

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK1 LỚP 12**

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1 - LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y' = f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

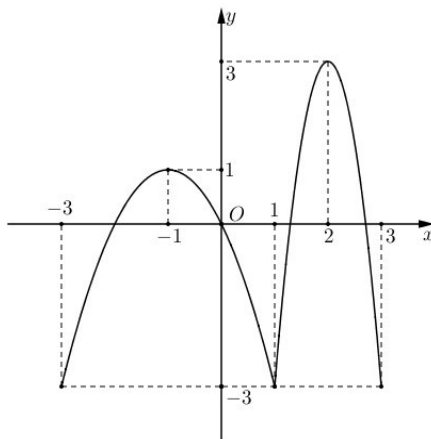
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y' = f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3			$+\infty$	

Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
- B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0 .
- C. Hàm số có ba điểm cực trị.
- D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$.
- B. $(1; 3)$.
- C. $(0; 2)$.
- D. $(-3; -1)$.**

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ là

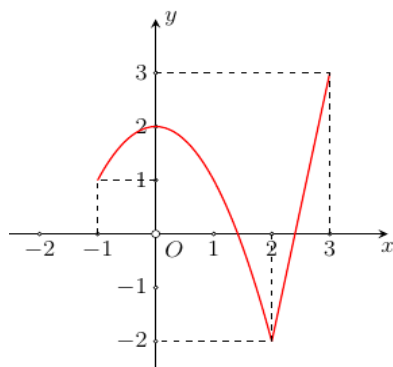
A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = -2$

D. $x = -2$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{0}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$-$	$-$
y	$-2 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -1$	$-1 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận ngang?

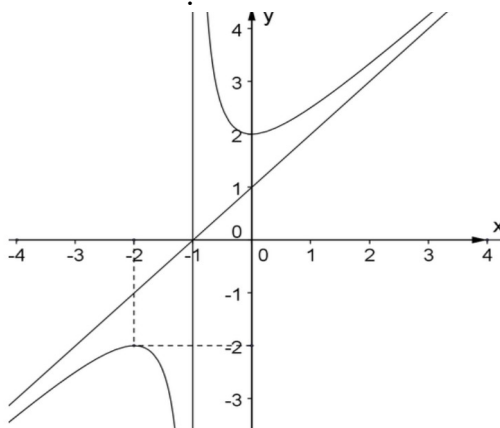
A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2$

B. $y = x - 2$

C. $y = x - 1$

D. $y = x + 1$

Câu 8. Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\vec{AD} + \vec{BC}$

B. $\vec{DA} + \vec{CB}$

C. $\vec{DA} + \vec{BC}$

D. $\vec{AD} + \vec{CB}$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$. Tọa độ $\vec{OA}$ là

A. $(3; 0; 0)$ B. $(3; -4; 0)$ C. $(0; -4; 0)$ D. $(0; 0; 0)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\vec{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Câu 11. Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $R = 5$

B. $R = 24$

C. $R = 25$

D. $R = 10$

Câu 12. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 6,8

B. 7,3

C. 3,3

D. 46,1

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khối lượng của 30 củ khoai tây được thu hoạch ở một nông trại được thống kê như bảng sau:

Lớp khối lượng (gam)	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
[70;80)	75	3	3
[80;90)	85	6	9
[90;100)	95	12	21

$[100;110)$	105	6	27
$[110;120)$	115	3	30
		$n=30$	

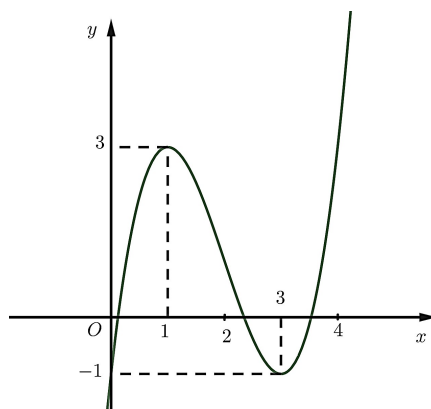
- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.
c) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 90.
d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 120.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x+1}$.

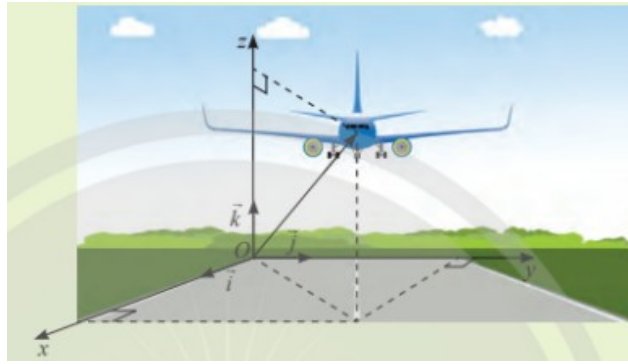
- a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$.
c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.
d) Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = -1$ hoặc $x = 3$.
b) $f'(x) > 0$ khi $x \in (1; 3)$, $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = -1$.
d) Hàm số đã cho có đồ thị như hình sau



Câu 4. Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $v = (300; 400; 3)$ (km/h).



- a) Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- b) Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- c) Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).

- d) Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B .

Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu?

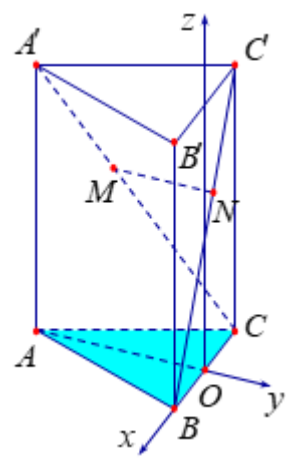
Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá t (nghìn đồng). Tìm giá trị của t .

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên đoạn AC và $C'D$ sao cho, $DN = \frac{1}{3}DC'$, $AM = \frac{2}{3}AC$. Khi phân tích $\vec{BN} = x\vec{BA} + y\vec{BC} + z\vec{BB'}$ thì giá trị $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài (theo đơn vị mét) của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí các điểm M và N sao cho MN ngắn nhất (Gợi ý: đoạn thẳng nối hai đường ngắn nhất chính là đường vuông góc chung). Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tiền? (Số tiền làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính bằng tỉ đồng)



ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọ n	D	B	D	A	A	C	D	D	B	C	C	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) S	a) S	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	26	- 29	150	2	15,7	671

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y' = f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- B.** Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.
- C.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
- D.** Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, trên $(-1; 1)$ ta có $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y' = f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		3		$+\infty$

Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0 .

C. Hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3 .

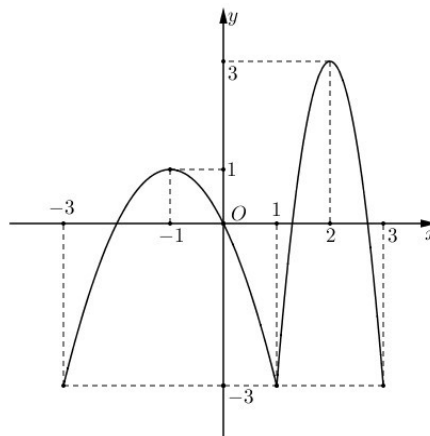
Lời giải

Chọn B

Dựa vào dấu của đạo hàm, ta suy ra

- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ nên giá trị cực tiểu tương ứng bằng 0 .
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ nên giá trị cực đại tương ứng bằng 3 .
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên giá trị cực tiểu tương ứng bằng 0 .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$

B. $(1; 3)$

C. $(0; 2)$

D. $(-3; -1)$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị đi lên từ trái sang phải trên khoảng $(-3; -1)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ là

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = -2$

D. $x = -2$

Lời giải

Chọn B

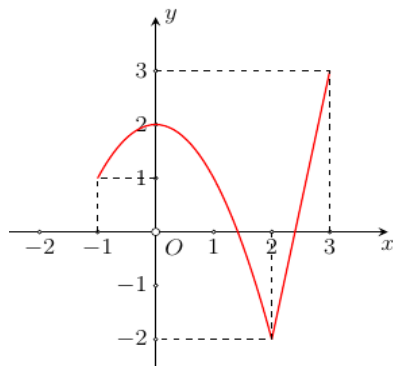
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{x+1} = -\infty$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-2}{x+1} = +\infty$.

Vậy đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. 3

B. 2

C. 0

D. 1

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Dựa vào đồ thị ta có $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3) = 3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$	$-$	$-$
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

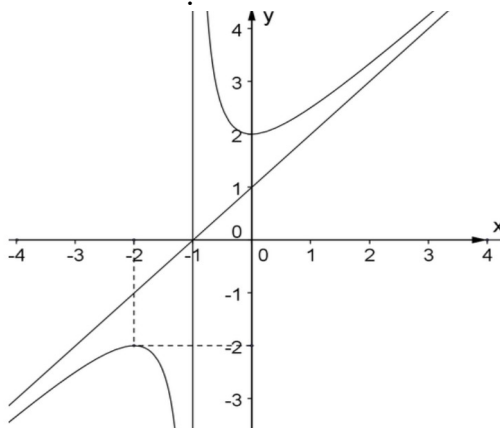
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $y = -2$ là một tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $y = 2$ là một tiệm cận ngang.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2$.

B. $y = x - 2$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = x + 1$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 8. Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

Lời giải

Chọn D

Theo quy tắc ba điểm, ta có:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \end{aligned}$$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$. Tọa độ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(3; 0; 0)$

B. $(3; -4; 0)$

C. $(0; -4; 0)$

D. $(0; 0; 0)$

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tọa độ véc-tơ, ta suy ra $\vec{OA} = (3; -4; 0)$.

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\vec{AB}$ có tọa độ là
- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ **C. $(1; 1; 3)$** D. $(3; 3; -1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{AB} = (1; 1; 3)$.

- Câu 11.** Kết quả khảo sát cân nặng của 1 thùng táo ở một lô hàng cho trong bảng sau

Cân nặng (g)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số quả táo	4	7	12	6	2

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $R = 5$ B. $R = 24$ **C. $R = 25$** D. $R = 10$

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 175 - 150 = 25$ (g).

- Câu 12.** Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

- A. 6,8** B. 7,3 C. 3,3 D. 46,1

Lời giải

Chọn A

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} + \frac{6\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 2\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2}{44} \approx 46,12.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{46,12} \approx 6,8$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khối lượng của 30 củ khoai tây được thu hoạch ở một nông trại được thống kê như bảng sau:

Lớp khối lượng (gam)	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
[70;80)	75	3	3
[80;90)	85	6	9
[90;100)	95	12	21
[100;110)	105	6	27
[110;120)	115	3	30
		$n=30$	

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.
c) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 90.
d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 120.

Lời giải

a) Đúng

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 120 - 70 = 50$.

b) Sai

Số phần tử của mẫu là $n = 30$.

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$ mà $3 < 7,5 < 9$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 7,5. Xét nhóm 2 là nhóm [80;90) có $s = 80; h = 10; n_2 = 6$ và nhóm 1 là nhóm [70;80) có $cf_1 = 3$.

$$Q_1 = 80 + \left(\frac{7,5 - 3}{6}\right) \cdot 10 = 87,5 \text{ (gam)}$$

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là:

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$ mà $21 < 22,5 < 27$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 22,5. Xét nhóm 4 là nhóm [100;110) có $t = 100; l = 10; n_4 = 6$ và nhóm 3 là nhóm [90;100) có $cf_3 = 21$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 100 + \left(\frac{22,5 - 21}{6} \right) \cdot 10 = 102,5 \text{ (gam)}$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 102,5 - 87,5 = 15$

c) Sai

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\bar{x} = \frac{3.75 + 6.85 + 12.95 + 6.105 + 3.115}{30} = 95 \text{ (gam)}$$

d) Đúng

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{30} \left[3 \cdot (75 - 95)^2 + 6 \cdot (85 - 95)^2 + 12 \cdot (95 - 95)^2 + 6 \cdot (105 - 95)^2 + 3 \cdot (115 - 95)^2 \right] = 120$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$.

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$.

c) Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.

d) Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.

Lời giải

a) Sai.

Hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ xác định khi $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

Do đó hàm số $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Đúng.

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x + 6)'(x + 1) - (x^2 - 2x + 6)(x + 1)'}{(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$$

Ta có

c) Đúng.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-10	$+\infty$	2	$-\infty$	

Vậy hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại bằng 2.

d) Đúng.

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ xác định khi $x^2 - 2 \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pm 1 \Rightarrow$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Ta có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \\ x^2 - 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2; x = -2 \end{cases}$$

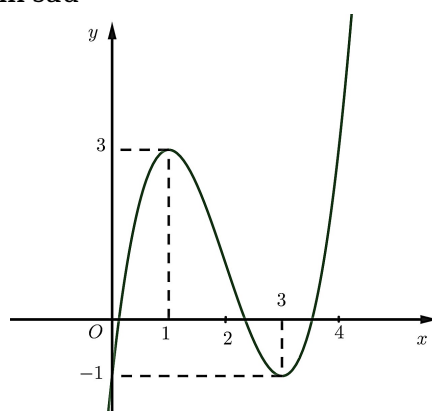
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

- Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = -1$ hoặc $x = 3$.
- $f'(x) > 0$ khi $x \in (1; 3)$, $f'(x) < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = -1$.
- Hàm số đã cho có đồ thị như hình sau



Lời giải

a) Sai.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

b) Sai.

Bảng biến thiên:

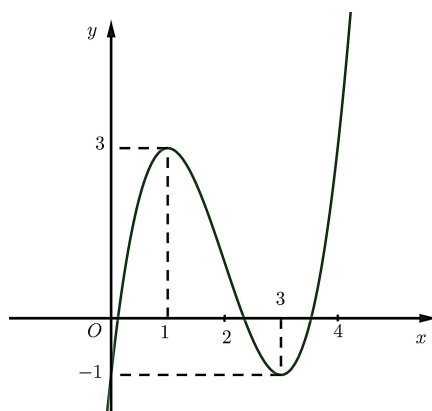
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, $f'(x) < 0$ khi $x \in (1; 3)$, $f'(x) > 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

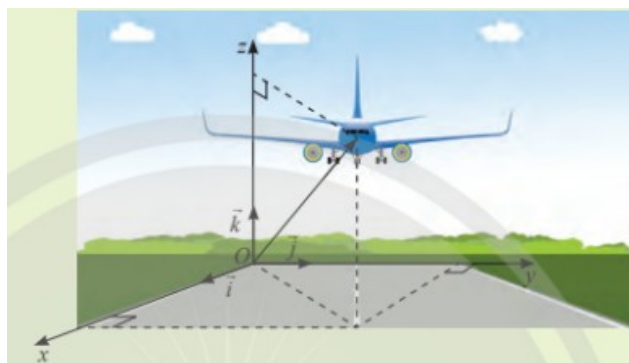
c) Đúng.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3, y_{CT} = -1$.

d) Đúng.



Câu 4. Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ Oxyz được gán như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x; y; z)$ (km) biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8h máy bay đang ở vị trí $(50; 120; 4)$ và chuyển động với vận tốc $v = (300; 400; 3)$ (km/h).



- Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1km).
- Tại thời điểm 9h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8km.
- Tại thời điểm 10h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250; 1020; 0)$ xấp xỉ 700km (sai số không quá 10km).
- Khi đạt độ cao 10km, máy bay đổi vận tốc mới là $v_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B . Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450; 1520; 0)$.

Lời giải

a) Đúng

$$\overline{OM} = (50; 120; 4) \Rightarrow OM = \sqrt{50^2 + 120^2 + 4^2} \approx 130,06$$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và trạm không lưu tại thời điểm 8h xấp xỉ 130km.

b) Sai

Ta có $\overline{OM} + v = (350; 520; 7)$

Tại thời điểm 9h, tọa độ của máy bay là $M_1(350; 520; 7)$.

Vậy độ cao của máy bay so với mặt đất là 7km.

c) Sai

Ta có $\overrightarrow{OM} + 2\vec{v} = (650; 920; 10)$

Tại thời điểm 10h, tọa độ của máy bay là $M_2(650; 920; 10)$

Ta có: $\overrightarrow{M_2F} = (600; 100; 10) \Rightarrow M_2F = \sqrt{600^2 + 100^2 + 10^2} \approx 608,36$

Vậy khoảng cách giữa máy bay và tháp truyền hình F xấp xỉ 600km.

d) Đúng

Từ độ cao 10km, với tốc độ hạ độ cao là 5km/h thì máy bay cần 2h để đáp xuống đất.

Ta có: $\overrightarrow{OM_2} + 2\vec{v}_2 = (1450; 1520; 0)$

Vậy tọa độ của máy bay khi đáp xuống là $M_3(1450; 1520; 0)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{t^3}{3} + 18t^2 - 35t + 10$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Trong 40 giây đầu tiên, chất điểm có vận tốc tức thời giảm trong khoảng thời gian $(a; b)$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2b - 3a$.

Lời giải

Vận tốc tức thời của chất điểm là $v(t) = s'(t) = -t^2 + 36t - 35$

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(t) = v'(t) = -2t + 36$

Vì vận tốc tức thời của chất điểm giảm nên $a(t) < 0 \Leftrightarrow -2t + 36 < 0 \Leftrightarrow t > 18$

Do đó, trong 40 giây đầu tiên, chất điểm có vận tốc tức thời giảm trong khoảng thời gian $(18; 40)$. Suy ra $a = 18, b = 40$.

Vậy $P = 2b - 3a = 26$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3$ trên đoạn $[-2; 3]$. Ta có

$$y' = 3x^2 - 12x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [-2; 3] \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y(-2) = -29; y(0) = 3; y(3) = -24$$

Mà

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -29.

Câu 3. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá l (nghìn đồng). Tìm giá trị của l .

Lời giải

Chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm là $f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{150x + 900}{x}$.
Ta có

- $f'(x) = \frac{-900}{x^2} < 0, \forall x > 0$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{150x + 900}{x} = 150$

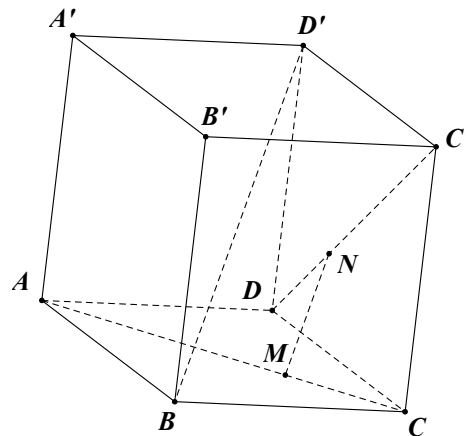
Bảng biến thiên

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty$	150

Vậy khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm càng giảm, nhưng không dưới 150 nghìn đồng.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên đoạn AC và $C'D$ sao cho, $DN = \frac{1}{3}DC'$, $AM = \frac{2}{3}AC$. Khi phân tích $\overrightarrow{BN} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC} + z\overrightarrow{BB'}$ thì giá trị $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải



Ta có: $DN = \frac{1}{3}DC' \Leftrightarrow NC' = 2ND \Rightarrow \overrightarrow{NC'} = -2\overrightarrow{ND}$.

Suy ra điểm N chia đoạn thẳng DC' theo tỉ số $k = -2$. Do đó $\vec{BN} = \frac{\vec{BC'} + 2\vec{BD}}{3}$

hay $\vec{BN} = \frac{1}{3}\vec{BC'} + \frac{2}{3}\vec{BD} \Leftrightarrow \vec{BN} = \frac{1}{3}(\vec{BB'} + \vec{BC}) + \frac{2}{3}(\vec{BA} + \vec{BC}) \Leftrightarrow \vec{BN} = \frac{2}{3}\vec{BA} + \vec{BC} + \frac{1}{3}\vec{BB'}$.

Vậy $x + y + z = 2$.

Câu 5. Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài (theo đơn vị mét) của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông là x (m) ($0 < x < 28$).

Suy ra chiều dài của đoạn dây làm thành hình tròn là $28 - x$ (m).

Khi đó

- Diện tích hình vuông là: $\left(\frac{x}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$.

- Bán kính hình tròn là: $R = \frac{28 - x}{2\pi}$.

$$\pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{28 - x}{2\pi}\right)^2 = \frac{784 - 56x + x^2}{4\pi}.$$

Do đó, diện tích hình tròn là:

$$\text{Khi đó Tổng diện tích hai hình là: } \frac{x^2}{16} + \frac{784 - 56x + x^2}{4\pi} = \left(\frac{\pi + 4}{16\pi}\right)x^2 - \frac{14}{\pi}x + \frac{196}{\pi}.$$

Khi đó Tổng diện tích hai hình là:

$$f(x) = \left(\frac{\pi + 4}{16\pi}\right)x^2 - \frac{14}{\pi}x + \frac{196}{\pi} \quad \text{với } 0 < x < 28.$$

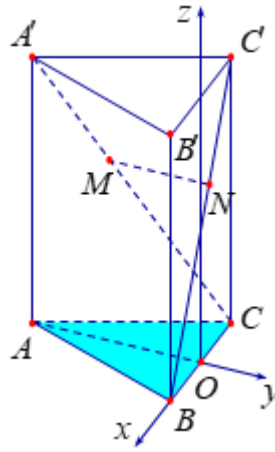
Xét hàm số bậc hai

$$\text{Nhận thấy } f(x) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } x = \frac{-b}{2a} = \frac{14}{\pi} \cdot \frac{16\pi}{2(\pi + 4)} = \frac{112}{\pi + 4}.$$

Vậy chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông để tổng diện tích của hai hình đạt giá trị nhỏ nhất là

$$\frac{112}{4 + \pi} \approx 15,7(m).$$

Câu 7. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí các điểm M và N sao cho MN ngắn nhất (Gợi ý: đoạn thẳng nối hai đường ngắn nhất chính là đường vuông góc chung). Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tiền? (Số tiền làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính bằng tỉ đồng)



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (O là trung điểm của BC).

Ta có: $A'(0; -150\sqrt{3}; 300)$, $B(150; 0; 0)$, $C(-150; 0; 0)$, $C'(-150; 0; 300)$, $\overrightarrow{CA'} = (150; -150\sqrt{3}; 300)$,
 $\overrightarrow{BC'} = (-300; 0; 300)$

Gọi m, n thỏa mãn $\begin{cases} \overrightarrow{CM} = m\overrightarrow{CA'} \\ \overrightarrow{BN} = n\overrightarrow{BC'} \end{cases}$ ta có $M(-150 + 150m; -150\sqrt{3}m; 300m)$, $N(150 - 300n; 0; 300n)$
 $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-150m - 300n + 300; 150\sqrt{3}m; 300n - 300m)$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CA'} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m + n = -1 \\ -m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{5} \\ n = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (60; 60\sqrt{3}; 60) \Rightarrow MN = 60\sqrt{5}$$

Số tiền xây cầu là: $T = 60\sqrt{5} \cdot 5 \approx 671$ tỉ đồng.