**ĐỀ 02**

**ĐỀ HSG TOÁN 9 23-24 HUYỆN KINH MÔN**

**Câu 1**. (2 điểm)

1. Giải phương trình: $x^{4}-3x^{2}-4=0$
2. Giải hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{c}-4x+y=-5\\(x-1)(y+2)=xy-1\end{array}\right.$

**Câu 2.** (2 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau:

A = $\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}-\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right);$ (x $\geq 0 và x \ne 1$)

1. Cho hàm số bậc nhất y = ($m^{2}-1)x+m+3(d).$ Tìm m để đồ thị hàm số (d) song song với đường thẳng y = 3x + 5.

**Câu 3**. (2 điểm)

1) Hai tỉnh A và B cách nhau 90km. Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một xe tải đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Đến 7 giờ 15 phút sáng cùng ngày, một xe con cũng đi từ tỉnh A đến tỉnh B đuổi theo xe tải với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 20km/h. Hai xe gặp nhau tại tỉnh B. Tính vận tốc của xe tải.

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d): y=4x - m + 2 và Parabol (P): y= $x^{2}$. Tìm số nguyên m để đường thẳng (d) cắt parbol (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ A($x\_{1};y\_{1}$) và B($x\_{2};y\_{2}$) sao cho y −2$x\_{1}x\_{2}$ +2$x\_{2}$ = 1

**Câu 4.** (3 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn(A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD không qua tâm O (điểm C nằm giữa M và D, tia MC nằm giữa 2 tia MA và MO). Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn

b) Đường thẳng qua C vuông góc với OA cắt AB, AD lần lượt ở N và K. Chứng minh tứ giác BCNI nội tiếp và N là trung điểm của CK.

c) Gọi Q là giao điểm của AB và MD. Chứng minh QC. MD=QD.MC

**Câu 5.** (1 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn x + y $\leq z$. Chứng minh rằng:

A = $\left(x^{2}+y^{2}+z^{2}\right)\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}+\frac{1}{z^{2}}\right)\geq \frac{27}{2}$

**--- Hết ---**

**LỜI GIẢI**

**Câu 3.**

1. Thời gian xe con đi từ A đến B là: $\frac{90}{x+20}$ (h)

Xe con đi sau xe tải: 7 giờ 15 phút - 6 giờ 30 phút = 45 phút = $\frac{3}{4} giờ,$ ta có phương trình

$$\frac{90}{x}-\frac{90}{x+20}=\frac{3}{4}$$

Suy ra pt: $x^{2}+2$0x - 2400 = 0

Giải phương trình tìm được $x\_{1}=40;x\_{2}=-60$

Có: x = 40 (thỏa mãn) và x = -60 (loại)

Vận tốc xe tải là 40km/h

1. Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

$$x^{2}=4x-m+2$$

<=> $x^{2}$ - 4x + m - 2 = 0 (\*)

Có $∆'=6-m$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt $x\_{1};x\_{2}$

=> 6 - m > 0 <=> m < 6

Theo định lí Vi-ét ta có: $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=4 (1)\\x\_{1}x\_{2}=m-2 (2)\end{array}\right.$

Vì A($x\_{1};y\_{1})$ thuộc (P) nên $y\_{1}=x\_{1}^{2}$

Theo bài ra ta có: $y\_{1}-2x\_{1}x\_{2}+2x\_{2}=1=>x\_{1}^{2}-2x\_{1}x\_{2}+2x\_{2}=1$

Từ (1) => $x\_{2}$ = 4 - $x\_{1}$

=> $x\_{1}^{2}-2x\_{1}(4 - x\_{1})+2(4 - x\_{1})=1$

<=> 3$x\_{1}^{2}$ - 10$x\_{1}$ + 7 = 0

$x\_{1}$ = 1; $x\_{1}$ = $\frac{7}{3}$

+ Với $x\_{1}=1=>x\_{2}=3$

Thay vào (2) ta có: 1.3 = m - 2 <=> m = 5 (thỏa mãn)

+ Với $x\_{1}$ = $\frac{7}{3}$ => $x\_{2}=\frac{5}{3}$

Thay vào (2) ta có: $\frac{7}{3}$ . $\frac{5}{3}$ = m - 2 <=> m = $\frac{53}{9}$ (không thỏa mãn)

Vậy m = 5 đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ ($x\_{1};y\_{1})$ và ($x\_{2};y\_{2})$ thỏa mãn:

$y\_{1}$ − 2$x\_{1}x\_{2}$ + 2$x\_{2}$ = 1

**Câu 4.**

****

1. Chứng minh tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn.

Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) tại A và B

=> MA $⊥$ AO tại A và MB $⊥$ BO tại B

=> MAO = MBO = 90$°$

=> A, B thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Mặt khác ta có I là trung điểm của dây CD không đi qua tâm nên MI $⊥$ OI tại I hay MIO = 90$°$ => I thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Từ (1) và (2) => A, B, I thuộc đường tròn đường kính MO

=> 5 điểm A, M, I, O, B cùng thuộc một đường tròn

=> Tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn.

1. Theo câu a, 5 điểm M, A, I, O, B nằm trên một đường tròn

=> MAB = MIB (hai góc nội tiếp cùng chắn MB) (3)

Theo bài ra ta có:

$$\left.\begin{array}{c}MA ⊥OA\\CN ⊥OA\end{array}\right\}=>MA∥CN$$

=> CNB = MAB (2 góc đồng vị) (4)

Từ (3) và (4) => MIB = CNB hay => CIB = CNB

=> Tứ giác BCNI nội tiếp

=> NIC = NBC (hai góc nội tiếp cùng chắn CN) hay NIC = ABC

Mà ADC = ABC (hai góc nội tiếp cùng chắn AC)

=> NIC = ADC mà chúng ở vị trí đồng vị => NI $∥KD$

Xét $∆CKD$ có I là trung điểm của CD (gt), NI $∥KD$ (cmt)

=> N là trung điểm của CK

1. Ta chứng minh được: $∆MCA \~∆MAD (g.g)$

=> MC.MD = $MA^{2}$

Mà trong tam giác vuông MAO có: $MA^{2}$ = MH.MO

….

Nên: CDO = CHM => Tứ giác CHOD nội tiếp (có góc trong bằng góc ngoài ở đỉnh đối diện)

Do đó: OHD = OCD (2 góc nội tiếp cùng chắn OD) (5)

Lại có $∆COD cân tại O$ => OCD = ODC (6)

Mà ODC = CHM (7)

Từ (5), (6), (7) => OHD = CHM

Lại có AHM = AHO = 90$°$ nên QHC = QHD

Hay HQ là phân giác trong của tam giác CHD

=> $\frac{QC}{QD}=\frac{HC}{HD}$ (\*) (T/c đường phân giác của tam giác)

Mặt khác HQ $⊥HM$

=> HM là phân giác ngoài của tam giác CHD

=> $\frac{MC}{MD}=\frac{HC}{HD}$ (\*\*)

Kết hợp (\*) và (\*\*) ta có: $\frac{QC}{QD}$ = $\frac{MC}{MD}$

=> QC.MD = QD.MC (đpcm)

**Câu 5.**

A = $\left(x^{2}+y^{2}+z^{2}\right)\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}+\frac{1}{z^{2}}\right)$ = 3 + $\frac{x^{2}}{y^{2}}+\frac{y^{2}}{x^{2}}+\frac{y^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{y^{2}}+\frac{z^{2}}{x^{2}}+\frac{x^{2}}{z^{2}}$

Theo bất đẳng thức Co-si cho hai số dương ta có:

 $\frac{x^{2}}{y^{2}}+\frac{y^{2}}{x^{2}}$ $\geq 2\sqrt{ \frac{x^{2}}{y^{2}}+\frac{y^{2}}{x^{2}}}=2$ nên

A $\geq $ 5 + $\frac{y^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{y^{2}}+\frac{z^{2}}{x^{2}}+\frac{x^{2}}{z^{2}}$ = 5 + $\left(\frac{y^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16y^{2}}\right)$ + $\left(\frac{x^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16x^{2}}\right)+\frac{15z^{2}}{16}\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}\right)$

Theo bất đẳng thức Co-si cho hai số dương ta có:

$\frac{y^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16y^{2}} \geq $2.$\sqrt{\frac{y^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16y^{2}}}=\frac{1}{2};$ $\frac{x^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16x^{2}}$ $\geq 2.\sqrt{\frac{x^{2}}{z^{2}}+\frac{z^{2}}{16x^{2}}}$ $=\frac{1}{2}$

Ta có $\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}$ $\geq 2.\sqrt{\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}}=\frac{2}{xy}\geq \frac{2}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^{2}}=\frac{8}{\left(x+y\right)^{2}}$

Nên $\frac{15z^{2}}{16}\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}\right)\geq \frac{15z^{2}}{16}$ . $\frac{8}{\left(x+y\right)^{2}}$ = $\frac{15}{2}\left(\frac{z}{x+y}\right)^{2}\geq $ $\frac{15}{2}$ (do x + y $\leq z)$

Suy ra A $\geq 5+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{15}{2}=\frac{27}{2}$

Vậy $\left(x^{2}+y^{2}+z^{2}\right)\left(\frac{1}{x^{2}}+\frac{1}{y^{2}}+\frac{1}{z^{2}}\right)$ $\geq \frac{27}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi x = y =