**CHUYÊN ĐỀ 22. CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN.**

**🗸Dạng 78: Nhận dạng Cấp số cộng, Cấp số nhân**

**I.** **Tóm Tắt Lý Thuyết Cơ Bản.**

**🞠. Cấp số cộng*:*** *Nếu  là một cấp số cộng với công sai *, khi đó ta có:

1. Định nghĩa : 

2. Số hạng tổng quát : 

3. Tính chất các số hạng : , với .

4.Tổng n số hạng đầu tiên : Cho một cấp số cộng . Đặt . Khi đó:

 hoặc 

**🞠*.* Cấp số nhân*:*** Giả sử hàm số có đạo hàm trên khoảng .

1.Định nghĩa : là cấp số nhân (q : công bội)

2. Số hạng tổng quát :  với n

3. Tính chất các số hạng : với k

4. Tổng n số hạng đầu tiên :

**II. Ví dụ minh họa.**

|  |
| --- |
| **Câu 1: [DS11.C3.3.BT.b]** Cho dãy số  :  Khẳng định nào sau đây ***sai***?  **A.** (un) là một cấp số cộng. **B.** có .  **C.** Số hạng . **D.** Tổng của  số hạng đầu tiên là . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**        Vậy dãy số trên là cấp số cộng với công sai .  Ta có .    **Chọn C.** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 2: [DS11.C3.3.BT.b]**  Cho dãy số có . Khẳng định nào sau đây ***sai***?  **A.** Các số hạng của dãy luôn dương. **B.** là một dãy số giảm dần.  **C.** là một cấp số cộng. **D.** bị chặn trên bởi M = . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Ta có .      nên dãy số không phải là cấp số cộng.  **Chọn C.** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: [DS11.C3.3.BT.c] (Sở GD Cần Thơ-Đề 324-2018) [1D3-0.0-3]** Người ta trồng  cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng  cây, hàng thứ hai trồng  cây, hàng thứ ba trồng  cây, …, cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Gọi số cây ở hàng thứ  là .  Ta có: , , , … và .  Nhận xét dãy số  là cấp số cộng có , công sai .  Khi đó .  Suy ra    (vì ).  Vậy số hàng cây được trồng là .  **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 4: [DS11.C3.4.BT.b]** Cho dãy số : . *Khẳng định nào sau đây là* ***sai****?*  **A.** Dãy số không phải là một cấp số nhân.  **B.** Dãy số này là cấp số nhân có .  **C.** Số hạng tổng quát.  **D.** Là dãy số không tăng, không giảm. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Ta có:        Vậy dãy số trên là cấp số nhân với .  Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có .  **Chọn A.** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 5: [DS11.C3.4.BT.b]** Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  **A.**    Loại A  Tương tự loại B, C.  **Chọn D.** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

**III. Bài tập áp dụng rèn luyện.**

|  |
| --- |
| **Câu 1: [DS11.C3.3.BT.b]** Xác định  để 3 số : theo thứ tự lập thành một cấp số cộng?  **A.** Không có giá trị nào của . **B.**.  **C.**  **D..** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Ba số : theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi    .    PT vô nghiệm    **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 2: [DS11.C3.4.BT.b]** Xác định  để 3 số  lập thành một cấp số nhân:  **A.** Không có giá trị nào của  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Ba số  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân      ( Phương trình vô nghiệm)  **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 3: [DS11.C3.4.BT.b] (THPT Tứ Kỳ - Hải Dương - Lần 2 - 2017 - 2018 - BTN)** Giả sử , ,  theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính .  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Điều kiện:  .  Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: .      .  Ta có:    **Chọn** **D** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 4: [DS11.C3.3.BT.c] [**(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)Trongsân vận động có tất cả  dãy ghế, dãy đầu tiên có  ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước  ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Gọi  lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai,… và dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có .  Ký hiệu:, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:      **Chọn C** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 5: [DS11.C3.3.BT.c] (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh - lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Trong hội chợ tết Mậu Tuất , một công ty sữa muốn xếp  hộp sữa theo số lượng  từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?    **A.**  **B.**  **C.**  **D.** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Áp dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:          Vậy    **Chọn A** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 6: [DS11.C3.3.BT.c] (Sở GD Cần Thơ-Đề 302-2018) [1D3-0.0-2]** Sinh nhật lần thứ  của An vào ngày  tháng  năm . Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá  đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo  đồng vào ngày  tháng  năm . Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước  đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày  tháng  năm )?  **A.**  đồng. **B.**  đồng. **C.**  đồng. **D.**  đồng. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  \* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu  công sai .  \* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:    \* Tính đến ngày  tháng  năm  (tính đến ngày thứ ) tổng số tiền bỏ heo là:      **Chọn C** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 7: [DS11.C3.4.BT.b] (CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA LẦN 3-2018)** Tính tổng vô hạn sau:  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Đây là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn, với  ; .  Khi đó :    **Chọn D** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 8: [DS11.C3.4.BT.c] (THPT Kinh Môn - Hải Dương - 2018 - BTN)** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng  độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.  **A.** m. **B.** m. **C.** m. **D.** m. |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có và .  Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là      Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn  .  **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 9: [DS11.C3.4.BT.c] (Toán học và Tuổi trẻ - Tháng 4 - 2018 - BTN)** Có hai cơ sở khoan giếng  và . Cơ sở  giá mét khoan đầu tiên là  và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm  so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở : Giá của mét khoan đầu tiên là  và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm  giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây trồng muốn thuê khoan hai giếng với độ sâu lần lượt là  và  để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công tý ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí nhât?  **A.** luôn chọn .  **B.** luôn chọn .  **C.** giếng  chọn  còn giếng  chọn .  **D.** giếng  chọn  còn giếng  chọn . |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Cơ sở  giá mét khoan đầu tiên là  và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm  so với giá của mét khoan ngay trước đó.  + Nếu đào giếng  hết số tiền là:    + Nếu đào giếng  hết số tiền là:    Cơ sở  Giá của mét khoan đầu tiên là  và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm  giá của mét khoan ngay trước đó.  + Nếu đào giếng  hết số tiền là:    + Nếu đào giếng  hết số tiền là:    Ta thấy ,  nên giếng  chọn  còn giếng  chọn .  **Chọn** **D** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |

|  |
| --- |
| **Câu 10: [DS11.C3.4.BT.c] (THPT Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - Lần 2 -2018)** Với hình vuông  như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:    *Bước 1:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông .  *Bước 2:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  thành  phần bằng nhau như hình vẽ.  *Bước 3:* Tô màu “đẹp” cho hình vuông  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  thành  phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm .  **A.**  bước **B.**  bước **C.**  bước **D.**  bước |

**Lời giải #Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.**  Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là , . Dễ thấy dãy các giá trị  là một cấp số nhân với số hạng đầu  và công bội .  Gọi  là tổng của  số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì .  Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm  thì .    Vậy cần ít nhất  bước.  **Chọn B** | **②\_Bài học kinh nghiệm** |