờ ta xét tập hợp  $T = \{(2; 9); (3; 8); (4; 7); (5; 6)\}$  ta thấy cứ hai cặp số thuộc  $T$  sẽ cho ta 8 số  $x$  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện trên, do vậy số tất cả các số  $x$  thỏa mãn cả hai điều kiện trên là  $n(A) = 8 \cdot C_4^2$ .

Xác suất để số được chọn là số chia hết cho số 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11 là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8C_4^2}{A_9^4} = \frac{1}{63}$$

**Câu 4.** Gọi  $S$  là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số  $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $S$ . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau bằng

\*A.  $\frac{97}{560}$ .

B.  $\frac{583}{3360}$ .

C.  $\frac{97}{650}$ .

D.  $\frac{79}{560}$ .

**Lời giải**

Gọi số cần tìm:  $\overline{abcdef}$

Ta có:  $n(\Omega) = 8 \cdot A_8^5 = 53760$  (cách)

Vì số được chọn có 6 chữ số nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn.

Và vì số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn tối đa là 3 chữ số chẵn.

\*TH1: Số được chọn có đúng hai chữ số chẵn

+ Xếp 4 chữ số lẻ trước:  $4!$  cách

|  |    |  |    |  |    |  |    |  |
|--|----|--|----|--|----|--|----|--|
|  | lẻ |  | lẻ |  | lẻ |  | lẻ |  |
|--|----|--|----|--|----|--|----|--|

+ Lấy 2 số chẵn trong 5 số chẵn xếp vào 2 trong 5 ô: có  $C_5^2 \cdot A_5^2$  cách.

+ Trường hợp có số 0 ở đầu (xếp 1 số chẵn trong 4 số vào 1 trong 4 ô còn lại) có:  $C_4^1 \cdot C_4^1$  cách.

Suy ra: TH1 có  $4!(C_5^2 \cdot A_5^2 - C_4^1 \cdot C_4^1) = 4416$  số.

\*TH2: Số được chọn có 3 chữ số chẵn

|  |    |    |    |  |
|--|----|----|----|--|
|  | lẻ | lẻ | lẻ |  |
|--|----|----|----|--|

+ Xếp 3 chữ số lẻ trước:  $A_4^3$  cách

+ Xếp 3 số chẵn bất kỳ trong 5 chữ số chẵn xếp vào 3 ô trong 4 ô: có  $C_4^3 \cdot A_5^3$  cách.



**Trường hợp 1:**  $^3$  số chọn được là số chẵn khi đó tổng lập phương của chúng chia hết cho 4.

Do đó ta có  $C_{15}^3 = 455$  cách.

**Trường hợp 2:** Trong  $^3$  số được chọn có 1 số chẵn, 1 số chia 4 dư 3 và 1 số chia 4 dư 1.

Có 15 số chẵn, 8 số chia 4 dư 1 là  $\{1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29\}$  và 7 số chia 4 dư 3 là  $\{3; 7; 11; 15; 19; 23; 27\}$ .

Do đó ta có  $15 \cdot 8 \cdot 7 = 840$  cách.

$$n(A) = 455 + 840 = 1295 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1295}{4060} \approx 0,32 \in (0,3; 0,4)$$

Suy ra

**Câu 7.** Chọn ngẫu nhiên ba số  $a, b, c$  trong tập  $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ . Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn

$a^2 + b^2 + c^2$  chia hết cho 3 bằng  $\frac{m}{n}$ , với  $m, n$  là các số nguyên dương và phân số  $\frac{m}{n}$  tối giản. Biểu thức  $S = m + n$  bằng

A. 85.

B. 239

C. 58.

\*D. 127.

**Lời giải**

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên ba số  $a, b, c$  trong tập  $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ ”.

Gọi  $A$  là biến cố: “Ba số tìm được thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2$  chia hết cho 3”.

Ta có  $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$

Tập hợp các số  $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$  gồm

+ 6 số chia hết cho 3 là:  $3; 6; 9; \dots; 18$ .

+ 14 số không chia hết cho 3: Các số còn lại thuộc  $S$ .

Ta thấy số chính phương chia cho 3 hoặc chia hết hoặc dư 1.

Do đó, các trường hợp thuận lợi cho biến cố  $A$  là:

**Trường hợp 1:**  $a^2, b^2, c^2$  cùng chia hết cho 3  $\Leftrightarrow a, b, c$  cùng chia hết cho 3

$\Rightarrow C_6^3 = 20$  cách chọn  $a, b, c$ .

**Trường hợp 2:**  $a^2, b^2, c^2$  cùng chia cho 3 dư 1  $\Leftrightarrow a, b, c$  cùng không chia hết cho 3

$\Rightarrow C_{14}^3 = 364$  cách chọn  $a, b, c$ .

$\Rightarrow n(A) = 364 + 20 = 384$

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{384}{1140} = \frac{32}{95} \Rightarrow m = 32; n = 95 \Rightarrow m + n = 127$ .

**Câu 8.** Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Dung và 8 học sinh nam trong đó có Hải. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Tính xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm

A.  $\frac{5}{16}$ .

B.  $\frac{11}{16}$ .

C.  $\frac{3}{16}$ .

\*D.  $\frac{7}{32}$ .

**Lời giải**

• Ta có: Không gian mẫu là số cách chia 12 học sinh thành 3 nhóm và phải đảm bảo mỗi nhóm có ít nhất 1 học sinh nữ, giả sử:

- Nhóm thứ nhất có 2 học sinh nữ, 2 học sinh nam, có:  $C_4^2 \cdot C_8^2$  cách

- Nhóm thứ hai có 1 học sinh nữ và 3 học sinh nam, có:  $C_2^1 \cdot C_6^3$  cách

Sau khi chia nhóm thứ nhất và thứ hai xong thì còn lại 1 nữ và 3 nam nên để chọn nhóm còn lại thì chỉ có duy nhất 1 cách

Vậy không gian mẫu ta có được là:  $n(\Omega) = C_4^2 \cdot C_8^2 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3 = 6720$  cách.

• Trường hợp 1: Dung và Hải cùng với 1 bạn nam và 1 bạn nữ tạo thành 1 nhóm nên có:  $C_3^1 \cdot C_7^1$  cách. Nhóm thứ hai có 3 bạn nam và 1 bạn nữ có  $C_2^1 \cdot C_6^3$  cách. Cuối cùng còn lại 3 bạn nam và 1 bạn nữ nên chỉ có duy nhất 1 cách. Suy ra trường hợp này có:  $C_3^1 \cdot C_7^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3$  cách.

• Trường hợp 2: Dung và Hải cùng với 2 bạn nam tạo thành 1 nhóm nên có:  $C_7^2$  cách. Nhóm thứ hai có 2 bạn nam và 2 bạn nữ nên có:  $C_5^2 \cdot C_3^2$  cách. Còn lại 3 bạn nam và 1 bạn nữ nên chỉ có duy nhất 1 cách cho nhóm thứ ba. Suy ra trường hợp này có:  $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_7^2$  cách.

• Trường hợp 3: Dung và Hải cùng với 2 bạn nam thành một nhóm. Nhóm thứ hai có 3 bạn nam và 1 bạn nữ. Suy ra nhóm thứ ba có 2 bạn nam và 2 bạn nữ. Trường hợp này vô tình trùng trường hợp thứ hai nên ta không cần tính nữa

Suy ra tổng biến cố thỏa mãn đề bài cho là:  $n(A) = C_3^1 \cdot C_7^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3 + C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_7^2 = 1470$  cách.

$$P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1470}{6720} = \frac{7}{32}$$

Vậy, xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm là  $\frac{7}{32}$ .

**Câu 9.** Gọi  $S$  là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S$ , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A.  $\frac{7}{150}$ .

\*B.  $\frac{7}{375}$ .

C.  $\frac{7}{125}$ .

D.  $\frac{189}{1250}$ .

**Lời giải**

• Gọi số tự nhiên có 6 chữ số là  $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ .

Chọn  $a_1$ : có 9 cách.

Chọn  $a_2$ : có 10 cách.

Chọn  $a_3$ : có 10 cách.

Chọn  $a_4$ : có 10 cách.

Chọn  $a_5$ : có 10 cách.

Chọn  $a_6$ : có 10 cách.

Suy ra số các phần tử của  $S$  là:  $9 \cdot 10^5$  cách.

• Chọn ngẫu nhiên một số từ  $S \Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$ .

• Gọi  $A$  là biến cố: “Số được chọn có 6 chữ số đôi một khác nhau và có mặt chữ số 0 và 1”.

TH1:  $a_1 = 1$

Có 5 vị trí để xếp số 0.

Và có  $A_8^4$  cách chọn 4 vị trí còn lại.

Suy ra có:  $5 \cdot A_8^4 = 8400$  số.

TH2:  $a_1 = 2, \dots, 9$

Chọn  $a_1$ : có 8 cách.

Xếp hai số 0 và 1 có:  $A_5^2 = 20$  cách.

Xếp vào 3 vị trí còn lại có:  $A_7^3 = 210$  cách.

Suy ra có:  $8.20.210 = 33600$  số.

$$\Rightarrow n(A) = 8400 + 33600 = 42000$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{900000} = \frac{7}{150}$$

**Câu 10.** Có 6 học sinh gồm 2 học sinh trường A, 2 học sinh trường B và 2 học sinh trường C sắp xếp trên một hàng dọc. Xác suất để được cách cách sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B là

A.  $\frac{1}{90}$ .

\*B.  $\frac{1}{45}$ .

C.  $\frac{1}{180}$ .

D.  $\frac{1}{30}$ .

**Lời giải**

• Số phần tử của không gian mẫu:  $n(\Omega) = 6!$

• Gọi A là biến cố “hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B”.

Ta có:

+ Sắp xếp 2 học sinh trường A có 2! cách.

+ Sắp xếp 2 học sinh trường B có 2! cách.

+ Sắp xếp 2 học sinh trường C (trong đó 1 học sinh ở giữa 2 học sinh trường A vừa xếp, 1 học sinh ở giữa 2 học sinh trường B vừa xếp) có 2! cách.

+ Xem 2 học sinh trường A và 1 học sinh trường C vừa xếp như một phần tử (ACA), 2 học sinh trường B và 1 học sinh trường C vừa xếp như một phần tử (BCB). Sắp xếp phần tử (ACA) và (BCB) có 2! cách.

Vậy  $n(A) = 2!.2!.2!.2!$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{45}$$

Suy ra xác suất của biến cố A là:

**Câu 11.** Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Xác suất để chọn một tam giác từ tập X là tam giác vuông nhưng không phải là tam giác cân bằng

A.  $\frac{10}{57}$ .

\*B.  $\frac{8}{57}$ .

C.  $\frac{3}{19}$ .

D.  $\frac{1}{57}$ .

**Lời giải**

Số phần tử của tập X là  $n(X) = C_{20}^3 = 1140$

Có 10 cách chọn cạnh huyền của một tam giác vuông (vì có 10 cạnh đi qua tâm của đường tròn), ứng với đó có 18 cách chọn đỉnh còn lại của tam giác vuông.

Suy ra số cách chọn tam giác vuông là  $10.18 = 180$ .

Do đó số tam giác vuông không cân là  $180 - 10.2 = 160 \Rightarrow n(A) = 160$ .

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(X)} = \frac{160}{1140} = \frac{8}{57}$$

Vậy xác suất cần tìm là

**Câu 12.** Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?

A.  $16.(4!)^2$ .

B.  $16.8!$ .

\*C.  $32.(4!)^2$ .

D.  $32.8!$ .

**Lời giải**

Đánh số 10 vị trí tương ứng với 10 ghế như sau:

(3)(4)(5)(6)(7)(8)(2)(1)(9)(10)

**Trường hợp 1.** Xếp các học sinh nam ở vị trí lẻ và các học sinh nữ ở vị trí chẵn.

+ Nếu An ở vị trí (1) thì chỉ có thể xếp Bình vào các vị trí (4), (6), (8), (10)  $\rightarrow$  Có 4 cách xếp An và Bình.

Xếp 4 bạn nam còn lại vào các vị trí (3), (5), (7), (9) có  $4!$  cách xếp.

Xếp 4 bạn nữ còn lại vào 4 vị trí chẵn còn lại có  $4!$  cách xếp.

$\rightarrow$  Có  $4 \cdot (4!)^2$  cách xếp học sinh trong trường hợp An ở vị trí (1).

+ Nếu An ở một trong các vị trí (3), (5), (7), (9)  $\rightarrow$  Có 4 cách xếp An.

Với mỗi cách xếp An, có 3 cách xếp Bình (không ngồi cạnh An và ở vị trí chẵn).

Xếp 4 bạn nam còn lại có  $4!$  cách xếp và xếp 4 bạn nữ còn lại có  $4!$  cách xếp.

$\rightarrow$  Có  $4 \cdot 3 \cdot (4!)^2 = 12 \cdot (4!)^2$  cách xếp trong trường hợp An ngồi ở các vị trí (3), (5), (7), (9).

Vậy có  $4 \cdot (4!)^2 + 12 \cdot (4!)^2 = 16 \cdot (4!)^2$  cách xếp học sinh trong trường hợp 1.

**Trường hợp 2.** Xếp các học sinh nam ở vị trí chẵn và các học sinh nữ ở vị trí lẻ.

Tương tự trường hợp 1, có  $16 \cdot (4!)^2$  cách xếp.

Vậy có tất cả  $16 \cdot (4!)^2 + 16 \cdot (4!)^2 = 32 \cdot (4!)^2$  cách xếp học sinh thỏa mãn bài toán.

**Câu 13.** Có  $^{10}$  học sinh, gồm  $^5$  học sinh lớp 12A và  $^5$  học sinh lớp 12B tham gia một trò chơi. Để thực hiện trò chơi, người điều hành ghép ngẫu nhiên  $^{10}$  học sinh thành  $^5$  cặp. Xác suất để không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp bằng

A.  $\frac{1}{63}$ .

B.  $\frac{4}{63}$ .

\*C.  $\frac{8}{63}$ .

D.  $\frac{2}{63}$ .

**Lời giải**

Lấy 2 học sinh trong  $^{10}$  học sinh để tạo thành một cặp có  $C_{10}^2$  cách,

Lấy 2 học sinh trong  $^8$  học sinh để tạo thành một cặp có  $C_8^2$  cách,

Lấy 2 học sinh trong  $^6$  học sinh để tạo thành một cặp có  $C_6^2$  cách,

Lấy 2 học sinh trong  $^4$  học sinh để tạo thành một cặp có  $C_4^2$  cách,

Lấy 2 học sinh trong  $^2$  học sinh để tạo thành một cặp có  $C_2^2$  cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có  $n(\Omega) = C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ .

Gọi A là biến cố “trong 5 cặp không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp”

Lấy 1 học sinh trong 5 học sinh của lớp 12A có 5 cách, lấy 1 học sinh trong 5 học sinh của lớp 12B có 5 cách để ghép thành 1 cặp có 5.5 cách

Lấy 1 học sinh trong 4 học sinh của lớp 12A có 4 cách, lấy 1 học sinh trong 4 học sinh của lớp 12B có 4 cách để ghép thành 1 cặp có 4.4 cách

Lấy 1 học sinh trong 3 học sinh của lớp 12A có 3 cách, lấy 1 học sinh trong 3 học sinh của lớp 12B có 3 cách để ghép thành 1 cặp có 3.3 cách

Lấy 1 học sinh trong 2 học sinh của lớp 12A có 2 cách, lấy 1 học sinh trong 2 học sinh của lớp 12B có 2 cách để ghép thành 1 cặp có 2.2 cách

Lấy 1 học sinh trong 1 học sinh của lớp 12A có 1 cách, lấy 1 học sinh trong 1 học sinh của lớp 12B có 1 cách để ghép thành 1 cặp có 1.1 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có  $n(A) = 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1}{C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2} = \frac{8}{63}$$

----HẾT----

