

ĐỀ SỐ 2

BỘ ĐỀ THI MẪU
ĐỀ KIỂM TRA TƯ DUY

Thời gian làm bài: 120 phút

Đề thi gồm 3 phần

I. Phần 1 (2.5đ) – Đọc hiểu (câu hỏi 1 – 35)

Thí sinh đọc Bài đọc 1 và trả lời câu hỏi 1 – 8.

BÀI ĐỌC 1

Vừa qua, một sinh viên năm cuối Trường Đại học RMIT đã góp phần giải quyết một thách thức rất lớn, cản trở việc số hóa bệnh án tiếng Việt lâu nay. Phối hợp sát sao cùng với Bệnh viện Bệnh nhiệt đới và Đơn vị Nghiên cứu lâm sàng Đại học Oxford (OUCRU) tại TP.Hồ Chí Minh, Phùng Minh Tuấn đã phát triển thành công một tập hợp đầu cuối để nhận diện chữ viết trên bản quét bệnh án tiếng Việt – công nghệ giàu tiềm năng hỗ trợ chủ trương đẩy mạnh số hóa bệnh án mà Chính phủ phát động từ năm 2019. Cậu sinh viên đang học năm cuối tại Khoa học và Công nghệ ở RMIT chia sẻ rằng “công nghệ nhận diện chữ viết đã tiến bộ rất nhiều nhưng hầu hết những phương pháp hiện có được phát triển để đọc tiếng Anh và hiện nay có rất ít hay gần như không có phần mềm riêng cho tiếng Việt”.

“Nhận diện chữ viết tay tiếng Việt về cơ bản thách thức hơn với tiếng Anh nhiều vì sự hiện diện của các lớp ký tự, âm điệu và dấu câu phức tạp”, Tuấn cho hay. Cậu bạn mất hơn ba tháng **thử-sai-thử** để tìm ra cách hiệu quả nhất có thể chuyển hình ảnh của một bệnh án giấy thành phiên bản điện tử.

“Chúng tôi áp dụng quy trình giảm nhiễu, chia nhỏ chữ viết xuống cấp độ từ và áp dụng mô hình ngôn ngữ Bigram để tăng xác suất chỉnh sửa có thể cho những từ chung quanh. Quan trọng hơn là chúng tôi phối hợp và thực hiện một cấu trúc học máy bao hàm mạng lưới thần kinh nhân tạo ResNet để chiết xuất hình dạng chữ và **BiLSTM** để lên mẫu tần suất chữ, và CTC cho nhiệm vụ sao chép cuối cùng. Tại điểm này, tín hiệu đầu ra cuối cùng dạng chuỗi song hành cùng bộ từ vựng giúp kết quả chính xác hơn”.

Giảng viên Khoa Khoa học và Công nghệ tại Đại học RMIT đồng thời là thầy trực tiếp hướng dẫn Tuấn – Tiến sĩ Đinh Ngọc Minh nhấn mạnh vào kết quả đầy hứa hẹn của công trình này. Ông cho biết tập hợp có thể đóng vai trò thiết yếu hỗ trợ công cuộc số hóa các cơ sở y tế và bệnh viện ở Việt Nam, giúp họ sẵn sàng hơn trong việc chuyển sang sử dụng hệ thống quản lý bệnh án điện tử hiện đại. “Công trình mà Tuấn đề xuất có thể đẩy mạnh quy trình số hóa hệ thống bệnh án”, Tiến sĩ Minh cho hay. “Với sự trợ giúp của máy móc trong xử lý toàn bộ bệnh án, các cơ sở y tế có thể cần chuyển sang hệ thống điện tử mà không phải thay đổi quy trình đột ngột”.

- 30 “Hệ thống như vậy sẽ còn cho phép các cơ sở y tế ở vùng hẻo lánh hay cán bộ y tế không có điều kiện tiếp cận máy tính tiếp tục với hệ thống giấy tờ hiện tại và có thể số hóa dễ dàng sau đó.” Tiến sĩ Minh tin rằng việc có thể chia sẻ bệnh án của bệnh nhân dễ dàng giữa các phòng ban sẽ giúp giảm bớt những xét nghiệm không cần thiết và tối ưu hóa điều trị, và dần cải thiện chất lượng chăm sóc y tế. “Và quan trọng nhất
- 35 là công trình của Tuấn có thể tạo nên bộ dữ liệu ghi chép y khoa số hóa cho các giải pháp học máy y khoa tiềm năng khác nhau”, ông nói. “Thực tế, các bên hợp tác cùng chúng tôi là Bệnh viện Bệnh nhiệt đới và OUCRU dự kiến dùng dữ liệu tạo ra được để phát triển hệ thống chuyên gia chẩn đoán, cải tiến quy trình điều trị và giảm thiểu lỗi trong thực hành y khoa”.
- 40 Với công trình này, Tuấn đã có được vị trí thực tập tại OUCRU và công trình của bạn còn được thuyết trình tại Hội thảo khoa học quốc tế hạng A – the ACIS2020, Hội thảo AHT, cũng như Triển lãm trực tuyến các công trình của sinh viên RMIT.

Theo Đại học RMIT

Câu 1. Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Sinh viên Việt giải mã thành công chữ viết tay của bác sĩ.
- B. Ứng dụng công nghệ trí tuệ nhân tạo vào số hóa bệnh án tiếng Việt.
- C. Những thách thức trong quá trình số hóa chữ viết tay của bác sĩ.
- D. Một số công trình sinh viên nghiên cứu khoa học nổi bật trong lĩnh vực y tế.

Câu 2. Dựa vào đoạn 1 (dòng 1-10), thông tin nào sau đây là KHÔNG chính xác?

- A. Chính phủ Việt Nam có chủ trương khuyến khích các dự án số hóa bệnh án.
- B. Nghiên cứu của Phùng Minh Tuấn được thực hiện với sự hỗ trợ của các đơn vị y tế.
- C. Hiện tại người ta chưa phát triển được phần mềm nhận diện chữ viết tay.
- D. Tại Việt Nam, việc khó nhận diện được chữ viết tay đang cản trở số hóa bệnh án.

Câu 3. Cụm từ “thử-sai-thử” ở dòng 13 mô tả điều gì?

- A. Quá trình đánh giá tác động của các yếu tố khác nhau lên đối tượng nghiên cứu để thiết lập môi trường nghiên cứu tối ưu.
- B. Quá trình thu thập nhận xét của các nhà nghiên cứu trong lĩnh vực chuyên ngành để điều chỉnh định hướng nghiên cứu.
- C. Quá trình thu thập dữ liệu từ nhiều nguồn khác nhau để đánh giá độ chính xác của từng nguồn.
- D. Quá trình tuân tự thử triển khai các giả thuyết, loại bỏ dần các giả thuyết không đúng cho đến khi xác định được giải pháp tốt nhất.

Câu 4. Vì sao nhận diện chữ viết tiếng Việt lại phức tạp hơn nhận diện chữ viết tiếng Anh?

- A. Do tiếng Anh có ít ngôn ngữ địa phương hơn.
- B. Do ký tự, âm điệu, dấu câu của tiếng Việt đa dạng hơn.

- C. Do ngữ pháp tiếng Việt phức tạp hơn với nhiều các diễn đạt hơn.
D. Do chữ viết tay của tiếng Việt lộn xộn hơn chữ viết tay tiếng Anh.

Câu 5. Cụm từ “BiLSTM” ở dòng 18 chỉ:

- A. Một mô hình ngôn ngữ. B. Một mạng lưới thần kinh nhân tạo.
C. Một hàm tính toán xác suất. D. Một bộ từ vựng thường gặp.

Câu 6. Theo đoạn 4 (dòng 22-29), Tiến sĩ Đinh Ngọc Minh cho rằng ý nghĩa quan trọng nhất của công trình nghiên cứu của Phùng Minh Tuấn đối với quá trình số hóa bệnh viện là

- A. Tránh thay đổi đột ngột quy trình vận hành.
B. Giảm chi phí triển khai hệ thống bệnh án điện tử.
C. Tăng tỉ lệ bác sĩ sử dụng bệnh án điện tử.
D. Giảm thời gian bệnh nhân chờ đợi bệnh án.

Câu 7. Theo đoạn 5 (dòng 30-39), vì sao nghiên cứu của Phùng Minh Tuấn có thể giúp giảm bớt các xét nghiệm không cần thiết?

- A. Do các bác sĩ có thể giảm được thời gian kê đơn, tăng thời gian chuẩn đoán bệnh.
B. Do trí tuệ nhân tạo có thể hỗ trợ chuẩn đoán bệnh chính xác hơn.
C. Do các cơ sở y tế hẻo lánh có thể tiếp cận với các công nghệ hiện đại.
D. Do dữ liệu số hóa có thể liên thông giữa các bộ phận trong bệnh viện.

Câu 8. Ý chính của đoạn 5 (dòng 29-38) là gì?

- A. Các cơ sở y tế ở vùng hẻo lánh ứng dụng của nghiên cứu nhận diện chữ viết.
B. Kế hoạch phát triển hệ thống chuyên gia chẩn đoán và cải tiến quy trình điều trị của OURU.
C. Những ứng dụng tiềm năng của công trình nghiên cứu nhận diện chữ viết của Phùng Tuấn Minh.
D. Vai trò của dữ liệu ghi chép y khoa số hóa trong việc giảm thiểu lỗi trong thực hành y khoa.

BÀI ĐỌC 2

Thí sinh đọc Bài đọc 2 và trả lời các câu hỏi 9 – 16.

Thời gian vừa qua, tình trạng ô nhiễm không khí ở Hà Nội liên tục tăng lên, ảnh hưởng trực tiếp đến sức khỏe của người dân. Một trong những nguồn phát tán gây ô nhiễm không khí đã được thành phố chỉ ra chính là khói thải từ việc sử dụng bếp than tổ ong.

- 5 Theo số liệu khảo sát của Sở TN&MT Hà Nội, năm 2017, thành phố tiêu thụ trung bình khoảng 528,2 tấn than/ ngày, tương đương với việc phát thải 1.870 tấn khí CO₂ vào bầu không khí. Theo nghiên cứu, đốt bếp than sẽ thải ra môi trường các chất khí độc hại như CO, SO₂, NO_x và bụi mịn PM2.5.

- 10 Hít phải các loại khí độc này lâu dài sẽ gây ra các bệnh về hô hấp, ảnh hưởng chức năng phổi, gây tổn thương hệ thần kinh và suy giảm khả năng miễn dịch. Ngoài ra, bếp than tổ ong đặt bừa bãi trên vỉa hè, dưới lòng đường... cũng gây cản trở các hoạt động giao thông của người dân và tiềm ẩn nguy cơ mất an toàn về phòng cháy,

chữa cháy.

15 Trước thực trạng này, nhằm giảm thiểu tác động tiêu cực đến môi trường trên địa bàn, UBND TP.Hà Nội đã ban hành Chỉ thị số 15/CT-UBND ngày 30/10/2019, đặt mục tiêu hết năm 2020 phải xóa bỏ hoàn toàn việc sử dụng than tổ ong làm nhiên liệu trong sinh hoạt, kinh doanh dịch vụ... trên địa bàn thành phố. Với sự vào cuộc tích cực của các cấp chính quyền, tình trạng sử dụng bếp than tổ ong trên địa bàn Thủ đô đã giảm mạnh, nhiều nơi đã xóa bỏ được hoàn toàn loại bếp này.

20 Theo báo cáo của Sở TN&MT Hà Nội, tính đến quý 3/2020, TP.Hà Nội còn khoảng 11.081 bếp than tổ ong, sau khi đã loại bỏ được 43.411 bếp (giảm 79,66% so với năm 2017). Theo đánh giá, việc giảm bếp than tổ ong giúp giảm tiếp xúc với các chất ô nhiễm không khí từ nấu ăn cho 160.000 gia đình ở Hà Nội. Trong đó, quận Hoàn Kiếm và huyện Thạch Thất đã xóa bỏ hoàn toàn việc sử dụng than tổ ong trong 25 sinh hoạt và kinh doanh dịch vụ. Trong khi đó, 5 quận, huyện vẫn còn số lượng bếp than ở mức cao nhất lần lượt là Hoàng Mai, Hai Bà Trưng, Ba Đình, Đống Đa, và huyện Đan Phượng.

Khảo sát nhanh của Chi cục Bảo vệ môi trường (thuộc Sở TN&MT Hà Nội) phối hợp cùng Trung tâm Sống và Học tập vì Môi trường và Cộng đồng thực hiện tại 10 30 điểm sản xuất than, bếp than tổ ong tại các quận Tây Hồ, Hai Bà Trưng, Thanh Xuân... cho thấy, từ tháng 9 – 11/2020, số lượng than tổ ong tiêu thụ trong một ngày từ các xưởng giảm mạnh, trung bình hiện nay dưới 1.000 viên/ngày / xưởng, có những xưởng chỉ khoảng 500 viên/ ngày. Các xưởng sản xuất than hiện đều đã cắt giảm nhân lực hoặc chuyển đổi – đa dạng hóa các hình thức kinh doanh nhỏ lẻ khác.

35 Trên thực tế, dù đa phần người dân đều nhận thức được sự nguy hại đến sức khỏe từ bếp than tổ ong. Tuy nhiên, do lợi ích kinh tế “siêu rẻ”, một bộ phận hộ gia đình, hộ kinh doanh vẫn “ưu ái” sử dụng. Đi sâu vào các ngõ nhỏ, khu tập thể cũ, chợ dân sinh, chợ tạm... những chiếc bếp than tổ ong vẫn hiện diện. Hình ảnh người dân, các hộ kinh doanh sử dụng bếp than tổ ong làm phương tiện đun nấu vẫn xuất hiện. Theo 40 khảo sát, những cơ sở và hộ gia đình vẫn sản xuất than tổ ong đang gặp khó khăn trong việc chuyển đổi nghề nghiệp và đảm bảo nguồn thu nhập, nên rất cần có sự hướng dẫn, hỗ trợ từ phía chính quyền địa phương.

Nhằm giảm thiểu tác động tiêu cực đến môi trường trên địa bàn thành phố, mới đây, ngày 6/1/2021, UBND TP. Hà Nội đã có văn bản chỉ đạo triển khai các biện 45 pháp cải thiện chỉ số chất lượng không khí (AQI). Theo đó, UBND TP. Hà Nội giao UBND các quận, huyện, thị xã tổ chức kiểm tra, không để tái diễn việc sử dụng bếp than tổ ong, hạn chế đốt rơm rạ, phụ phẩm cây trồng và chất thải không đúng nơi quy định; tăng cường rà soát, kiểm soát, kiểm soát các cơ sở sản xuất bếp, than tổ ong và

nhiên liệu than cấp thấp, có hình thức vận động, hỗ trợ các cơ sở sản xuất này chuyển đổi loại hình kinh doanh sản xuất.

(Theo Lương Thụy Bình, *Hà Nội quyết “xóa” than tổ ong để giảm ô nhiễm*, Báo Khoa học & Đời sống, ngày 25/01/2021)

Câu 9. Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Thực trạng ô nhiễm không khí tại Hà Nội và các biện pháp xử lý.
- B. Ảnh hưởng của việc sử dụng bếp than tổ ong đến ô nhiễm không khí.
- C. Kế hoạch cải thiện chất lượng môi trường tại Hà Nội trong năm 2020 – 2021.
- D. Hà Nội xóa bỏ bếp than tổ ong để giảm ô nhiễm không khí.

Câu 10. Theo đoạn 3 (dòng 9-13), hít phải các khí độc từ đốt than KHÔNG ảnh hưởng trực tiếp đến hệ cơ quan nào sau đây:

- A. Hệ hô hấp.
- B. Hệ tuần hoàn.
- C. Hệ miễn dịch.
- D. Hệ thần kinh.

Câu 11. Theo đoạn trích, số lượng bếp than tổ ong ở Hà Nội năm 2017 là:

- A. 11.081.
- B. 43.411.
- C. 54.492.
- D. 160.000.

Câu 12. Theo đoạn 5 (dòng 20-26), thông tin nào sau đây là chính xác?

- A. Hiện tại, số lượng bếp than tổ ong tại Hoàn Kiếm nhiều hơn tại Thạch Thất.
- B. Hiện tại, số lượng bếp than tổ ong tại Thạch Thất nhiều hơn tại Đan Phượng.
- C. Hiện tại, số lượng bếp than tổ ong tại Hoàn Kiếm nhiều hơn tại Hoàng Mai.
- D. Hiện tại, số lượng bếp than tổ ong tại Hoàn Kiếm tương đương Thạch Thất.

Câu 13. Theo đoạn 6 (dòng 27-33), trong tháng 9/2020, tổng lượng than tổ ong tiêu thụ trong ngày tại tất cả các địa điểm được khảo sát vào khoảng:

- A. Khoảng 500 viên/ ngày.
- B. Khoảng 1.000 viên/ ngày.
- C. Khoảng 5.000 viên/ ngày.
- D. Khoảng 10.000 viên/ ngày.

Câu 14. Theo đoạn 7 (dòng 34-41), đâu là nguyên nhân chính khiến bếp than tổ ong chưa bị loại bỏ hoàn toàn?

- A. Người dân chưa nhận thức được mức độ nguy hại đối với sức khỏe.
- B. Bếp than tổ ong phù hợp với không gian nhỏ hẹp tại các khu tập thể cũ.
- C. Chi phí sử dụng than tổ ong thấp hơn các phương tiện đun nấu khác.
- D. Người dân cần thời gian thay đổi thói quen đã hình thành từ lâu.

Câu 15. Theo đoạn 8 (dòng 42-49), phương án nào sau đây KHÔNG phải là một trong những biện pháp cải thiện chất lượng không khí theo chỉ đạo của UBND TP.Hà Nội?

- A. Hạn chế đốt rơm rạ và phụ phẩm cây trồng.
- B. Cấm sử dụng than tổ ong.
- C. Hỗ trợ cơ sở sản xuất than chuyển đổi.
- D. Tất cả các phương án đều đúng.

Câu 16. Dựa vào đoạn trích, ta có thể đánh giá như thế nào về nỗ lực loại bỏ bếp than tổ ong của TP.Hà Nội?

- A. Đã có những tiến triển tích cực, tuy nhiên cần các biện pháp bổ sung.
- B. Đã thành công, sắp tới cần duy trì để tránh hiện tượng tái sử dụng.
- C. Đã có những tiến triển tích cực, sẽ hoàn thành mục tiêu trong tương lai gần.
- D. Vẫn còn gặp nhiều khó khăn, cần các biện pháp quyết liệt hơn trong tương lai.

Thí sinh đọc Bài đọc 3 và trả lời các câu hỏi 17 – 26

BÀI ĐỌC 3

Chạm một mẫu băng dính vào đầu bút chì. Sau khi được bóc ra, trên bề mặt băng dính sẽ còn sót lại một vài mảnh graphite (chì). Gấp đôi mẫu băng dính lại rồi tách nó ra để chia những mảnh graphite thành hai lớp. Cứ gấp đôi và mở ra như vậy 10 đến 20 lần, nếu kỹ thuật của bạn đủ tốt, thì xin chúc mừng bạn – bạn vừa tạo ra graphene – vật
5 liệu mỏng nhất và gần như bền nhất được biết tới trên thế giới hiện nay.

Kỹ thuật gấp băng dính trên chính là những gì hai nhà khoa học Andre Geim và Konstantin Novoselov đã làm để phân lập graphene – một lớp carbon có độ dày đúng bằng đường kính nguyên tử vào năm 2004. Sáu năm sau, họ đã giành được giải Nobel cho công trình này một cách hoàn toàn xứng đáng.

10 Những đặc tính phi thường của graphene khiến nó ngày càng phổ biến: graphene giúp tai nghe tạo ra âm thanh tốt hơn, điện thoại tản nhiệt tốt hơn, mặt đường cứng và bền hơn, thậm chí cả bao bì dầu gội cũng trở nên thân thiện với môi trường hơn.

Graphene không chỉ là vật liệu mỏng nhất và bền thứ hai trên thế giới – chỉ đứng sau một dạng carbon một chiều tên là carbyne – mà còn siêu nhẹ và trong suốt. Nó có
15 thể rất dẻo hoặc rất cứng, tùy thuộc vào cách xử lý. Graphene vừa là một trong những chất dẫn nhiệt và dẫn điện tốt nhất. Nó đồng thời hút nước rất tốt nhưng lại chặn tất cả những tạp chất khác khiến nó thành một màng lọc hay tấm chắn vật chất siêu hạng. Và, như Geim và Novoselov đã chứng minh, graphene không khó chế tạo.

Gustavo Dudamel, giám đốc âm nhạc của Los Angeles Philharmonic, nói một cách
20 say mê về chiếc tai nghe GQ do một công ty khởi nghiệp của Canada có tên là Ora sản xuất: “Tôi có thể nghe rõ từng chi tiết âm nhạc – điều mà tôi chỉ từng trải qua khi đứng trên bục sân khấu trước cả một dàn nhạc giao hưởng”.

Khai thác độ cứng, độ nhẹ và đặc tính giảm chấn của graphene – khả năng dừng dao động ngay lập tức khi dòng điện ngừng đi qua nó – Ora đang sử dụng graphene
25 oxide để tạo ra màng cho tai nghe và loa. Bản thân Novoselov cũng ca ngợi công ty hết lời vì đã giúp “graphene chính thức ra khỏi phòng thí nghiệm và bước vào thế giới âm thanh”.

Ari Pinkas, người đồng sáng lập Ora giải thích rằng, từ trước đến nay, các nhà thiết

30 kể loa luôn phải **thỏa hiệp** giữa độ cứng, độ nhẹ và độ giảm chấn. Nhưng giờ đây với graphene, họ không phải quan tâm đến điều đó nữa. “Trong gần hai thập kỉ, các đặc tính lý thuyết của graphene khiến người ta xem nó như một vật liệu “trời cho” đối với màng ngăn của loa” – anh nói.

35 Sức mạnh của Graphene cũng thu hút sự quan tâm trong ngành xây dựng. Có tới 8% lượng khí thải CO₂ trên thế giới đến từ sản xuất bê tông. Việc bổ sung graphene có thể cắt giảm lượng khí thải đó, vì nó sẽ giúp bê tông cứng hơn, do đó cần sử dụng ít bê tông hơn.

40 Cây cầu thay thế cho chiếc cầu cao tốc bị sập trong vụ tai nạn kinh hoàng xảy ra vài năm trước tại Genoa, Ý được xây bằng nhựa đường có chứa bột graphene do Directa Plus, một công ty khởi nghiệp của Ý sản xuất. Graphene giúp nhiệt được phân phối đều hơn trên toàn bộ mặt đường. Do vậy, ngay cả khi bị đóng băng, những điểm lạnh nhất trên mặt đường cũng ít có khả năng nứt vỡ tạo thành hàng loạt ổ gà. “Chất phụ gia này có thể giúp tăng tuổi thọ mặt đường lên gấp ba: từ sáu đến bảy năm lên 18 đến 21 năm”, Giulio Cesareo, đồng sáng lập kiêm Giám đốc điều hành Directa Plus tuyên bố.

45 Directa Plus cũng hợp tác với Lukoil đến từ Nga và OMV đến từ Áo để làm sạch đất và nước đã bị ô nhiễm do tràn dầu ở Romania. Vì graphene có thể chặn hầu hết các chất lỏng trong khi chỉ cho nước đi qua, bột graphene được sử dụng trong các tấm lọc để hấp thụ dầu tràn. Khi bão hòa, người ta có thể vắt dầu từ bột này ra và sử dụng lại một cách hiệu quả. Cesareo cho biết: “Chúng tôi đã tách được 400 tấn dầu thô để
50 gửi trở lại nhà máy lọc dầu”.

Việc Graphene có thể được sử dụng như một tấm chắn vật chất linh hoạt còn tiện dụng trong thế giới bao bì. Gần đây, Toraphene – một công ty khởi nghiệp tại Anh – vừa công bố một dạng nhựa sinh học có khả năng phân hủy hoàn toàn, đồng thời hoàn toàn thích hợp để sản xuất thương mại. Loại vật liệu cùng tên là sự kết hợp của
55 graphene với polyme tự nhiên từ thực vật, đang được bắt đầu sử dụng trong việc sản xuất các túi đi chợ.

Cuối cùng chúng ta đến Skeleton Technologies – công ty của Estonia và Đức này hiện đang phối hợp với một số nhà sản xuất ô tô lớn nhất châu Âu để nghiên cứu lưu trữ năng lượng trong pin làm từ graphene.

60 Nếu bạn xếp các lớp graphene bình thường, phẳng thì chúng sẽ nhanh chóng kết hợp với nhau thành than chì (graphite). Vì vậy, Skeleton đã phát triển một phương pháp độc quyền để chế tạo graphene cong và sử dụng chúng trong các siêu tụ điện.

Lợi ích lớn nhất của graphene cong là giúp xử lý tải cao điểm khiến pin lithium-ion tiêu chuẩn quá nóng và xuống cấp theo thời gian; kết hợp cả hai loại pin này cho

- 65 phép bộ pin nhỏ hơn 30% và tuổi thọ lâu gấp đôi. Theo Skeleton, các siêu tụ điện của họ có thể giúp duy trì sự ổn định của lưới điện trước tình trạng năng lượng tái tạo đang ngày càng trở nên phổ biến hơn.

Câu 17. Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Những tính năng ưu việt của graphite và tiềm năng ứng dụng trong cuộc sống.
- B. Graphene – Từ phát minh đoạt giải Nobel đến những sản phẩm kì diệu.
- C. Những đặc tính phi thường của graphene – vật liệu mỏng nhất thế giới.
- D. Ứng dụng graphene trong chế tạo siêu tụ điện và xi măng siêu tính năng.

Câu 18. Dựa vào thông tin tại đoạn 1 (dòng 1-5), mệnh đề nào sau đây là chính xác?

- A. Graphite được tạo thành từ các lớp graphene.
- B. Graphene được tạo thành từ các lớp graphite.
- C. Graphite được tạo thành từ các khối graphene.
- D. Graphene được tạo thành từ các khối graphite.

Câu 19. Hai nhà khoa học Andre Geim và Konstantin Novoselov được trao giải Nobel có công trình phân lập graphene vào năm nào?

- A. 2004.
- B. 2006.
- C. 2008.
- D. 2010.

Câu 20. Theo đoạn 4 (dòng 13-18), phương án nào sau đây KHÔNG phải là một tính chất của graphene?

- A. Dẫn điện, dẫn nhiệt tốt.
- B. Cho ánh sáng đi xuyên qua.
- C. Mỏng nhất trong các loại vật liệu.
- D. Gustavo Dudamel.

Câu 25. Chiếc tai nghe sử dụng graphene được nhắc tới trong bài có tên là:

- A. Ora.
- B. Los Angeles và Philharmonic.
- C. GQ.
- D. Gustavo Dudamel.

Câu 22. Từ “thỏa hiệp” ở dòng 29 mang ý nghĩa:

- A. Dung hòa giữa các yếu tố.
- B. Lựa chọn yếu tố ưu tiên.
- C. Loại bỏ yếu tố ít quan trọng.
- D. Thỏa thuận giữa cá bên liên quan.

Câu 23. Trong đoạn 8 (dòng 33-36), câu “Việc bổ sung graphene có thể giúp cắt giảm lượng khí thải đó, vì nó sẽ giúp bê tông cứng hơn, do đó cần sử dụng ít bê tông hơn.” Minh họa tốt nhất cho ý nào sau đây?

- A. Bê tông chứa graphene là loại bê tông cứng nhất.
- B. Graphene giúp giảm lượng bê tông cần sử dụng trong xây dựng.
- C. Việc sản xuất bê tông chứa graphene tạo ra ít khí thải hơn.
- D. Graphene có thể được sử dụng để bổ sung cho bê tông.

Câu 24. Ý chính của đoạn 10 (dòng 45-50) là:

- A. Ứng dụng graphene trong chế tạo màng lọc dầu tràn.
- B. Hợp tác của Directa Plus với Lukoil và OMV.
- C. 400 tấn dầu thô được gửi trở lại nhà máy lọc dầu.
- D. Graphene có thể chặn hầu hết các chất lỏng.

Câu 25. Phương án nào sau đây KHÔNG phải là một đặc tính của Toraphene?

- A. Có thành phần từ graphene.
- B. Có thể phân hủy hoàn toàn.
- C. Có thành phần từ thực vật.
- D. Có chi phí sản xuất cao.

Câu 26. Theo đoạn cuối, nhược điểm của pin lithium-ion là gì?

- A. Xuống thấp ở nhiệt độ cao.
- B. Giá thành cao.
- C. Kích thước nhỏ.
- D. Thiếu ổn định.

Thí sinh đọc Bài đọc 4 và trả lời các câu hỏi 27 – 35.

BÀI ĐỌC 4

Khi nghĩ đến Siberia, điều gì xuất hiện trong tâm trí bạn? Một vùng đất phủ tuyết trắng dày đặc với những rừng cây lá thông. Nếu bạn hỏi những tổ tiên từng săn bắn, hái lượm của chúng ta – người Neanderthals – họ sẽ kể cho bạn về một Siberia hoàn toàn khác, với những đồng cỏ xanh mướt trải dài tận chân trời. Vùng đồng cỏ này
5 được gọi là “thảo nguyên ma-mút”. Tuy nhiên, sự biến mất của những loài ăn cỏ khổng lồ như voi ma-mút khỏi vùng thảo nguyên này đã góp phần vào sự hình thành nên lãnh nguyên Bắc cực băng tuyết mà chúng ta thấy ngày nay.

Xuyên suốt Kỷ băng hà lớn nhất và gần đây nhất của Trái đất (kỷ Pleistocene), thảo nguyên ma-mút từng là hệ sinh thái rộng lớn nhất. Bạn có thể gọi nó là “Kỷ cỏ”
10 cũng được! Khi ấy, thảo nguyên ma-mút là một vùng đồng bằng phủ cỏ xanh mướt, khô ráo, kéo dài từ vùng đảo Bắc cực đến Trung Quốc và từ Tây Ban Nha đến Canada. Hệ sinh thái đồng cỏ được duy trì tốt này là nơi sinh sống của nhiều loài động vật như bò rừng, tuần lộc, voi ma-mút, sói, và hổ. Bạn có thể ví nó như phiên bản siêu lạnh của vùng thảo nguyên châu Phi.

Hệ sinh thái thảo nguyên ma-mút chỉ phụ thuộc một phần vào khí hậu. Các loài
15 động vật ăn cỏ duy trì thảm thực vật bằng cách dẫm đạp lên những cây bụi và rêu – về cơ bản, có thể xem chúng như những chiếc máy xén cỏ của tự nhiên vậy. Chúng còn là những người làm vườn hiệu quả khi góp phần phát tán hạt giống và làm giàu cho đất bằng những đồng phân giàu dưỡng chất. Chính vì vậy, kể cả khi trải qua thời kỳ
20 lạnh giá nhất của kỷ Băng hà, hệ sinh thái này vẫn duy trì được một lượng khổng lồ các loài ăn cỏ cỡ lớn.

Ấy thế nhưng, sau 100.000 năm sống sót trước những thay đổi khốc liệt của khí hậu, thảo nguyên ma-mút và nhiều loài đặc trưng bỗng biến mất khỏi bề mặt Trái đất. Ngày nay, phía Bắc Siberia, Alaska và Yukon (Canada) là những nơi duy nhất có
25 những đặc điểm gần với hệ sinh thái thảo nguyên này. Bởi những khu vực nói trên đã chống chịu lại được những biến đổi khí hậu đang diễn ra trên hành tinh của chúng ta, một số nhà nghiên cứu tin rằng thảo nguyên ma-mút hẳn cũng có thể tồn tại qua kỷ Pleistocene.

Giả thuyết hàng đầu hiện nay là khi khí hậu trở nên ấm hơn vào cuối kỷ Băng hà cuối cùng, tức xấp xỉ 14.500 năm trước, loài người đã tiến xa hơn về phía Bắc. Được trang bị những ngọn giáo sắc lẹm, họ sớm leo lên đỉnh của chuỗi thức ăn.

Những loài động vật ngày thơ không có khả năng phòng vệ trước **loài săn mồi mới này**. Không lâu sau, dân số loài ăn cỏ ở vùng thảo nguyên ma-mút nhanh chóng sụt giảm, nhiều loài thậm chí tuyệt chủng. Điều đó đã tạo nên **hiệu ứng domino** mà đỉnh điểm là hình thành nên một hệ sinh thái hoàn toàn mới. Trước đây, những loài ăn cỏ khổng lồ thường xuyên dẫm đạp lên các loài thực vật bên dưới khi chúng di chuyển. Khi không còn những con thú này nữa, cỏ ở thảo nguyên ma-mút cũng mất khả năng cạnh tranh với những cây bụi mọc quanh năm, những đám rêu phát triển chậm, và những cây thông rụng lá của lãnh nguyên Bắc cực. Hàng triệu hecta đồng cỏ sinh trưởng mạnh với đất đai màu mỡ đã bị thay thế bằng thảm thực vật sinh trưởng yếu, phát triển chậm. Những loài còn sót lại, như voi ma-mút và tê giác lông rậm, không thể thích ứng với thảm thực vật mới này và không thể sống sót qua những mùa đông lạnh giá.

Số lượng động vật hiện nay ở Bắc cực thấp hơn ít nhất 100 lần so với trước đây, bởi hệ sinh thái mới chỉ có thể nuôi sống một số lượng sinh vật giới hạn. Hơn thế nữa, hiện tượng băng tan ở Bắc cực vì biến đổi khí hậu đang đẩy một lượng lớn carbon vào bầu khí quyển. Các nhà khoa học tin rằng khôi phục lại hệ sinh thái đồng cỏ ở Bắc cực có thể đảo ngược xu hướng này.

Nhằm giải thích tầm quan trọng của việc khôi phục hệ sinh thái đồng cỏ, Giám đốc của Trạm khoa học Đông Bắc nước Nga, Sergei Zimov, đã thành lập Công viên Pleistocene ở phía Bắc Siberia. Ông dự định mang những vùng đồng cỏ trở lại bằng cách tái giới thiệu những loài ăn cỏ cỡ lớn vào các khu vực đã rào lại bên trong công viên theo một kế hoạch cụ thể.

Hiện tại, công viên đang trải rộng hơn 20km vuông và là nhà của 8 loài ăn cỏ chính: tuần lộc, nai sừng tấm, bò rừng, ngurak Yukutian, bò Kalmykian, bò xạ hương, bò Tây Tạng, và cừu. Với việc dự án đảo ngược tuyệt chủng đối với voi ma-mút lông rậm đang được tiến hành, Zimov hi vọng một ngày nào đó sẽ đưa được chúng vào công viên. Hiện không có loài họ hàng gần nào, hay phần thi thể đóng băng nào còn sót lại của các loài động vật đã tuyệt chủng khác từng sống trong khu vực này. Chính vì vậy, những động vật như hổ răng kiếm đã vĩnh viễn không còn cơ hội quay lại nữa.

(Theo Minh T.T, *Sự biến mất của loài voi ma-mút đã ảnh hưởng đến hệ sinh thái của Trái Đất ra sao?* Báo VnReview, ngày 17/01/2021).

Câu 27. Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

A. Loài người là nguyên nhân gây ra sự tuyệt chủng của voi ma-mút.

- B. Ảnh hưởng của sự tuyệt chủng của voi ma-mút đến hệ sinh thái Trái đất.
- C. Vai trò của thảo nguyên ma-mút đối với đa dạng sinh thái ở Bắc bán cầu.
- D. Dự án đảo ngược tuyệt chủng đối với voi ma-mút lông rậm.

Câu 28. Theo đoạn 1 (dòng 1-7), mô tả nào sau đây về vùng Siberia hiện nay là KHÔNG chính xác?

- A. Là vùng đất hết sức lạnh giá.
- B. Có nhiều rừng cây lá kim.
- C. Được bao phủ bởi đồng cỏ xanh mướt.
- D. Không còn các loài ăn cỏ lớn như voi ma-mút.

Câu 29. Thông qua đoạn 2 (dòng 8-14), tác giả muốn khẳng định điều gì?

- A. Các loài ăn cỏ thường dẫm đạp lên cây bụi và rêu dẫn khiến thảo nguyên không phát triển được.
- B. Trong tự nhiên cũng tồn tại các loại máy xén cỏ khác nhau.
- C. Các loài ăn cỏ đóng vai trò quan trọng giúp hệ sinh thái thảo nguyên duy trì và phát triển.
- D. Các loài động vật không phát triển được trong thời kỳ lạnh giá nhất của kỷ Băng hà.

Câu 30. Tại đoạn 4 (dòng 22-28), tác giả cân nhắc đến các địa phương “Bắc Siberia, Alaska và Yukon” nhằm minh họa điều gì?

- A. Chứng minh hệ sinh thái thảo nguyên có thể sống sót sau kỉ Pleistocene.
- B. Liệt kê một số vùng đất có khí hậu khắc nghiệt nhất trên Trái đất.
- C. Chứng minh một số vùng đất có thể ít bị ảnh hưởng hơn của biến đổi khí hậu.
- D. Liệt kê một số vùng thảo nguyên còn sót lại cần được bảo vệ.

Câu 31. Theo đoạn 5 (dòng 29-31), thông tin nào sau đây là KHÔNG chính xác?

- A. Khí hậu là yếu tố quyết định luồng di cư của con người.
- B. Nhiệt độ Trái đất ấm lên giúp loài người leo lên đỉnh chuỗi thức ăn.
- C. Loài người ban đầu sinh sống quanh các vùng gần Xích đạo.
- D. Khí hậu Trái đất đã có sự biến đổi lớn vào khoảng 14.500 năm trước.

Câu 32. Cụm từ “loài săn mồi mới này” ở dòng 32-33 chỉ:

- A. Loài hổ răng kiếm.
- B. Loài voi ma-mút.
- C. Loài người.
- D. Loài tê giác lông rậm.

Câu 33. Cụm từ “hiệu ứng domino” ở dòng 34 được tác giả sử dụng để miêu tả quá trình nào sau đây?

- A. Số lượng các loài ăn cỏ lớn tăng khiến cây bụi và rêu tăng dẫn đến diện tích đồng cỏ giảm xuống.
- B. Số lượng các loài ăn cỏ lớn tăng khiến cây bụi và rêu giảm dẫn đến diện tích đồng cỏ giảm xuống.
- C. Số lượng các loài ăn cỏ lớn giảm khiến cây bụi và rêu giảm dẫn đến diện tích đồng cỏ tăng lên.
- D. Số lượng các loài ăn cỏ lớn giảm khiến cây bụi và rêu tăng dẫn đến diện tích đồng cỏ giảm xuống.

Câu 34. Theo đoạn 7 (dòng 44-48), vì sao lượng động vật tại Bắc cực lại thấp hơn so với trước đây?

- A. Vì khí hậu ngày càng nóng lên.
- B. Vì lượng carbon trong khí quyển tăng lên.
- C. Vì băng ở Bắc cực đang tan nhanh hơn.

D. Vì hệ sinh thái cung cấp được ít thức ăn hơn.

Câu 35. Công viên Pleistocene KHÔNG có loài động vật nào sau đây?

A. Bò Kalmykian.

B. Ngựa Yukutian.

C. Hổ răng kiếm.

D. Nai sừng tấm.

II. Phần 2 (5đ) – Toán trắc nghiệm (câu hỏi 36 – 60)

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong khoảng $(-10;10)$

sao cho hàm số đồng biến trên khoảng $(-8;5)$?

A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 15.

Câu 37. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = |2x^3 - 15x + m - 5| + 9x$ trên $[0;3]$ bằng 60. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số thực m.

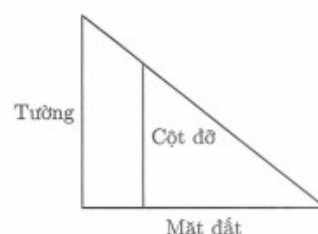
A. 48.

B. 5.

C. 6.

D. 62.

Câu 38. Tính chiều dài nhỏ nhất của cái thang để nó có thể dựa vào tường và bắc qua cột đỡ cao 4m. Biết cột đỡ song song và cách tường 0,5m, mặt phẳng chứa tường vuông góc với mặt đất, bỏ qua độ dày của cột đỡ.



A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39. Áp suất không khí P là một đại lượng được tính theo công thức $P = P_0 e^{ix}$ trong đó x là độ cao, $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển, i là hệ số suy giảm. Biết rằng, ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 672,72 mmHg. Hỏi áp suất của không khí ở độ cao 15 km gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 121.

B. 122.

C. 123.

D. 124.

Câu 40. Ông A có số tiền là 100 triệu đồng gửi tiết kiệm theo thể thức lãi kép, có hai loại kỳ hạn. Loại kỳ hạn 12 tháng với lãi suất là 12%/ năm và loại kỳ hạn 1 tháng với lãi suất 1%/tháng. Ông A muốn gửi 10 năm. Theo anh chị, kết luận nào sau đây đúng?

A. Gửi theo kỳ hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kỳ hạn 1 năm là 16.186.000 đồng sau 10 năm.

B. Cả hai loại kỳ hạn đều có cùng số tiền như nhau sau 10 năm.

C. Gửi theo kỳ hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kỳ hạn 1 năm là 19.454.000 đồng sau 10 năm.

D. Gửi theo kỳ hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kỳ hạn 1 năm là 15.584.000 đồng sau 10 năm.

Câu 41. Cho phương trình $4^{|x-m|} \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{2x-x^2} \cdot \log_{\frac{1}{2}}(2|x-m| + 2) = 0$ với m là tham số.

Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

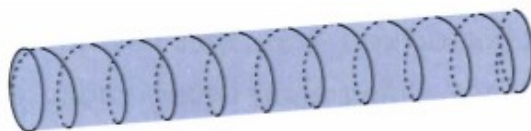
Câu 42. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm AB và N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $CN = 2AN$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, M, N, A', B' và C' bằng:

- A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{36}$. C. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{36}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 43. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ (cm), bán kính đáy r . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có chu vi là $40 + 10\sqrt{41}$ (cm) và khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính thể tích của khối nón.

- A. $V = \frac{12500\pi}{3} (cm^3)$. B. $V = \frac{\pi}{3} (cm^3)$.
C. $V = 4167\pi (cm^3)$. D. $V = \frac{500\pi}{3} (cm^3)$.

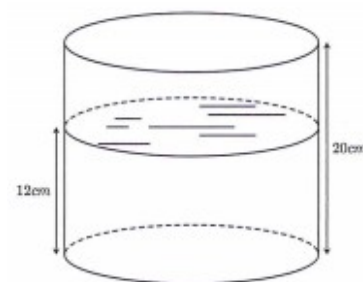
Câu 44. Một sợi dây được quấn đối xứng đúng 10 vòng quanh một ống trụ tròn đều có bán kính $R = \frac{2}{\pi} cm$.



Biết rằng sợi dây dài 50cm. Hãy tính diện tích xung quanh của ống trụ đó.

- A. $80cm^2$. B. $100cm^2$. C. $60cm^2$. D. $120cm^2$.

Câu 45. Một cốc hình trụ có bán kính đáy bằng 3cm, chiều cao 20cm, trong cốc đang có một ít nước, khoảng cách giữa đáy cốc và mặt nước là 12cm. Một con quạ muốn uống nước được trong cốc thì mặt nước phải cách miệng cốc không quá 6cm. Con quạ thông minh đã mổ những viên sỏi hình cầu có bán kính 0,8cm thả vào cốc để mực nước dâng lên. Hỏi để uống được nước, con quạ cần thả ít nhất bao nhiêu viên sỏi?

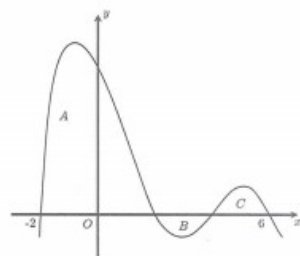


- A. 26. B. 27. C. 28. D. 29.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên $[-2; 6]$ như hình vẽ bên.

Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32; 2; 3 (đvdt). Tính

$$\int_{-2}^2 [f(2x+2)+1] dx?$$



A. $\frac{45}{2}$.

B. 41.

C. 37.

D. $\frac{41}{2}$.

Câu 47. Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40cm, chiều cao thùng rượu là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích của thùng rượu là bao nhiêu?

A. 425162 lít.

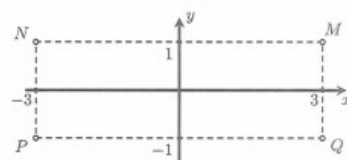
B. 212581 lít.

C. 212,6 lít.

D. 425,2 lít.



Câu 48. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Hỏi điểm biểu diễn của $w = (1+i)z_1$ là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?



A. Điểm N.

B. Điểm M.

C. Điểm Q.

D. Điểm P.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{-2-3i}{3-2i} z + 1 \right| = 2$. Giá trị lớn nhất của môđun số phức z là

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}, \Delta_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}.$$

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai

đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2 \\ y=2+4t \\ z=5-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=6 \\ y=11+4t \\ z=2-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-4 \\ y=-7+4t \\ z=-t \end{cases}$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;4;9)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho biểu thức $OA + OB + OC$ có giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(12;0;0)$.

B. $(6;0;0)$.

C. $(0;6;0)$.

D. $(0;0;12)$.

Câu 52. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-3}$ và hai điểm $A(1; -1; -1)$, $B(-2; -1; 1)$. Gọi C , D là hai điểm di động trên đường thẳng Δ sao cho tâm mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện $ABCD$ luôn nằm trên tia Ox . Tính độ dài đoạn thẳng CD .

- A. $CD = \sqrt{17}$. B. $CD = \frac{3\sqrt{17}}{11}$. C. $CD = \frac{12\sqrt{17}}{17}$. D. $CD = \sqrt{13}$.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AB = a$. Gọi M là trung điểm của BC . Góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) có số đo bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có $\angle ABC = \angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$, $BC = 2a$, $CD = a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. B. $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{31}}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{31}}$.

Câu 55. Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm t trong một ngày bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi

- A. $t = 13$. B. $t = 14$. C. $t = 15$. D. $t = 16$.

Câu 56. Có bao nhiêu cách chia 20 chiếc bút chì giống nhau cho ba bạn Thắng, Lộ, Long sao cho mỗi bạn được ít nhất một chiếc bút chì?

- A. 153. B. 210. C. 190. D. 171.

Câu 57. Một chiếc ô tô với hai động cơ độc lập đang gặp trục trặc kỹ thuật. Xác suất để động cơ 1 hỏng là 0,5. Xác suất để động cơ 2 hỏng là 0,4. Biết rằng xe không thể chạy được chỉ khi cả hai động cơ bị hỏng. Tính xác suất để xe đi được.

- A. 0,2. B. 0,8. C. 0,9. D. 0,1.

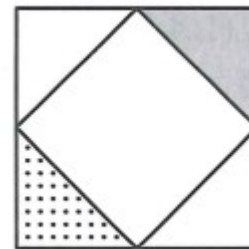
Câu 58. Cho (u_n) là cấp số cộng thỏa mãn $u_{50} + u_{51} = 100$. Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng

- A. 1000. B. 5000. C. 50000. D. 10000.

Câu 59. Cho đoạn thẳng $AB = 2^{100}$ (cm). Gọi M_1 là trung điểm của AB . Gọi M_{k+1} là trung điểm của $M_k B$ ($k = 1, 2, \dots, 99$). Tính độ dài đoạn thẳng $M_1 M_{100}$.

- A. $2^{99} - 1$. B. $2^{97} + 1$. C. $2^{99} - 2$. D. 2^{98} .

Câu 60. Một người thợ được yêu cầu trang trí trên một bức tường hình vuông kích thước 5m x 5m bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, tô kín màu lên hai tam giác đối diện bằng cách sử dụng hai màu xanh (phần chấm) và hồng (phần tô màu). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 6 lần. Tính số tiền mua sơn để người thợ đó hoàn thành công việc trang trí theo yêu cầu trên gần nhất với con số nào trong bốn đáp án dưới đây, biết tiền sơn màu xanh để sơn kín 1m^2 là 100000 đồng và tiền sơn màu hồng đắt gấp 1,5 so với tiền sơn màu xanh.



- A. 1540000 đồng. B. 1570000 đồng. C. 1650000 đồng. D. 1480000 đồng.

III. Phần 3 (2,5đ) – Toán tự luận

Bài 1. Một công ty X cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe, 10 xe loại A và 9 xe loại B. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi loại xe A có thể chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Công ty X cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất?

Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và góc $\angle ABC = 60^\circ$. Các cạnh SA, SB, SC đều bằng $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Gọi φ là góc của hai mặt phẳng (SAC) và (ABCD). Giá trị $\tan \varphi$ bằng bao nhiêu?
2. Tính thể tích khối chóp S.ABCD.
3. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

Bài 3. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{18}} f(\sin(3x))\cos(3x)dx = 3$ và $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(1-x)dx = 4$. Tính $\int_{-1}^0 f(x)dx$

Đáp án

1-A	2-C	3-D	4-B	5-B	6-A	7-D	8-C	9-D	10-B
11-C	12-D	13-D	14-C	15-B	16-A	17-B	18-A	19-D	20-D
21-C	22-A	23-B	24-A	25-D	26-A	27-B	28-C	29-C	30-A
31-B	32-C	33-D	34-D	35-C	36-A	37-C	38-B	39-B	40-C
41-D	42-C	43-A	44-D	45-B	46-D	47-D	48-C	49-B	50-A
51-B	52-B	53-C	54-C	55-B	56-D	57-B	58-B	59-A	60-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Ý nghĩa chính của các đoạn trong bài:

Đoạn 1: Giới thiệu nghiên cứu nhận diện chữ viết tiếng Việt của Phùng Minh Tuấn.

Đoạn 2: Những khó khăn khi thực hiện dự án.

Đoạn 3: Giải pháp công nghệ được áp dụng trong dự án.

Đoạn 4-6: Tiềm năng ứng dụng và định hướng phát triển của dự án trong tương lai.

Tổng hợp ý các đoạn, ta có ý của toàn bài là: “Sinh viên Việt giải mã thành công chữ viết tay của bác sĩ”.

Câu 2.

Thông tin tại dòng 8-10: Hiện tại chưa có nhiều phần mềm nhận diện chữ viết tay tiếng Việt, tuy nhiên phần mềm nhận diện chữ viết tay tiếng Anh đã khá phát triển.

Câu 3.

“**thử-sai-thử**” là quá trình tiến hành thử bước từng giả thuyết trong quá trình nghiên cứu, nếu kết quả không đạt được như mong muốn, tiến hành thử tiếp giả thuyết khác.

Câu 4.

Thông tin tại dòng 12: “... vì sự hiện diện của các lớp ký tự, âm điệu và dấu câu phức tạp”.

Câu 5.

Thông tin tại dòng 17-19: “... một cấu trúc học máy bao hàm mạng lưới thần kinh nhân tạo ResNet để chiết suất hình dạng chữ và BiLSTM để lên mẫu tần suất chữ, và CTC cho nhiệm vụ sao chép cuối cùng”. ResNet, BiLSTM, CTC là ba đối tượng tương đương trong câu. ResNet là một mạng lưới thần kinh nhân tạo

⇒ BiLSTM cũng là mạng lưới thần kinh nhân tạo.

Câu 6.

Thông tin tại dòng 26-27: “Công trình mà Tuấn đề xuất có thể đẩy mạnh quy trình số hóa hệ thống bệnh án”.

Câu 7.

Thông tin tại dòng 32-33: “... việc có thể chia sẻ bệnh án của bệnh nhân dễ dàng giữa các phòng ban sẽ giúp giảm bớt...”

Câu 8.

Đoạn 5 liệt kê các ứng dụng tiềm năng của công trình nghiên cứu

- A. Các cơ sở y tế vùng hẻo lánh ứng dụng của nghiên cứu nhận diện chữ viết tay.
- B. Kế hoạch phát triển hệ thống chuyên gia chẩn đoán và cải tiến quy trình điều trị của OUCRU.
- C. Những ứng dụng tiềm năng của công trình nghiên cứu nhận diện chữ viết của Phùng Minh Tuấn. → các phương án còn lại là các ứng dụng đơn lẻ của công trình nghiên cứu.
- D. Vai trò của dữ liệu ghi chép y khoa số hóa trong việc giảm thiểu lỗi trong thực hành y khoa.

Câu 9.

Ý chính của các đoạn trong bài:

Đoạn 1: Than tổ ong là một trong những nguyên nhân gây ra ô nhiễm không khí tại Hà Nội.

Đoạn 2-3: Lượng phát thải từ than tổ ong tại Hà Nội và tác hại đối với sức khỏe con người.

Đoạn 4-6: Thực trạng số lượng bếp than tổ ong tại Hà Nội và các biện pháp của chính quyền thành phố trong việc giảm phát thải từ bếp than tổ ong.

Đoạn 7: Nguyên nhân một số hộ gia đình và kinh doanh vẫn tiếp tục sử dụng bếp than tổ ong.

Đoạn 8-9: Các biện pháp tiếp theo được chính quyền Hà Nội triển khai để đối phó với tình trạng ô nhiễm không khí tại thành phố.

Tổng hợp các ý trên, ta có ý chính của toàn bài là: “Hà Nội xóa bỏ bếp than tổ ong để giảm ô nhiễm không khí”.

Câu 10.

Thông tin tại dòng 9-10 không đề cập đến hệ tuần hoàn.

Câu 11.

Thông tin tại dòng 20-22: “TP Hà Nội còn khoảng 11.081 bếp than tổ ong, sau khi đã loại bỏ được 43.411 bếp (Giảm 79,66% so với năm 2017)”. → Năm 2017, thành phố có $11.081 + 43.411 = 54.492$ bếp.

Câu 12.

Hoàn Kiếm và Thạch Thất đều đã xóa bỏ hoàn toàn bếp than $\Rightarrow$ số lượng bếp tại hai địa phương tương đương nhau.

Câu 13.

Khảo sát được thực hiện tại 10 điểm, mỗi điểm trung bình tiêu thụ khoảng 1.000 viên/ ngày $\rightarrow$ đáp án đúng là 10.000 viên/ ngày.

Câu 14.

Thông tin tại dòng 35-36: “... do lợi ích kinh tế “siêu rẻ”, một bộ phận hộ gia đình, hộ kinh doanh vẫn “ưu ái” sử dụng”.

Câu 15.

Chính quyền yêu cầu hạn chế sử dụng, không cấm sử dụng than tổ ong.

Câu 16.

- A. Đã có những tiến triển tích cực, tuy nhiên cần các biện pháp bổ sung.

→Theo đoạn trích, việc hạn chế bếp than đã có tiến triển (giảm được 43.311 bếp), tuy nhiên cần các biện pháp hỗ trợ chuyển đổi nghề nghiệp và đảm bảo nguồn thu nhập (dòng 38-39).

B. Đã thành công, sắp tới cần duy trì để tránh hiện tượng tái sử dụng. →Sai, chưa loại bỏ hết được hoàn toàn bếp than.

C. Đã có những tiến triển tích cực, sẽ hoàn thành mục tiêu trong tương lai gần. →Sai, không có thông tin thời gian hoàn thành mục tiêu.

D. Vẫn còn gặp khó khăn, cần các biện pháp quyết liệt hơn trong tương lai.→Sai, đã giảm được 80% số lượng bếp →quá trình thực hiện tương đối thuận lợi.

Câu 17.

Ý chính của các đoạn trong bài:

Đoạn 1-2: Giới thiệu nghiên cứu phân lập đoạt giải Nobel.

Đoạn 3-4: Nhưng ưu điểm của vật liệu graphene.

Đoạn 5-7: Ứng dụng graphene vào sản xuất màng loa.

Đoạn 8-9: Ứng dụng graphene vào sản xuất vật liệu xây dựng.

Đoạn 10-11: Ứng dụng graphene vào sản xuất tấm lọc.

Đoạn 12-14: Ứng dụng graphene vào sản xuất pin.

Tổng hợp các ý trên, ta có ý chính của toàn bài là: “Graphene – Từ phát minh đoạt giải Nobel đến những sản phẩm kì diệu”.

Câu 18.

Theo đoạn 1, lần lượt tách đôi một mẫu graphite 10-20 lần sẽ tạo ra được graphene →graphite được tạo thành từ các lớp graphene.

Câu 19.

Thông tin tại dòng 7-8: “...đã làm để phân lập graphene ... vào năm 2004. Sáu năm sau, họ đã giành được giải Nobel...”.

Câu 20.

Thông tin tại dòng 18: “... như Geim và Novoselov đã chứng minh, graphene không khó chế tạo”.

Câu 21.

Thông tin tại dòng 20: “...về chiếc tai nghe GQ do...”

Câu 22.

Tác giả sử dụng từ thỏa hiệp nhằm nhấn mạnh các nhà sản xuất loa phải lựa chọn vật liệu sao cho đồng thời thỏa mã các yêu cầu về độ cứng, độ nhẹ và độ giảm chấn.

Câu 23.

A. Bê tông chứa graphene là loại bê tông cứng nhất. →Sai, đoạn trích không đề cập.

B. Graphene giúp giảm lượng bê tông cần sử dụng trong xây dựng.

C. Việc sản xuất bê tông chứa graphene tạo ra ít khí thải hơn. → Sai, đoạn trích không khẳng định bê tông chứa graphene tạo ra ít khí thải hơn mà cho rằng bổ sung graphene giúp giảm lượng bê tông cần dùng.

D. Graphene có thể được sử dụng để bổ sung cho bê tông. → Sai, không phải ý chính của câu.

Câu 24.

A. Ứng dụng graphene trong chế tạo màng lọc dầu tràn.

B. Hợp tác của Directa Plus với Lukoil và OMV. → Sai, không bao quát ý cả đoạn.

C. 400 tấn dầu thô được gửi trở lại nhà máy lọc dầu. → Sai, chỉ miêu tả kết quả của việc ứng dụng graphene.

D. Graphene có thể chặn hầu hết các chất lỏng. → Sai, chỉ nêu một tính chất của graphene.

Câu 25.

Thông tin tại dòng 54: “thích hợp để sản xuất thương mại” ⇒ chi phí sản xuất không cao.

Câu 26.

Thông tin tại dòng 63: “...khiến pin lithium-ion tiêu chuẩn quá nóng và xuống cấp theo thời gian...”

Câu 27.

Ý chính của các đoạn trong bài:

Đoạn 1: Giới thiệu “thảo nguyên ma-mút”.

Đoạn 2: Kỷ Pleistocene là thời kỳ thảo nguyên phát triển rực rỡ khắp Bắc bán cầu.

Đoạn 3: Đặc điểm của hệ sinh thái thảo nguyên ma-mút.

Đoạn 4-6: Những giả thuyết về nguyên nhân của sự biến mất của thảo nguyên ma-mút.

Đoạn 7-9: Tầm quan trọng của thảo nguyên ma-mút và những biện pháp khôi phục chúng.

Tổng hợp các ý trên, ta có ý chính của toàn bài là: “Ảnh hưởng của sự tuyệt chủng của voi ma-mút đến hệ sinh thái Trái đất”.

Câu 28.

Siberia được bao phủ bởi đồng cỏ trong quá khứ, không phải trong hiện tại.

Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

Câu 29.

Các loài ăn cỏ vừa đóng vai trò máy xén cỏ (hạn chế sự phát triển của cây bụi để cỏ có thể sinh trưởng) và người làm vườn (phát tán hạt giống và làm màu cho đất).

Do vậy chúng đóng vai trò quan trọng để duy trì và phát triển hệ sinh thái đồng cỏ.

Câu 30.

Tác giả muốn nhấn mạnh trong khí hậu ngày nay, nhiều vùng ở Bắc bán cầu vẫn duy trì được hệ sinh thái thảo nguyên ⇒ nếu các loài ăn cỏ lớn không tuyệt chủng, hệ sinh thái thảo nguyên vẫn có thể tồn tại đến ngày nay.

Câu 31.

- A. Khí hậu là yếu tố quyết định luồng di cư của con người. → Thông tin đúng, khí hậu ấm lên giúp con người có thể di cư lên phía Bắc.
- B. Nhiệt độ Trái đất ấm lên giúp loài người leo lên đỉnh chuỗi thức ăn. → Thông tin sai, vũ khí, công cụ đã giúp loài người leo lên đỉnh chuỗi thức ăn chứ không phải do Trái đất ấm lên.
- C. Loài người ban đầu sinh sống quanh các vùng gần xích đạo. → Loài người di cư lên phía Bắc → trước đó họ sống ở vùng gần xích đạo hơn.
- D. Khí hậu Trái đất đã có sự biến đổi lớn vào khoảng 14.500 năm trước. → Thông tin đúng, khoảng 14.500 năm trước kết thúc kỉ Băng hà, Trái đất ấm lên.

Câu 32.

Cụm từ “trước loài săn mồi mới này” chỉ loài được nhắc đến ở đoạn 5 (liền trước) là loài người.

Câu 33.

Loài người xuất hiện và tấn công các loài ăn cỏ lớn khiến số lượng của chúng giảm xuống. Các loài ăn cỏ lớn là tác nhân kiểm chế sự phát triển của cây bụi và rêu (do chúng dẫm đạp lên các loài này). Do đó số lượng cây bụi và rêu tăng lên cạnh tranh với các loài cỏ và khiến diện tích trồng cỏ giảm dần.

Câu 34.

Thông tin tại dòng 45: “.. bởi hệ sinh thái mới chỉ có thể nuôi sống một số lượng sinh vật giới hạn”.

Câu 35.

Thông tin tại dòng 54-56: “...là nhà của 8 loài ăn cỏ chính: tuần lộc, nai sừng tấm, bò rừng, ngựa, Yukutian, bò Kalmykian, bò xạ hương, bò Tây Tạng, và cừu”.

Câu 36.

Đặt $t = \sqrt{6-x}$, ($t > 0$) khi đó ta có hàm số $y = f(t) = \frac{(4-m)t+3}{t+m}$

Ta có $f'(t) = \frac{-m^2+4m-3}{(t+m)^2}$

Mặt khác hàm số $y = \sqrt{6-x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 6)$ nên với $-8 < x < 5$ thì $1 < t < \sqrt{14}$

Do đó hàm số $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-8; 5)$ khi và chỉ khi hàm số

$f(t) = \frac{(4-m)t+3}{t+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; \sqrt{14})$. Khi đó

$$f'(t) < 0, \forall t \in (1; \sqrt{14}) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4m-3 < 0 \\ -m \notin (1; \sqrt{14}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \\ m \geq -1 \\ m \leq -\sqrt{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -1 \leq m < 1 \\ m \leq -\sqrt{14} \end{cases}$$

Mà m nguyên, $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -1; 0; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Vậy có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 37.

Vì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 60 nên ta có

$$\begin{aligned} &|2x^3 - 15x + m - 5| + 9x \leq 60, \forall x \in [0; 3] \\ \Leftrightarrow &|2x^3 - 15x + m - 5| \leq 60 - 9x, \forall x \in [0; 3] \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 2x^3 - 15x + m - 5 \leq 60 - 9x, \forall x \in [0; 3] \\ 2x^3 - 15x + m - 5 \geq 9x - 60, \forall x \in [0; 3] \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} m \leq -2x^3 + 6x + 65, \forall x \in [0; 3] \\ m \geq -2x^3 + 24x - 55, \forall x \in [0; 3] \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} m \leq \min_{[0; 3]}(-2x^3 + 6x + 65) \\ m \geq \max_{[0; 3]}(-2x^3 + 24x - 55) \end{cases} \end{aligned}$$

Đễ dàng tìm được $\min_{[0; 3]}(-2x^3 + 6x + 65) = 29$ và $\max_{[0; 3]}(-2x^3 + 24x - 55) = -23$, do đó $-23 \leq m \leq 29$. Dấu

bằng của phương trình $f(x) = 60$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 29 \\ m = -23 \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị thực của tham số m thỏa mãn yêu cầu và tổng của chúng bằng 6.

Câu 38.

Giả sử, ta đặt tên các điểm và góc như hình vẽ.

Ta có $AM = \frac{1}{2 \cos \alpha}; MB = \frac{4}{\sin \alpha}$ với $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Chiều dài của thang là

$$\begin{aligned} l(\alpha) &= AB = AM + MB = \frac{4}{\sin \alpha} + \frac{1}{2 \cos \alpha} \\ \Rightarrow l'(\alpha) &= \frac{-8 \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha}{2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow l'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

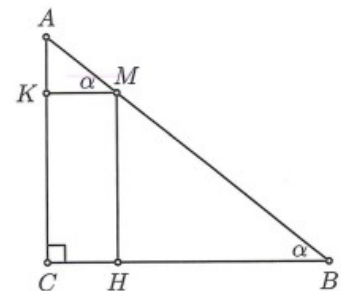
Chiều dài nhỏ nhất của thang là $\min l(\alpha) = 2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

Câu 39.

Do ở độ cao 1000m, áp suất của không khí là 672,72 mmHg nên ta có:

$$672,72 = 760 e^{1000i} \Leftrightarrow i = \frac{1}{1000} \ln \frac{672,72}{760}$$

Khi ở độ cao 15 km tức là 15000m thì áp suất của không khí là



$$P = 760e^{15000 \times \frac{1}{1000} \ln \frac{672,72}{760}} \approx 121,93399$$

Vậy áp suất của không khí ở độ cao 15 km gần nhất với số 122.

Câu 40.

Theo phương thức lãi kép ta có số tiền ông A thực lĩnh sau 10 năm là:

Loại kỳ hạn 12 tháng với lãi suất là 12%/năm

$$P_{10} = P_0 (1+r)^{10} = 100\,000\,000 (1+12\%)^{10} \approx 310\,584\,820 \text{ đồng.}$$

Loại kỳ hạn 1 tháng với lãi suất là 1%/tháng

$$P_{120} = P_0 (1+r)^{120} = 100\,000\,000 (1+r)^{120} \approx 330\,038\,690 \text{ đồng.}$$

Số tiền gửi theo kỳ hạn 1 tháng có kết quả nhiều hơn kỳ hạn 1 năm là

$$P_{120} - P_{10} \approx 19\,454\,000 \text{ đồng sau 10 năm.}$$

Câu 41.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$2^{-2|x-m|+1} \cdot \log_2 (x^2 - 2x + 3) - 2^{2x-x^2} \cdot \log_2 (2|x-m|+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{-2|x-m|+1} \cdot \log_2 (x^2 - 2x + 3) = 2^{2x-x^2} \cdot \log_2 (2|x-m|+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-2x} \cdot \log_2 (x^2 - 2x + 3) = 2^{2|x-m|-1} \cdot \log_2 (2|x-m|+2)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^{t-3} \cdot \log_2 t$ với $t \geq 2$. Do $t \geq 2$ suy ra $\log_2 t \geq 1$

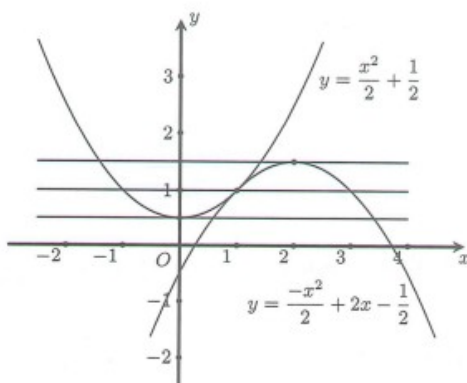
$$\text{Ta có: } f'(t) = 2^{t-3} \cdot \frac{1}{t \cdot \ln 2} + 2^{t-3} \cdot \ln 2 \cdot \log_2 t > 0 \text{ với } t \geq 2$$

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[2; +\infty)$

$$\Rightarrow f(x^2 - 2x + 3) = f(2|x-m|+2) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 2|x-m|+2$$

$$\Leftrightarrow |x-m| = \frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2} \\ m = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \end{cases} (*)$$

Vẽ đồ thị các hàm số $y = \frac{-x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}$ và $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$ trên cùng một hệ trục tọa độ.



Đồ thị hai hàm số tiếp xúc với nhau tại điểm (1;1). Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$ là $\left(0; \frac{1}{2}\right)$,

điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}$ là $\left(2; \frac{3}{2}\right)$

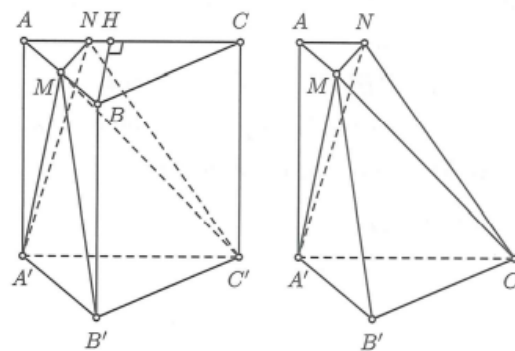
Dựa vào đồ thị, để (*) có ba nghiệm phân biệt thì $m \in \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$

Tổng tất cả các giá trị của tham số m thỏa mãn là $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 3$

Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

Câu 42.

Cách 1.



Gọi V là thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, M, N, A', B' và C'.

Khi đó ta có $V = V_{M.A'A'N} + V_{M.A'C'N} + V_{M.A'B'C'}$

Từ giả thiết ta có

$$S_{\Delta A'A'N} = \frac{1}{2} AA' \cdot AN = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{3} = \frac{a^2}{6}; S_{\Delta A'C'N} = \frac{1}{2} d(N, A'C') \cdot A'C' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2};$$

$$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} A'B' \cdot A'C' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Gọi H là trung điểm của AC $\Rightarrow BH \perp (ACC'A')$ và $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow d(M, (ACC'A')) = \frac{1}{2} d(B, (ACC'A')) = \frac{1}{2} BH = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Khi đó ta có

$$V_{M.A'A'N} = \frac{1}{3} d(M, (ACC'A')) \cdot S_{\Delta A'A'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{6} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{72}.$$

$$V_{M.A'C'N} = \frac{1}{3} d(M, (ACC'A')) \cdot S_{\Delta A'C'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

$$V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3} d(M, (A'B'C')) \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Vậy } V = V_{M.A'AN} + V_{M.A'C'N} + V_{M.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{72} + \frac{a^3\sqrt{3}}{24} + \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{36}$$

Cách 2.

Gọi V là thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, M, N, A', B' và C'. Khi đó ta có

$$V = V_{M.AA'C'N} + V_{M.A'B'C'}$$

$$\text{Ta có } S_{AA'C'N} = \frac{1}{2}AA'(AN + A'C') = \frac{1}{2}a\left(\frac{a}{3} + a\right) = \frac{2a^2}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{M.AA'C'N} = \frac{1}{3}d(M, (ACC'A')). S_{AA'C'N} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2a^2}{3} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{36}$$

$$V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3}d(M, (A'B'C')). S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

$$\text{Vậy } V = V_{M.AA'C'N} + V_{M.A'B'C'} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{36} + \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{36}.$$

Cách 3.

Gọi H là trung điểm của AC và V là thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, M, N, A', B' và C'.

$$\text{Khi đó, } V = V_{AMH.A'B'C'} - V_{M.NHC'}$$

Đễ thấy $MH \parallel B'C'$ nên AMH.A'B'C' là khối chóp cụt.

Áp dụng công thức thể tích V_1 của khối chóp cụt có chiều cao h , diện tích đáy nhỏ và đáy lớn theo thứ tự là S_0, S_1 thì ta có

$$V_1 = \frac{h}{3}(S_0 + \sqrt{S_0 S_1} + S_1)$$

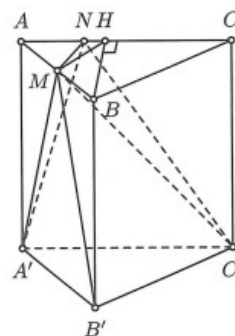
Khi đó

$$\begin{aligned} V_{AMH.A'B'C'} &= \frac{AA'}{3}(S_{AMH} + \sqrt{S_{AMH} \cdot S_{A'B'C'}} + S_{A'B'C'}) \\ &= \frac{a}{3}\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{7a^3\sqrt{3}}{48} \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác, } V_{M.NHC'} = \frac{1}{3}d(M, (ACC'A')). S_{NHC'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{144}$$

$$\text{Vậy } V = V_{AMH.A'B'C'} - V_{M.NHC'} = \frac{7a^3\sqrt{3}}{48} - \frac{a^3\sqrt{3}}{144} = \frac{5\sqrt{3}a^3}{36}$$

Câu 43.



Theo bài ra ta có $SO = h = 20$; $OK = 12$

Xét tam giác vuông SOI có

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OI = 15(\text{cm})$$

$$AB = 2AI = 2\sqrt{r^2 - 15^2}(\text{cm});$$

$$SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{r^2 + 20^2}(\text{cm})$$

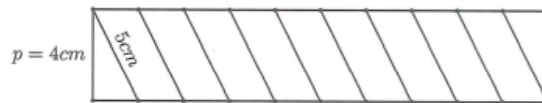
Mà chu vi thiết diện là $40 + 10\sqrt{41}(\text{cm})$ nên ta có:

$$AB + SA + SB = 40 + 10\sqrt{41} \Leftrightarrow 2\sqrt{r^2 - 225} + 2\sqrt{r^2 + 400} = 40 + 10\sqrt{41} \Leftrightarrow r = 25(\text{cm})$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V_n = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 25^2 \cdot 20 = \frac{12500\pi}{3}(\text{cm}^3)$$

Câu 44.

Khi trải phẳng ống trụ tròn đều ta được một hình chữ nhật có chiều rộng là chu vi của mặt đáy còn chiều dài là chiều dài của trụ, mỗi vòng xoắn của dây dài 5cm là đường chéo của hình chữ nhật có kích thước lần lượt bằng chu vi đáy trụ và $\frac{1}{10}$ chiều dài trụ.



Gọi chiều dài trụ là $l(\text{cm})$, theo định lý Pitago ta có

$$\sqrt{5^2 - \left(2 \cdot \frac{2}{\pi}\pi\right)^2} = \frac{l}{10} \Leftrightarrow l = 30(\text{cm})$$

$$\text{Vậy diện tích xung quanh của trụ là: } S_{xq} = 2 \cdot \frac{2}{\pi} \pi \cdot 30 = 120(\text{cm}^2)$$

Câu 45.

Con quạ uống được nước đựng trong cốc khi có mặt nước cách miệng cốc không quá 6cm nên mực nước dâng lên tối thiểu là $20 - 12 - 6 = 2\text{ cm}$.

$$\text{Thể tích nước tối thiểu cần tăng thêm là } V = \pi R^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 18\pi(\text{cm}^3)$$

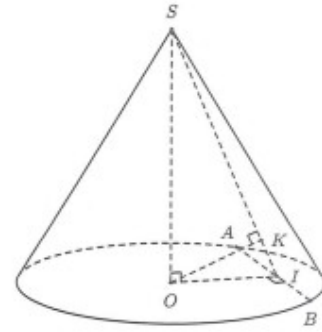
Thể tích nước tăng lên khi con quạ thả x viên sỏi là:

$$V_1 = x \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = x \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 0,8^3 = \frac{256}{375}\pi x(\text{cm}^3)$$

$$\text{Để con quạ uống được nước ta có điều kiện } V_1 \geq V \Leftrightarrow \frac{256}{375}\pi x \geq 18\pi \Leftrightarrow x \geq 26,37$$

Vậy con quạ cần thả ít nhất 27 viên sỏi để uống được nước trong cốc.

Câu 46.



Ta có $\int_{-2}^2 [f(2x+2)+1] dx = \int_{-2}^2 f(2x+2)dx + 4$. Xét $I_1 = \int_{-2}^2 f(2x+2)dx$.

Đặt $t = 2x + 2 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận: $x = -2 \Rightarrow t = -2; x = 2 \Leftrightarrow t = 6$

Suy ra $I_1 = \frac{1}{2} \int_{-2}^6 f(t)dt = \frac{1}{2} \left(\int_{-2}^{x_1} f(t)dt + \int_{x_1}^{x_2} f(t)dt + \int_{x_2}^6 f(t)dt \right) = \frac{1}{2} (S_A - S_B + S_C) = \frac{1}{2} (32 - 2 + 3) = \frac{33}{2}$, với

$x_1; x_2$ là các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành ($-2 < x_1 < x_2 < 6$)

Vậy $\int_{-2}^2 [f(2x+2)+1] dx = I_1 + 4 = \frac{33}{2} + 3 = \frac{41}{2}$.

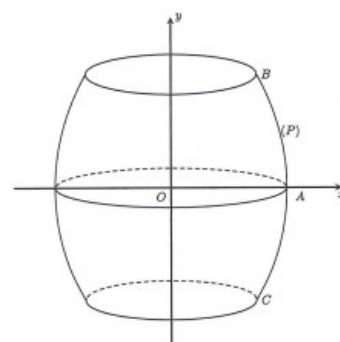
Câu 47.

Đặt mặt cắt qua trục của thùng rượu lên hệ trục tọa độ

Oxy như hình vẽ. Đơn vị tính là dm .

Gọi $(P): x = ay^2 + by + c$ qua $A(4;0), B(3;5), C(3;-5)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{25} \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): x = -\frac{1}{25}y^2 + 4$$



Thể tích của thùng rượu là

$$V = \pi \int_{-5}^5 \left(-\frac{1}{25}y^2 + 4 \right)^2 dy \simeq 425,2 (dm^3) = 425,2 (l)$$

Câu 48.

Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 + 2i \end{cases}$

Suy ra $w = (1+i)z_1 = (1+i)(1-2i) = 3 - i$

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $w = (1+i)z_1$ là điểm $Q(3; -1)$

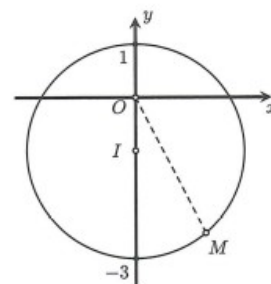
Câu 49.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 2 \Leftrightarrow |-iz + 1| = 2 \Leftrightarrow |z + 1| = 2$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 4$$

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0; -1)$ và bán kính $R = 2$.



Ta có: $|z| = OM$

Do đó, $|z|$ lớn nhất khi OM lớn nhất nghĩa là O, M, I thẳng hàng $\Rightarrow \max |z| = 3$

Câu 50.

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B thì

$$A(1+a; -2+4a; 2+3a), B(-4+5b; -7+9b; b)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5b-a-5; 9b-4a-5; b-3a-2)$$

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên vector $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $n = (0; 4; -1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = kn \Leftrightarrow \begin{cases} 5b-a-5=0 \\ 9b-4a-5=4k \\ b-3a-2=-k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5b-a=5 \\ 13b-16a-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; -2; 2)$$

Đường thẳng d qua $A(1; -2; 2)$ có vector chỉ phương là $n = (0; 4; -1)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}$

Câu 51.

Giả sử $A(a; 0; 0) \in Ox, B(0; b; 0) \in Oy, C(0; 0; c) \in Oz$ và $(a, b, c > 0)$

Ta có $OA + OB + OC = a + b + c$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có $M(1; 4; 9) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$. Do đó

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c}\right)(a+b+c) = \left(\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{4}{b}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{9}{c}}\right)^2\right)\left((\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\right) \\ \geq (1+2+3)^2 \Rightarrow a+b+c \geq (1+2+3)^2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1 \\ \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} \\ a+b+c = (1+2+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=12 \\ c=18 \end{cases} \Rightarrow (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1$$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $(6; 0; 0)$.

Câu 52.

Ta thấy $M(2; 1; -3); N(4; 3; -6) \in \Delta$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM}(1; 2; -2); \overrightarrow{AN}(3; 4; -5) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AN} \right] = \overrightarrow{n_1} = (-2; -1; -2)$$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (AMN) (hay (ACD)) đi qua điểm $A(1; -1; -1)$ và nhận $\overrightarrow{n_1}(-2; -1; 2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình: $2x + y + 2z + 1 = 0$

Tương tự, ta có phương trình (BCD): $x + 2y + 2z + 2 = 0$

Gọi tâm mặt cầu là $I(m; 0; 0)$ ($m > 0$)

Vì mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện ABCD nên

$$d(I; (ACD)) = d(I; (BCD)) \Leftrightarrow \frac{|2m+1|}{3} = \frac{|m+2|}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-1 (L) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I(1; 0; 0) \text{ và } d(I; (BCD)) = 1$$

Gọi $C(2t+2; 2t+1; -3t-3) \in \Delta$

Ta có $\overrightarrow{AB}(-3; 0; 2); \overrightarrow{AC}(2t+1; 2t+2; -3t-2)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] = \overrightarrow{n_2} = (-4t-4; -5t-4; -6t-6)$$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $A(1; -1; -1)$ và nhận $\overrightarrow{n_2}(-4t-4; -5t-4; -6t-6)$ làm vector pháp tuyến có phương trình: $(4t+4)x + (5t+4)y + (6t+6)z + 7t+6 = 0$

Vì mặt cầu tiếp xúc với các mặt của tứ diện ABCD nên

$$d(I; (ABC)) = d(I; (BCD)) = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{8}{11} \end{cases} \Rightarrow CD = \frac{3\sqrt{17}}{11}.$$

Câu 53.

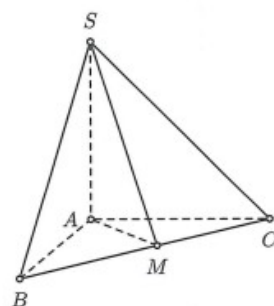
Do SM có hình chiếu vuông góc lên (ABC) là AM

Do đó $(\overrightarrow{SM}, (ABC)) = \angle SMA$. Ta có $AM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAM có

$$\tan \angle SMA = \frac{SA}{AM} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SMA = 60^\circ$$

Câu 54.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD).

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AH, (do AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (ABH) \Rightarrow BC \perp BH (1)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp AH, (do AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD \perp (ADH) \Rightarrow CD \perp DH (2)$$

$$\text{Ta có } \angle BCD = 90^\circ (3)$$

Từ (1), (2), (3) nên tứ giác là hình chữ nhật HBCD có $BC = HD = 2a; HB = DC = a$ và $\angle (AB, (BCD)) = \angle (AB, BH) = \angle ABH = 60^\circ$.

Gọi E là đỉnh của hình bình hành BDCE. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD bằng

$$d(AC, BD) = d(BD, (AEC)) = d(B, (AEC)) = \frac{1}{2} d(H, (AEC))$$

Gọi HN là đường cao tam giác HEC, HK là đường cao tam giác AHN.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CE \perp HN \\ CE \perp AH, (do AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CE \perp (AHN) \Rightarrow CE \perp HK \text{ và } AN \perp HK \text{ nên } HK \perp (AEC)$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = \frac{1}{2} d(H, (ACE)) = \frac{1}{2} HK$$

$$\text{Trong } \triangle HEC \text{ có } HE \cdot BC = EC \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{HE \cdot BC}{EC} = \frac{4a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Trong } \triangle AHN \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{5}{16a^2} = \frac{31}{48a^2} \Rightarrow HK = \frac{4\sqrt{3}a}{\sqrt{31}}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = \frac{1}{2} HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{31}}.$$

Câu 55.

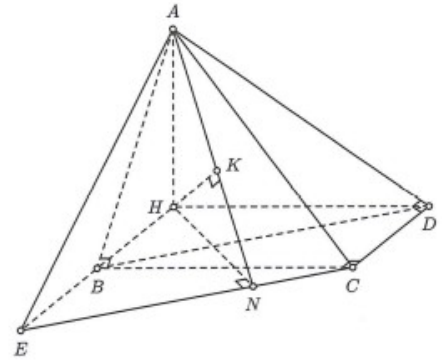
Mức nước của kênh cao nhất khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \text{ với } 0 < t \leq 24 \text{ và } \boxed{\text{B}}.$$

Lần lượt thay các đáp án, ta được đáp án B thỏa mãn.

$$\text{Vì với } t=14 \text{ thì } \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = 2\pi$$

Câu 56.



Xếp 20 chiếc bút chì thành một hàng ngang, giữa chúng có 19 chỗ trống. Số cách chia bút chì thỏa mãn điều kiện đề bài chính là số cách chia 20 chiếc bút thành 3 phần, tức là ta cần đặt 2 “vách ngăn” vào 2 chỗ trống trong số 19 chỗ trống nói trên, vậy số cách chia là $C_{19}^2 = 171$.

Câu 57.

Gọi A là biến cố: “động cơ 1 bị hỏng”, gọi B là biến cố: “động cơ 2 bị hỏng”. Suy ra A.B là biến cố: “cả hai động cơ bị hỏng” tức là biến cố: “xe không chạy được nữa”. Lại thấy hai động cơ hoạt động độc lập nên A và B là hai biến cố độc lập.

⇒ Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để xe phải dừng lại giữa đường là $P(A.B) = 0,5.0,4 = 0,2$

Vậy xác suất để xe đi được là $1 - 0,2 = 0,8$.

Câu 58.

Gọi u_1 là số hạng đầu và d là công sai của cấp số cộng (u_n) . Ta có

$$\begin{aligned} u_{50} + u_{51} &= 100 \Leftrightarrow u_1 + 49d + u_1 + 50d = 100 \\ &\Leftrightarrow u_1 + u_1 + 99d = 100 \\ &\Leftrightarrow u_1 + u_{100} = 100 \end{aligned}$$

Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng

$$S_{100} = \frac{100(u_1 + u_{100})}{2} = \frac{100.100}{2} = 5000.$$

Câu 59.

Ta có M_1 là trung điểm của AB nên $M_1B = \frac{2^{100}}{2} = 2^{99}$

Vì M_2 là trung điểm của M_1B nên $M_2B = 2^{98}$

Tương tự ta có: $M_3B = 2^{97}, M_4B = 2^{96}, \dots, M_{99}B = 2^1 = 2$

Vì M_{100} là trung điểm của $M_{99}B$ nên $M_{100}B = 1$

Khi đó, $M_1M_{100} = M_1B - M_{100}B = 2^{99} - 1$

Câu 60.

Gọi diện tích hình vuông đầu tiên là S_1 . Suy ra hình vuông thứ 2 có diện tích là $\frac{1}{2}S_1$, hình vuông thứ 3 có

diện tích là $\frac{1}{2}S_2 = \frac{1}{2^2}S_1$. Cứ như vậy, hình vuông thứ 6 có diện tích là $\frac{1}{2^5}S_1$

Diện tích phần sơn xanh bằng diện tích phần sơn hồng và bằng $\frac{1}{8}$ diện tích mỗi hình vuông tương ứng.

Suy ra tổng diện tích phần cần sơn xanh bằng tổng diện tích phần cần sơn hồng và bằng

$$S = \frac{1}{8}S_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^5} \right) = \frac{1575}{256}.$$

Số tiền cần để mua sơn là $T = S(100000 + 1,5 \cdot 100000) \approx 1538085,94$ đồng.

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1

Gọi x và y lần lượt là số loại xe A và B cần thuê. Khi đó số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $f(x; y) = 4x + 3y$ (triệu).

Ta có x xe loại A sẽ chở được $20x$ người và $0,6x$ tấn hàng; y xe loại B sẽ chở được $10y$ người và $1,5y$ tấn hàng.

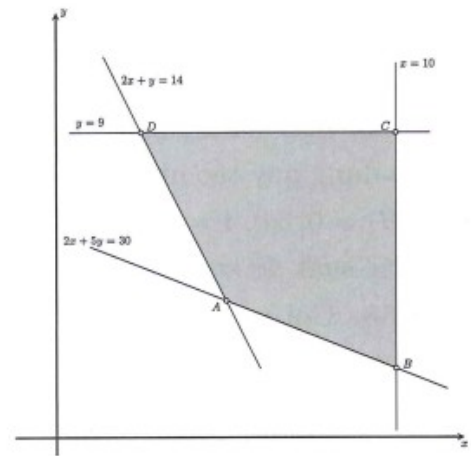
$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau } \begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*). Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác ABCD (kể cả biên).

Hàm số $f(x; y) = 4x + 3y$ sẽ đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi $(x; y)$ là tọa độ của một trong các đỉnh $A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D\left(\frac{5}{2}; 9\right)$

$$\text{Ta có } f(5; 4) = 32; f(10; 2) = 46; f(10; 9) = 67; f\left(\frac{5}{2}; 9\right) = 37$$

Suy ra $f(x; y)$ nhỏ nhất khi $(x; y) = (5; 4)$. Như vậy để chi phí vận chuyển thấp nhất cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B.



Bài 2

1. Do $AB = BC$ và $\angle ABC = 60^\circ$ nên tam giác ABC đều.

Gọi H là hình chiếu của A lên (ABCD)

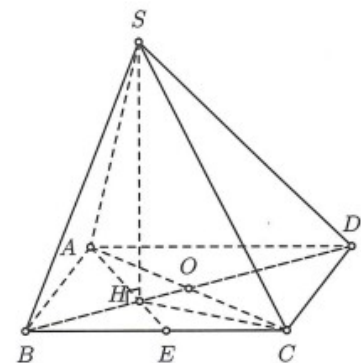
Do $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ SO \perp AC, HO \perp AC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SAC), (ABCD)) = (SO, HO) = \angle SOH = \varphi$$

$$\text{Mặt khác, } HO = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Xét tam giác SOH vuông tại H có } \tan \varphi = \frac{SH}{OH} = \sqrt{5}$$



2. Thể tích khối chóp S.ABCD là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot a^2 \cdot \sin 60 = \frac{a^3 \sqrt{5}}{12}.$$

3. Ta có: $SH \perp (ABCD)$; H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$\Rightarrow$ SH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi M là trung điểm SB; mặt phẳng trung trực của SB cắt SH tại điểm I.

$\Rightarrow IS = IB = IA = IC \Rightarrow$ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC.

$$\text{Xét tam giác vuông SHB có: } \tan \angle BSE = \frac{BH}{SH} = \frac{\frac{a}{\sqrt{3}}}{\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Xét tam giác vuông SMI có:

$$\tan \angle MSI = \frac{MI}{SM} = \tan \angle BSE = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow MI = \frac{2\sqrt{5}}{5} SM = \frac{2\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{15}}{10}$$

$$\Rightarrow SI^2 = SM^2 + MI^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{15}}{10}\right)^2 = \frac{27a^2}{80}$$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC là $S = 4\pi \cdot SI^2 = \frac{27\pi a^2}{20}$

Bài 3.

$$\text{Ta có: } \int_0^{\frac{\pi}{18}} f(\sin(3x)) \cos(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{\pi}{18}} f(\sin(3x)) d(\sin 3x) = 3$$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{18}} f(\sin(3x)) d(\sin 3x) = 9 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{18}} f(\sin(3x)) d(\sin 3x) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = 9$$

$$\text{Lại có } \int_{\frac{1}{2}}^2 f(1-x) dx = 4. \text{ Đặt } u = 1-x \Rightarrow du = -dx$$

$$\text{Đổi cận: } x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2}; x = 2 \Rightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^2 f(1-x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^{-1} f(u) \cdot (-du) = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(u) \cdot du = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x) \cdot dx = 4$$

$$\text{Khi đó, } I = \int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x) dx - \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx = 4 - 9 = -5.$$