**BÀI 2. CÔNG THỨC NGHIỆM**

**CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

**I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

**1. Phương trình bậc hai một ân**

*- Phương trình bậc hai một ẩn* (hay còn gọi là *phương trình bậc hai*) là phương trình có dạng:

*ax2 + bx + c = 0 (a ≠ 0)*

trong đó *a, b, c* là các *so* thực cho trước, x là ẩn số.

*- Giải phương trình bậc hai một ẩn* là đi tìm tập nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn đó.

**2. thức nghiệm của phương trình bậc hai**

*Trường hợp 1.* Nếu ∆ < 0 thì phương trình *vô nghiệm.*

*Trường hợp* 2. Nếu ∆ = 0 thì phương trình có *nghiệm kép:*

**

*Trường hợp 3.* Nếu A > 0 thì phương trình có *hai nghiệm phân biệt:*



**3. Công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai**

Xét phương trình bậc hai *ax2 + bx* + *c* = 0 *(a ≠* 0) với *b = 2b'.* Gọi *biệt thức* A' = *b*'2 - *ac.*

*Trường hợp 1.* Nếu A' < 0 thì phương trình *vô nghiệm.*

*Trường hợp 2.* Nếu A' = 0 thì phương trình có *nghiệm kép:*

**

*Trưòmg hợp 3.* Nếu ∆' > 0 thì phương trình có *hai nghiệm phân biệt:*

**

*Chú ý:* Trong trường hợp hệ số *b* có dạng 2*b'* ta nên sử dụng để giải phương trình sẽ cho lời giải ngắn gọn hơn.

**II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN**

**Dạng 1. Không dùng công thức nghiệm, giải phương tri bậc hai một ẩn cho trước**

*Phương pháp giải:* Ta có thế sử dụng một trong các cách sau:

*Cách 1.* Đưa phương trình đã cho về dạng tích.

*Cách* 2. Đưa phương trình đã cho về phương trình mà vế trái một bình phương còn vế phải là một hằng *số.*

1A. Giải các phương trình:

a) *5x2* -7x = 0; b)-3x2+9 = 0;

c) *x2 -6x+ 5 = 0;* d) 3x2 + 12x + 1 = 0.

1B. Giải các phương trình:

a)  b) 

c) x2 – x – 9 = 0; d) 3x2 + 6x + 5 = 0.

2A. Với giá trị nào của tham số *m* thì phương trình 4x2 + *m2x + 4m =* 0 có nghiệm x = 1 ?

2B. Cho phương trình 4mx2 - x - 10m2 = 0. Tìm các giá trị cua tham số *m* để phương trình có nghiệm x = 2.

**Dạng 2. Giải phương trình bậc hai bằng cách sử dụng công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn:**

*Phương pháp giải:* Sử dụng công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai để giải.

3A. Xác định hệ số *a,b,c;* Tính biệt thức ∆ (hoặc ∆' nếu *b = 2b')* rồi tìm nghiệm của các phương trình:

a) *2x2 -3x-5 = 0;* b) x*2 - 6x* + 8 = 0;

c) 9x2 - 12x + 4 = 0; d) *-3x2* + *4x* - 4 = 0.

3B. Xác định hệ số *a,b,c;* Tính biệt thức A ( hoặc A'nếu *b = 2b')* rồi tìm nghiệm của các phương trình:

a) *x2 – x -11 = 0* b) x2 - 4x + 4 = 0;

c) *-5x2 – 4x + 1 = 0;* d) -2x2 + x - 3 = 0

4A. Giải các phương trình sau:

a) *x2* + ** -1 = 0 b) 2x2 - ** + 1 = 0;

c)  d) -3x2 +  + 4 = 0.

4B. Giải các phương trình sau:

a) *2x2* +  -7 = 0; b) 152x2 - 5x +1 = 0;

c) x2 - (2 + )x +  = 0; d) 3x2 -  + 1 = 0.

**Dạng 3. Sử dụng công thức nghiệm, xác định sô nghiệm của phương trình dạng bậc hai**

*Phương pháp giải:* Xét phương trình dạng bậc hai:

*ax2 + bx + c =* 0.

1. Phương trình có hai nghiệm kép 

2. Phương trình có hai nghiệm phân biệt 

3. Phương trình có đúng một nghiệm 

4. Phương trình vô nghiệm 

*Chú ý:* Nếu *b = 2b'* ta có thể thay điều kiện của ∆ tương ứng bằng ∆’.

5A. Cho phương trình *mx2* -2(m-1)x + m-3 = 0 (m là tham số).

Tìm các giá trị của *m* để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt;

c) Vô nghiệm; b) Có nghiệm kép;

e) Có nghiệm. d) Có đúng một nghiệm;

5B. Cho phương trình *(m - 2)x2 - 2(m + 1)x + m* = 0 *(m* là tham số).

Tìm các giá trị của ra để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt; b) Có nghiệm kép;

c) Vô nghiệm; d) Có đúng một nghiệm;

e) Có nghiệm.

**Dạng 4. Giải và biện luận phương trình dạng bậc hai**

*Phương pháp giải:*

*\* Giải và biện luận phương trình* dạng bậc hai theo tham số m là tìm tập nghiệm của phương trình tùy theo sự thay đổi của *m.*

\* Xét phương trình dạng bậc hai

*ax2 + bx + c -* 0 với ∆ = *b2* -4ac (hoặc ∆*' = b'2- ac).*

- Nếu *a =* 0, ta đưa vể biện luận phương trình bậc nhât.

- Nêu *a* ≠ 0, ta biện luận phương trình bậc hai theo A.

6A. Giải và biện luận các phương trình sau: (ra là tham số).

a) *x2* + (1 -*m)x*- ra = 0; b) (m -*3)x2 - 2mx* + m - 6 = 0.

6B. Giải và biện luận các phương trình sau: (ra là tham số).

a) *mx2* + (2m *- 1)x +* ra + 2 = 0;

b) (m *- 2)x2 - 2(m + 1)x + m =* 0.

**Dạng 5. Một sô bài toán liên quan đến tính có nghiệm củ phương trình bậc hai; Nghiệm chung của các phương trìnl dạng bậc hai; Hai phương trình dạng bậc hai tương đương**

*Phương pháp giải:*

1. Phương trình bậc hai *ax2* + *bx* + *c =* 0 *(a ≠* 0) có nghiệm

⇔ A > 0 (hoặc ∆’ ≥ 0).

2. Muốn tìm điều kiện của tham số để hai phương trình dạng bậc hai *ax2+bx + c =* 0 và *a'x2 +b'x + c'* = 0 có nghiệm chung, ta làm như sau:

*Bước 1.* Gọi *x0* là nghiệm chung của hai phương trình. Thay x0 vào 2 phương trình để tìm được điều kiện của tham số.

*Bước 2.* Với giá trị của tham số vừa tìm được, thay trở lại để kiểm tra xem 2 phương trình có nghiệm chung hay không và kết luận.

3. Muốn tìm điều kiện của tham số để hai phương trình dạng bậc hai *ax2 +bx + c =* 0 và *a'x2 +b'x + c' =* 0 tương đương, ta xét hai trường hợp:

*Trường hợp 1.* Hai phương trình cùng vô nghiệm.

*Trường hợp 2.* Hai phương trình cùng có nghiệm. Khi đó:

- Điều kiện cần để hai phương trình tương đương là chúng có nghiệm chung. Từ đó tìm được điều kiện của tham số.

- Điều kiện đủ với giá trị của tham số vừa tìm được, thay trở lại để kiểm tra xem 2 phương trình tập nghiệm bằng nhau hay không và kết luận.

7A. Cho *a, b, c* là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh phương trình *b2x2 - (b2 +c2 -a2)x + c2* =0 luôn vô nghiệm.

7B. Gho phương trình *x2 +(a + b + c)x* + (*ab + bc + ca) =* 0 với *a, b, c* là ba cạnh của một tam giác. Chứng minh phương trình trên luôn vô nghiệm.

8A. Cho hai phương trình *x2* + *ax* + *b* = 0 và *x2* + *cx + d =* 0. Chứng minh nếu hai phương trình trên có nghiệm chung thì:

*(b - d*)2 *+(a- c)(ad - bc) =* 0.

8B. Cho hai phương trình *x2 +ax + b =* 0 và *x2 +bx + a =* 0 trong đó  Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai phương trình trên có nghiệm.

9A. Cho hai phương trình *x2**+x-m = 0* và *x2 -mx* +1 = 0. Tìm các giá trị của tham *số m* để:

a) Hai phương trình có nghiệm chung;

b) Hai phương trình tương đương.

9B. Cho hai phương trình *x2**-2ax + 3 = 0* và *x2-x + a = 0,* *(a* là tham số). Với giá trị nào của *a* thì:

a) Hai phương trinh trên có nghiệm chung?

b) Hai phương trình trên tương đương?

**III. BÀI TẬP VỀ NHÀ**

10. Giải các phương trình:

a)  = 0; b) 3x2 + 3 = 2(x *+*1);

c)  = (x + 1)(x-1); d) x(x + l) = (x - 1)2.

11. Cho phương trình 2x2 -(4m + 3)x + 2m2 -1 = 0 (m là tham số). Tìm các giá trị của *m* để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt; b) Có nghiệm kép;

c) Vô nghiệm; d) Có đúng một nghiệm;

e) Có nghiệm.

12. Biện luận theo m số nghiệm phương trình:

*mx2 -* 4(m - *1)x* + 4*m* + 8 = 0 *(m* là tham số).

13. Cho hai phương trình *x2**+mx +* 2 = 0 và x2 + 2x + m = 0. Xác định các giá trị của tham số *m* để hai phương trình:

a) Có nghiệm chung; b) Tương đương.

**BÀI 2. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI**

**1A.** a) Ta có . Tìm được 

b) Ta có . Tìm được 

c) Ta có . Tìm được 

d) Ta biến đổi thành 3(x + 2)2 = 11. Tìm được 

**1B.** Tương tự 1A.

 a) Tìm được . b) Vô nghiệm.

 c) Tìm được . d) Vô nghiệm.

**2A.** Thay x = 1 vào phương trình ta có 4.12 + m2 + 4m = 0. Tìm được m = -2.

**2B.** Tương tự 2A.

 Tìm được 

**3A.** a) Ta có a = 2, b = -3, c = -5. Tính được Δ = 49 > 0. Phương trình có hai nghiệm phân việt: 

b) ta có a = 1, b = -6, b' = -3, c= 8. Tính được Δ' = 1. Ta tìm được .

c) Ta có a = 9, b = -12, c = 4. Tính được Δ = 0. Phương trình có nghiệm kép là .

d) Ta có a = -3, b = 4, c = -4. Tính được Δ = -32 < 0. Phương trình vô nghiệm.

**3B.** Tương tự 3A.

a) Tìm được  b) Tìm được x = 2.

c) Tìm được  d) Tìm được .

**4A.** Tương tự 3A

a) Tìm được 

b) Tìm được  c) Tìm được 

d) Tìm được 

**4B**. Tương tự 3A, 4A

a) Tìm được  b) Tìm được 

c) Tìm được  b) Tìm được 

**5A.** Xét Δ' = (m - 1)2 - m(m - 3) = m + 1

a) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi  ⇔ Tìm được .

b) Xét 

Xét . Phương trình có nghiệm kép khi 

c) Tương tự, ta tìm được m < -1

d) Tìm được m = 0

e) Tìm được .

**5B.** Tương tự 5A

a) Tìm được  b) Tìm được 

d) Tìm được  d) Tìm được m = 2

e) Tìm được m = 2 hoặc .

**6A.** a) Ta có 

\* : Phương trình đã chó có nghiệm kép: 

\* : Phương trình đã chó có nghiệm phân biệt: 

b) Với Phương trình có dạng: 

Với 

\* : Phương trình vô nghiệm.

\* : Phương trình có nghiệm kép: 

\* : Phương trình có nghiệm phân biệt: 

**6B.** Tương tự 6A

a) Với ;

Với 

\* : Phương trình vô nghiệm.

\* : Phương trình có nghiệm kép: 

\* : Phương trình hai có nghiệm phân biệt: 

b) Với ;

Với 

\* : Phương trình vô nghiệm.

\* : Phương trình có nghiệm kép: 

\* : Phương trình có hai nghiệm kép: 

**7A.** Ta có . Từ đó chứng minh được .

**7B.** Ta có 

Vì . Tương tự ta có và . Từ đó suy ra .

**8A.** Gọi  là nghiệm chung của hai phương trình. Ta có: 

Nếu  thì . Thay x0 vào phương trình ta được ĐPCM.

Nếu a = c thì b = d ⇒ ĐPCM.

**8B.** Ta có Từ .

Từ đó ta có ĐPCM.

**9A.** a) Gọi x0 là nghiệm chung của hai phương trình. Ta biến đổi được (1 + m) x0 = m +1. Tìm được m = -1 hoặc m = 2.

b) Ta xét hai trường hợp:

*Trường hợp 1:* Hai phương trình cùng vô nghiệm 

*Trường hợp 2:* JHai phương trình cùng có nghiệm và tập nghiệm giống nhau .

Vậy  thì hai phương trình tương đương.

**9B.** Tương tự 9A

 a) Tìm được  b) Tìm được 

**10.** Tương tự 1A

a) Tìm được  b) Tìm được .

c) Tìm được  d) Tìm được 

**11.** Tương tự 5A

 a)  b)  c) 

 d)  e) 

**12.** a)  b)  c) .

 d)  e) 

**13.** Tương tự 9A

a) Tìm được m = 2 hoặc m = -3. b) Tìm được 