

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 3$.

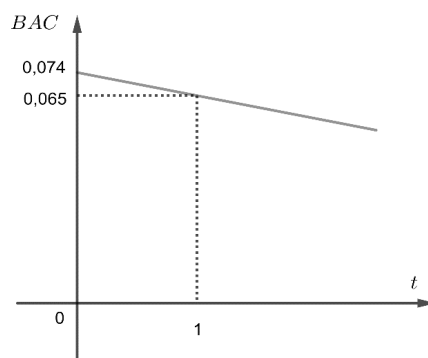
- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1,0 điểm). Cho phương trình $2x^2 - x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2$.

Câu 3. (1,0 điểm). Nồng độ cồn trong máu (BAC – Blood Alcohol Conentration) là tỉ lệ lượng rượu (gam) trong 100mililit máu.

Ví dụ: BAC 0,03 nghĩa là 0,03g rượu trong 100ml máu. Uống càng nhiều rượu bia thì nồng độ cồn trong máu càng cao và càng dễ gây ra tai nạn khi điều khiển phương tiện giao thông.

Với một người đã uống khoảng 100g rượu (rượu ethyl hoặc ethanol) thì nồng độ BAC sau t giờ được thể hiện qua đồ thị như hình 2.



Hình 2: Đồ thị nồng độ BAC

- a) Gọi y là nồng độ BAC của một người sau khi uống khoảng 100g rượu trong t giờ. Viết công thức biểu thị y theo t , biết y là một hàm số bậc nhất của t .
b) Theo nghị định 100/2019/NĐ-CP ngày 30/12/2019 của chính phủ nước Cộng hòa xã hội chủ nghĩa Việt Nam về quy định xử phạt vi phạm hành chính trong lĩnh vực giao thông đường bộ và đường sắt; mức xử phạt các lỗi vi phạm giao thông đối với người điều khiển xe máy được tính theo bảng 1. Hỏi sau khi uống 100g rượu khoảng 2 giờ, nếu người này điều khiển xe máy tham gia giao thông đường bộ thì sẽ bị xử phạt ở mức nào?

Bảng 1: Tra cứu mức phạt các lỗi vi phạm giao thông.

STT	Lỗi vi phạm	Mức phạt tiền và hình phạt
1	Nồng độ chưa vượt quá BAC 0,05	02–03 triệu đồng. - Thu bằng lái xe từ 10–12 tháng.
2	Nồng độ từ BAC 0,05 đến BAC 0,08	04–05 triệu đồng. - Thu bằng lái xe từ 16–18 tháng.
3	Nồng độ lớn hơn BAC 0,08	06–08 triệu đồng. - Thu bằng lái xe từ 22–24 tháng.

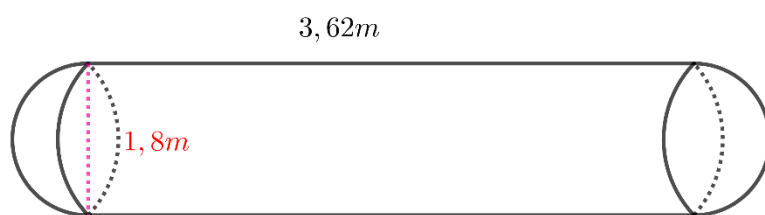
Câu 4. (1,0 điểm). Một người cao 175cm đứng trên bờ hồ và nhìn lên đỉnh một tòa cao ốc 159m xây giữa hồ (mặt hồ có dạng hình tròn, cao ốc xem như vuông góc với mặt hình tròn tại tâm hình tròn) dưới một góc 58° . Em hãy tính diện tích và chu vi của hồ này biết chu vi C và diện tích S của hình tròn được tính theo công thức $C = 3,14.d$ và $S = 3,14.R^2$ trong đó d là đường kính và R là bán kính của hình tròn (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 5. (1,0 điểm). Trong tháng giêng cả hai tổ I và II sản xuất được 720 chi tiết máy. Trong tháng hai, tổ I sản xuất vượt 15% , tổ II sản xuất vượt 12% so với tháng giêng nên cả hai tổ sản xuất được tất cả là 819 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Câu 6. (0,75 điểm). Một vé xem phim đang có giá là 120 000 đồng. Trong đợt giảm giá cuối năm 2022, số lượng người xem phim tăng thêm 50% nên tổng doanh thu cũng tăng lên 20% (so với lúc chưa giảm giá). Hỏi giá mỗi vé khi đã giảm là bao nhiêu đồng?

Câu 7. (0,75 điểm). Một xe bồn chở nước sạch cho một khu dân cư có 200 hộ dân. Bồn xe có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, mỗi đầu của bồn xe là nửa hình cầu. Xe chở đầy nước và lượng nước chia đều cho từng hộ dân. Tính xem mỗi hộ dân được nhận bao nhiêu lít nước sạch.



Câu 8. (3,0 điểm) Từ điểm M nằm ở ngoài đường tròn O ; R vẽ hai tiếp tuyến MA, MC với đường tròn (A, C là hai tiếp điểm). Vẽ đường kính AB của đường tròn O .

a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp và $OM \perp BC$.

b) Kẻ $CD \perp AB$ $D \in AB$. BM cắt O tại N $N \neq B$. Chứng minh $\triangle MAO$ và $\triangle CDB$

đồng dạng và $\frac{MN}{MB} = \frac{CN^2}{CB^2}$.

c) Gọi I là giao điểm của OM và AC ; K là giao điểm của BM và CD . Khi $OM = AB$, tính theo R diện tích $\triangle MIK$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 3$.

- a. Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- b. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

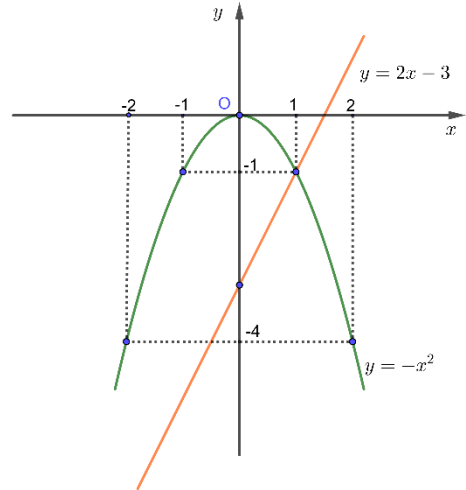
Lời giải

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	1
$y = 3x - 4$	-3	-1



- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-x^2 = 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Thay $x = 1$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -1^2 = -1$.

Thay $x = -3$ vào $y = -x^2$, ta được: $y = -(-3)^2 = -9$.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $2x^2 - x - 3 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2$.

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.2.(-3) = 25 > 0.$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1^2 x_2^2$

$$A = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 x_2)^2$$

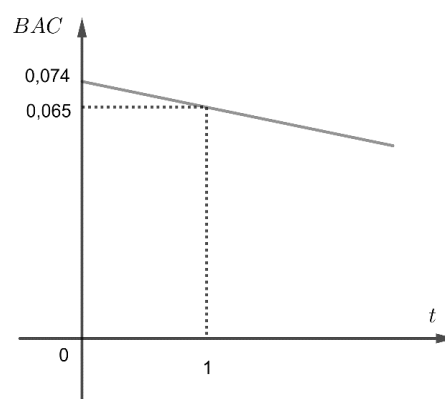
$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right) - \left(\frac{-3}{2}\right)^2$$

$$A = 1$$

Câu 3. (1 điểm) Nồng độ cồn trong máu (BAC – Blood Alcohol Conentration) là tỉ lệ lượng rượu (gam) trong 100mililit máu.

Ví dụ: BAC 0,03 nghĩa là 0,03g rượu trong 100ml. máu. Uống càng nhiều rượu bia thì nồng độ cồn trong máu càng cao và càng dễ gây ra tai nạn khi điều khiển phương tiện giao thông.

Với một người đã uống khoảng 100g rượu (rượu ethyl hoặc ethanol) thì nồng độ BAC sau t giờ được thể hiện qua đồ thị như hình 2.



Hình 2: Đồ thị nồng độ BAC

- Gọi y là nồng độ BAC của một người sau khi uống khoảng 100g rượu trong t giờ. Viết công thức biểu thị y theo t , biết y là một hàm số bậc nhất của t .
- Theo nghị định 100/2019/NĐ-CP ngày 30/12/2019 của chính phủ nước Cộng hòa xã hội chủ nghĩa Việt Nam về quy định xử phạt vi phạm hành chính trong lĩnh vực giao thông đường bộ và đường sắt; mức xử phạt các lỗi vi phạm giao thông đối với người điều khiển xe máy được tính theo bảng 1. Hỏi sau khi uống 100g rượu khoảng 2 giờ, nếu người này điều khiển xe máy tham gia giao thông đường bộ thì sẽ bị xử phạt ở mức nào?

Bảng 1: Tra cứu mức phạt các lỗi vi phạm giao thông.

STT	Lỗi vi phạm	Mức phạt tiền và hình phạt
1	Nồng độ chưa vượt quá BAC 0,05	02–03 triệu đồng. - Thu bằng lái xe từ 10–12 tháng.
2	Nồng độ từ BAC 0,05 đến BAC 0,08	04–05 triệu đồng. - Thu bằng lái xe từ 16–18 tháng.
3	Nồng độ lớn hơn BAC 0,08	06–08 triệu đồng.

		• Thu bằng lái xe từ 22–24 tháng.
--	--	---

Lời giải

a) Vì y là hàm số bậc nhất của t . Nên hàm số của y có dạng: $y = at + b$

Theo đề bài, ta có:

$$\text{Với } \begin{cases} t = 0 \\ y = 0,074 \end{cases} \Rightarrow 0,074 = 0.a + b. \quad (1)$$

$$\text{Với } \begin{cases} t = 1 \\ y = 0,065 \end{cases} \Rightarrow 0,065 = a + b. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 0a + b = 0,074 \\ 1a + b = 0,065 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,009 \\ b = 0,074 \end{cases}.$$

Vậy: $a = -0,009$, $b = 0,074$ và $y = -0,009t + 0,074$.

b) Thay $t = 2$ vào $y = -0,009t + 0,074 \Rightarrow y = 0,056$.

So với bảng mức phạt thì người này bị phạt ở mức thứ 2.

Câu 4. (0,75 điểm). Một người cao 175cm đứng trên bờ hồ và nhìn

lên đỉnh một tòa cao ốc 159m xây giữa hồ (mặt hồ có dạng hình tròn, cao ốc xem như vuông góc với mặt hình tròn tại tâm hình tròn) dưới một góc 58° . Em hãy tính diện tích và chu vi của hồ này biết chu vi C và diện tích S của hình tròn được tính theo công thức $C = 3,14.d$ và $S = 3,14.R^2$ trong đó d là đường kính và R là bán kính của hình tròn (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Đổi $175\text{cm} = 1,75\text{m}$

Chiều cao của tòa nhà tính từ đầu của người đó đến đỉnh của tòa nhà:

$$159 - 1,75 = 157,25 \text{ m}$$

$$\text{Bán kính của hồ: } R = \frac{157,25}{\tan 58^\circ} \text{ m}$$

$$\text{Diện tích của hồ: } S = 3,14.R^2 = 3,14.\left(\frac{157,25}{\tan 58^\circ}\right)^2 \approx 30317,22 \text{ m}^2$$

$$\text{Chu vi của hồ: } C = 3,14.d = 3,14.2.R = 3,14.2.\frac{157,25}{\tan 58^\circ} \approx 617,08 \text{ m}$$

Câu 5. (1 điểm) Trong tháng giêng cả hai tổ I và II sản xuất được 720 chi tiết máy. Trong tháng hai, tổ I sản xuất vượt 15%, tổ II sản xuất vượt 12% so với tháng giêng nên cả hai tổ sản xuất được tất cả là 819 chi tiết máy. Tính xem trong tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Lời giải

Gọi số chi tiết máy trong tháng giêng của tổ I và II lần lượt là $x; y$ $0 < x, y < 720$

Vì trong tháng giêng cả hai tổ I và II sản xuất được 720 chi tiết máy, nên ta có phương trình: $x + y = 720$ 1

Trong tháng hai cả hai tổ I và II sản xuất được 819 chi tiết máy, nên ta có phương trình: $115\%x + 112\%y = 819$ 2

Từ 1 và 2 ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 115\%x + 112\%y = 819 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 420 \\ y = 300 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số chi tiết máy trong tháng giêng của tổ I và II lần lượt là 420; 300 chi tiết máy.

Câu 6. (1 điểm) Một vé xem phim đang có giá là 120 000 đồng. Trong đợt giảm giá cuối năm 2022, số lượng người xem phim tăng thêm 50% nên tổng doanh thu cũng tăng lên 20% (so với lúc chưa giảm giá). Hỏi giá mỗi vé khi đã giảm là bao nhiêu đồng?

Lời giải

Gọi số lượng người xem trước khi giảm giá vé là x $x \in \mathbb{N}^*$

Doanh thu lúc trước: $120\,000x$ (đồng)

Số lượng người xem sau khi giảm giá vé: $150\%.x = 1,5x$ (người)

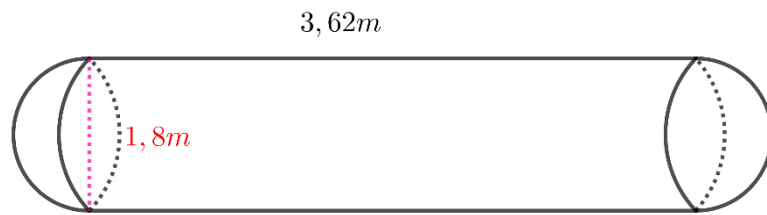
Doanh thu lúc sau: $120\,000x.120\% = 144\,000x$ (đồng)

Giá mỗi vé sau khi đã giảm: $144\,000x : 1,5x = 96\,000$ (đồng)

Vậy giá mỗi vé sau khi đã giảm là 96 000 (đồng)

Câu 7. (1 điểm) Một xe bồn chở nước sạch cho một khu dân cư có 200 hộ dân. Bồn xe có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, mỗi đầu của bồn xe là nửa hình cầu. Xe chở đầy

nước và lượng nước chia đều cho từng hộ dân. Tính xem mỗi hộ dân được nhận bao nhiêu lít nước sạch.



Lời giải

Thể tích của bồn chứa nước là :

$$V = \pi R^2 h + \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V = 3,14 \cdot \left(\frac{1,8}{2}\right)^2 \cdot 3,62 + \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{1,8}{2}\right)^3$$

$$V \approx 12,259 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\text{Đổi } 12,259 \text{ m}^3 = 12259 \text{ l}$$

Số lít nước mỗi hộ dân nhận được là :

$$12259 : 200 = 61,295 \text{ (l)}$$

Câu 8. (3 điểm) Từ điểm M nằm ở ngoài đường tròn O ; R vẽ hai tiếp tuyến MA, MC với đường tròn (A, C là hai tiếp điểm). Vẽ đường kính AB của đường tròn O .

a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp và $OM \perp BC$.

b) Kẻ $CD \perp AB$ $D \in AB$. BM cắt O tại N $N \neq B$. Chứng minh $\triangle MAO$ và $\triangle CDB$

đồng dạng và $\frac{MN}{MB} = \frac{CN^2}{CB^2}$.

c) Gọi I là giao điểm của OM và AC ; K là giao điểm của BM và CD . Khi $OM = AB$, tính theo R diện tích $\triangle MIK$.

Lời giải

$$\Rightarrow \Delta MAO \simeq \Delta CDB \text{ g.g}$$

Xét $\triangle MCN$ và $\triangle MBC$ có :

+ $\angle MNM$ là góc chung

+ $\angle MCN = \angle MBC$ (cùng chắn CN)

$\Rightarrow \triangle MCN \sim \triangle MBC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MC}{MB} = \frac{MN}{MC} = \frac{CN}{CB} \text{ (tỉ lệ đồng dạng)}$$

$$\text{Vì } \frac{MC}{MB} = \frac{MN}{MC} \Rightarrow MC^2 = MN.MB$$

$$\text{Và vì } \frac{MC}{MB} = \frac{CN}{CB} \Rightarrow \frac{MC^2}{MB^2} = \frac{CN^2}{CB^2} \Rightarrow \frac{MN.MB}{MB^2} = \frac{CN^2}{CB^2} \Rightarrow \frac{MN}{MB} = \frac{CN^2}{CB^2}$$

c) Gọi I là giao điểm của OM và AC ; K là giao điểm của BM và CD . Khi $OM = AB$, tính theo R diện tích $\triangle MIK$.

Vì MO là đường trung trực của AC và cắt AC tại I

Nên $AI \perp MO$ và I là trung điểm AC

Xét $\triangle MAO$ vuông tại A có đường cao AI

$$+ MO^2 = MA^2 + AO^2 \text{ (định lí Py-ta-go)}$$

$$\Leftrightarrow 4R^2 = MA^2 + R^2$$

$$\Rightarrow MA = R\sqrt{3}$$

$$+ MA^2 = MI.MO \text{ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Leftrightarrow 3R^2 = MI.2R \Rightarrow MI = \frac{3R}{2}$$

$$\text{Ta có : } S_{\triangle MOB} = \frac{1}{2} BO.MA = \frac{1}{2} .R.R\sqrt{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

Gọi H là giao điểm của AM và BC .

$$\text{Vì } MO \parallel BC \Rightarrow MO \parallel BH$$

Xét $\triangle BAH$ có :

+ O là trung điểm AB

$$+ MO \parallel BH$$

$\Rightarrow M$ là trung điểm của đoạn AH .

$$\Rightarrow MA = MH$$

Xét $\triangle BAM$ có $DK \parallel AM$

$$\Rightarrow \frac{BD}{BM} = \frac{DK}{AM} \text{ (Hệ quả định lí Ta lét)}$$

Xét $\triangle BMH$ có $CK \parallel MH$

$$\Rightarrow \frac{BK}{BM} = \frac{CK}{MH} \text{ (Hệ quả định lí Ta lét)}$$

$$\text{Từ đó suy ra : } \frac{DK}{AM} = \frac{CK}{MH}$$

Mà $AM = MH$ cmt

Nên $KD = CK \Rightarrow K$ là trung điểm CD

Xét $\triangle CDA$ có

+ K là trung điểm CD

+ I là trung điểm AC

$\Rightarrow IK$ là đường trung bình của $\triangle CDA$

$\Rightarrow IK \parallel AD \Rightarrow IK \parallel OB$

Xét $\triangle MIK$ và $\triangle MOB$ có :

+ $\angle BMO$ là góc chung.

+ $\angle MKI = \angle MBO$ (hai góc đồng vị)

$\Rightarrow \triangle MIK \sim \triangle MOB$ g.g

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle MIK}}{S_{\triangle MOB}} = \frac{MI^2}{MO^2} = \frac{\frac{9}{4}R^2}{4R^2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle MIK} = \frac{9}{16} S_{\triangle MOB} = \frac{9}{16} \cdot \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{9R^2 \sqrt{3}}{32} \text{ (đvdt)}.$$

----HẾT----