**CHƯƠNG 1: SỐ NGUYÊN TỐ**

. Số nguyên tố là số chỉ chia hết cho 1 và chính nó.

. Số nguyên tố chẵn duy nhất là 2, còn lại các số nguyên tố đều là số lẻ.

. Trong ba số tự nhiên liên tiếp sẽ có một số chia hết cho 3.

**DẠNG 1. TÌM SỐ NGUYÊN TỐ**

**Bài 1:** Tìm số nguyên tố p sao cho hai số  cũng là số nguyên tố.

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố,

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Với  là số nguyên tố

Khi đó  là số nguyên tố và  cũng là số nguyên tố nên ( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia cho 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số  ( loại)

Vậy  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài 2:** Tìm số nguyên tố p sao cho hai số  cũng là số nguyên tố.

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại).

Với  là số nguyên tố

Khi đó  là số nguyên tố và  là số nguyên tố nên  ( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số  ( loại)

Vậy  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài 3:** Tìm số nguyên tố p sao cho 3 số  cũng là số nguyên tố .

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó ,  và  đều là các số nguyên tố nên  ( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Vậy  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài 4:** Tìm số nguyên tố p sao cho  cũng là số nguyên tố .

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Với  là số nguyên tố

Khi đó  đều là số nguyên tố nên  ( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Vậy  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài 5:** Tìm số nguyên tố p sao cho:  cũng là số nguyên tố .

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó  đều là số nguyên tố nên  ( nhận)

Với  là số nguyên tố

Khi đó  đều là số nguyên tố( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Vậy  hoặc  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài 6:** Tìm số nguyên tố p sao cho:  cũng là số nguyên tố .

***Bài làm:***

Giả sử với  là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Với  là số nguyên tố

Khi đó  đều là số nguyên tố( nhận)

Với  và p là số nguyên tố thì p chia 3 sẽ có dư là 1 hoặc 2.

Nếu p chia 3 dư 1 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Nếu p chia 3 dư 2 thì p có dạng  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  là hợp số nên  ( loại)

Vậy  là số nguyên tố duy nhất cần tìm.

**Bài tập tương tự.**

**Bài 7:** Tìm số nguyên tố p sao cho  cũng là số nguyên tố.

**Bài 8:** Tìm số nguyên tố p sao cho  cũng là số nguyên tố .

**Bài 9:** Tìm số nguyên tố p sao cho  và  cũng là số nguyên tố.

**Bài 10:** Tìm số nguyên tố p sao cho  và  đều là các số nguyên tố.

**DẠNG 2. CHỨNG MINH LÀ SỐ NGUYÊN TỐ HAY HỢP SỐ**

**Bài 1:** Cho p và  là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3, nên p có dạng  với .

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số nên  ( loại)

Nếu  giả sử là số nguyên tố và  giả sử cũng là số nguyên tố.

Khi đó  là hợp số.

Vậy với p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì  là hợp số.

**Bài 2:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số nên  ( loại)

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử cũng là số nguyên tố.

Khi đó  là hợp số.

Vậy với p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì  là hợp số.

**Bài 3:** Cho p và  là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số

Nên  ( loại)

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử cũng là số

nguyên tố

Khi đó  là hợp số

Vậy với p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì  là hợp số.

**Bài 4:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử cũng là

số nguyên tố.

Khi đó  là hợp số.

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số

Nên  ( loại)

Vậy với p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì  là hợp số.

**Bài tập tương tự.**

**Bài 5:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số

**Bài 6:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số

**Bài 7:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số

**Bài 8:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số

**Bài tập bổ sung**

**Bài 9:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Nhận thấy ,  và  là ba số tự nhiên liên tiếp, nên phải có một số chia hết cho 3.

Vì  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Do đó  chia hết cho 3 hay  là hợp số.

**Bài 10:** Cho p và  là hai số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số.

***Bài làm:***

Nhận thấy ,  và  là ba số tự nhiên liên tiếp nên phải có một số chia hết cho

3.

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Vì  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Do đó  chia hết cho 3 hay  là hợp số.

**Bài 11:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh  là hợp số

***Bài làm:***

Nhận thấy ,  và  là ba số tự nhiên liên tiếp nên phải có một số chia hết

cho 3.

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Vì  là số nguyên tố lớn hơn 3 nên .

Do đó  chia hết cho 3 hay  là hợp số.

**DẠNG 3. CHỨNG MINH CHIA HẾT**

**Bài 1:** Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết  cũng là số nguyên tố. Chứng minh .

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số nên  ( loại)

Nếu  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử cũng là số nguyên tố

Khi đó  (1)

Mặt khác p nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ do đó  là số chẵn

Khi đó  (2)

Từ (1) và (2) ta được .

**Bài 2:** Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết  cũng là số nguyên tố. Chứng minh .

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Với  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số nên  ( loại)

Với  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử cũng là số nguyên tố

Khi đó  (1)

Mặt khác p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ do đó  là số chẵn

Khi đó  (2)

Từ (1) và (2) ta được .

**Bài 3:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh .

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với .

Với  giả sử là số nguyên tố thì  giả sử là số nguyên tố

Khi đó  (1)

Với  giả sử là số nguyên tố thì  là hợp số nên  ( loại)

Mặt khác p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ do đó  là số chẵn

Khi đó  (2)

Từ (1) và (2) ta được .

**Bài tập tương tự**

**Bài 4:** Cho p và  là các số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh .

**Bài tập bổ sung**

**Bài 5:** Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì .

***Bài làm:***

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ không chia hết cho 2 và 3.

Do p không chia hết cho 2 nên  là hai số chẵn liên tiếp.

Khi đó  (1)

Mặt khác p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng  với . Nếu 

Nếu  .

Vậy nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì 

**Bài 6:** Cho p và  là hai số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh .

***Bài làm:***

Ta có 

Nhận thấy ,  và  là ba số liên tiếp nên phải có một số chia hết cho 3.

Do p và  là hai số nguyên tố lớn hơn 3 nên p và  không chia hết cho 3.

Khi đó  (1)

Mặt khác p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ, khi đó  là số chẵn.

Khi đó  (2)

Từ (1) và (2) ta được  nên .

**SỐ CHÍNH PHƯƠNG.**

Định nghĩa:

Số chính phương là bình phương của 1 số tự nhiên

Như vậy: A là số chính phương thì A có dạng 

VD: 0; 1; 4; 9; 16; 25; …

Tính chất:

. Số chính phương chỉ có thể tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9

. Khi phân tích ra thừa số nguyên tố, số chính phương chỉ chứa thừa số với mũ chẵn.

Hệ quả:

+ Tích các số chính phương là 1 số chính phương

+ Số chính phương  2 thì 4

+ Số chính phương  3 thì 9

+ Số chính phương  5 thì 25

+ Số chính phương  8 thì 16

+ Số lượng các ước lẻ là số chính phương và ngược lại

+ Số chính phương chia 3 chỉ có thể dư 0 hoặc 1

**DẠNG 1:**

**Bài 1:** Số  là số chính phương không?

***Bài làm:***

 có chữ số tận cùng là 8 nên không là số chính phương.

**Bài 2:** Số  là số chính phương không?

***Bài làm:***

 chia hết cho 5 nhưng không chia hết cho 25 nên không là số chính phương

**Bài 3:** Tổng  là số chính phương không?

***Bài làm:***

Tổng B có chữ số tận cùng là 3 nên không là số chính phương

**Bài 4:** Tổng  là số chính phương không?

***Bài làm:***

Tổng A có chữ số tận cùng là 8 nên không là số chính phương.

**Bài 5:** Tổng  là số chính phương không?

***Bài làm:***

 có tổng các chữ số là 3 nên chia hết cho 3 mà không chia hết cho 9 nên không là số chính phương.

**Bài 6:** Cho .

1. Chứng minh A chia hết cho 24.
2. Chứng minh A không phải là số chính phương.

**DẠNG 2.**

**Bài 1:** Tổng  là số chính phương không?

***Bài làm:***

Tổng A chia hết cho 3 nhưng không chia hết cho 9

Nên A không là số chính phương

**Bài 2:** Cho . Hỏi A có là số chính phương không?

***Bài làm:***

Nhận thấy A chia hết cho 5 nhưng A lại không chia hết cho 25

Nên A không là số chính phương

**Bài 3:** Cho . Chứng minh rằng  không là số chính phương?

***Bài làm:***







 không là số chính phương vì có mũ lẻ.

**Bài 4:** Cho . Chứng minh rằng  không là số chính phương?

***Bài làm:***

.





 không là số chính phương vì mũ lẻ

**Bài 5:** Cho  . Hỏi  có phải là số chính phương không.

***Bài làm:***

.

.



 là một số chính phương.

**DẠNG 3.**

**Bài 1:** Tìm số tự nhiên n có hai chữ số biết  và  đều là số chính phương

***Bài làm:***

Vì n là số tự nhiên có 2 chữ số nên .

Mà  là số chính phương lẻ nên 





Khi đó 

Thấy chỉ có 121 là số chính phương. Vậy .

**Bài 2:** Tìm số tự nhiên n có hai chữ số để  và  đều là các số chính phương.

***Bài làm:***

Vì n là số tự nhiên có 2 chữ số nên .

Mặt khác  là số chính phương lẻ nên 



.

Khi đó .

Nhận thấy chỉ có số 169 là số chính phương. Vậy .

**Bài 3:** Cho n là số tự nhiên có hai chữ số. Tìm n biết  và 2n đều là các số chính phương.

***Bài làm:***

Vì n là số tự nhiên có hai chữ số nên 

Mặt khác 2n là số chính phương chẵn nên 



Khi đó .

Nhận thấy chỉ có số 36 là số chính phương. Vậy 

**Bài 4:** Tìm số nguyên tố  để  là số chính phương .

***Bài làm:***

Phân tích ta có 

Để là số chính phương thì  là số chính phương

Mà 

TH1: Với 

Thấy có 43 là số nguyên tố

TH2: Với 

Có 73 là số nguyên tố

Vậy số  bằng 43 hoặc 73.

**Bài 5:** Tìm số có dạng  sao cho  là số chính phương