

I. MỞ ĐẦU:

1. Lí do chọn đề tài:

Sự ưu việt của phương pháp thi trắc nghiệm đã và đang được chứng minh từ những nước có nền giáo dục tiên tiến trên thế giới, bởi những ưu điểm như: tính khách quan, tính bao quát và tính kinh tế.

Theo chủ trương của Bộ giáo dục & đào tạo, kì thi THPT quốc gia môn toán sẽ chuyển sang hình thức thi trắc nghiệm, đây là một sự thay đổi lớn trong việc kiểm tra đánh giá đối với bộ môn toán. Khi thi trắc nghiệm, đòi hỏi học sinh phải có sự hiểu biết thật sâu sắc về kiến thức và phải biết sắp xếp trình tự tư duy logic hơn, nhanh hơn để đáp ứng thời gian hoàn thành một câu trả lời trong vòng 1,8 phút nhanh hơn gấp 10 lần so với yêu cầu kiểm tra đánh giá cũ.

Trong chương trình toán THPT, "Hình học không gian" được giới thiệu trong SGK lớp 9 và được giải quyết hoàn thiện trong chương trình SGK hình học lớp 11. Môn học này là một trong những môn học khó nhất đối với học sinh THPT bởi tính trừu tượng của nó. Các bài toán về khoảng cách trong hình học lớp 11 là một trong những bài toán định lượng quan trọng nhất của bộ môn hình học không gian và hay được sử dụng trong thi THPT quốc gia.

Với mong muốn giúp các em học sinh THPT tiếp thu tốt các kiến thức cơ bản về khoảng cách, đồng thời biết vận dụng một cách linh hoạt kiến thức đó để giải toán và áp dụng trong thực tiễn, tôi đã chọn đề tài ***" Phương pháp giải bài tập trắc nghiệm hình học không gian lớp 11 - chuyên đề các bài toán khoảng cách "***

2. Mục đích nghiên cứu:

"Các bài toán về khoảng cách" là một bài tập định lượng quan trọng và khó của bộ môn hình học không gian lớp 11. Khi chuyển sang hình thức thi trắc nghiệm, học sinh không đơn giản chỉ là "tô" vào một trong 4 đáp án, để có được câu trả lời bắt buộc học sinh vẫn phải thực hiện các khâu và các bước làm bài giống một bài tự luận bình thường. Vậy để đảm bảo được thời gian của một bài thi trắc nghiệm, yêu cầu học sinh phải nắm vững một lớp bài toán theo một sơ đồ tư duy logic đã được định hình sẵn trong đầu, và đã được thực hành thuần thực nhiều lần. Có như vậy, học sinh mới có thể giải quyết nhanh trong phần thi trắc nghiệm.

Sơ đồ tư duy là một công cụ tổ chức tư duy, là con đường dễ nhất để chuyển tải thông tin vào bộ não rồi đưa thông tin ra ngoài bộ não. Đồng thời là một phương tiện ghi chép đầy sáng tạo và rất hiệu quả theo đúng nghĩa của nó: "sắp xếp" ý nghĩ. Sử dụng sơ đồ tư duy trong dạy và học mang lại hiệu quả cao, phát triển tư duy logic, khả năng phân tích tổng hợp, học sinh hiểu bài, nhớ lâu, thay cho ghi nhớ dưới dạng thuộc lòng, học vẹt, phù hợp với tâm sinh lí học sinh, đơn giản dễ hiểu thay cho việc ghi nhớ lí thuyết bằng ghi nhớ dưới dạng sơ đồ chuyển hóa kiến thức.

Vậy vấn đề đặt ra là:

- Cần giúp học sinh tiếp cận hệ thống và ghi nhớ đầy đủ các tính chất và khái niệm cơ bản về các loại khoảng cách trong không gian.
- Cần giúp học sinh biết phân loại và vạch ra sơ đồ tư duy cho các bài toán về tính khoảng cách.

- Giúp học sinh biết vận dụng việc tính khoảng cách trong các bài toán thực tế, trong cuộc sống.

3. Đối tượng nghiên cứu:

Để giải quyết các vấn đề nêu trên, trong đề tài này tôi đề xuất các ý tưởng nghiên cứu sau:

- Cần cho học sinh tự hệ thống lại kiến thức trọng tâm của bài toán khoảng cách dưới dạng sơ đồ tư duy để từ đó khắc sâu được kiến thức.
- Từ các bài toán cụ thể, dẫn dắt học sinh tự đúc kết ra các kinh nghiệm giải toán. Qua đó tự tìm ra thuật giải cho bài toán khoảng cách.
- Cho học sinh thấy được mối liên hệ của kiến thức đang học với thực tiễn cuộc sống.

4. Phương pháp nghiên cứu:

- Xuất phát từ thực tiễn, cho học sinh nhìn trực quan và tự độc rút ra các khái niệm cơ bản và các tính chất cơ bản.
- Thống kê số liệu để phân loại được các bài toán về khoảng cách trong không gian và rút ra được hệ thống sơ đồ tư duy trong giải các bài tập về khoảng cách.
- Điều tra khảo sát thực tế, thu thập thông tin để biết thực trạng dạy và học ở trường sở tại để đưa ra được thuật giải logic, ngắn gọn, dễ hiểu và dễ nhớ nhất.
- Từ các bài toán đưa ra mối liên hệ với các khối, các hình và đồ vật trong thực tiễn.

5. Những điểm mới của sáng kiến kinh nghiệm:

- Trong sáng kiến kinh nghiệm năm 2013 của bản thân tác giả, đề tài phương pháp sử dụng sơ đồ tư duy trong dạy và học bộ môn "hình học không gian lớp 11" mới bước đầu giới thiệu phương pháp sử dụng sơ đồ tư duy trong hệ thống lí thuyết sách giáo khoa hình học 11 và trong các bài toán chứng minh.

- Trong sáng kiến kinh nghiệm này tác giả sẽ giới thiệu cách sử dụng sơ đồ tư duy trong bài toán định lượng tính khoảng cách. Lược bỏ hết các phần chứng minh rườm rà (vì phần chứng minh hầu như không thay đổi đối với một lớp bài toán cố định, và đã được tác giả hướng dẫn học sinh chứng minh trong bài toán tổng quát.) Như vậy, học sinh chỉ cần nhận dạng bài toán, lựa chọn phương án thích hợp và áp dụng luôn công thức tính cuối cùng của dạng toán đó. Đây là bí quyết để học sinh rút ngắn thời gian làm bài.

- Phân loại rõ các bài toán khoảng cách và có hướng giải cụ thể, ngắn gọn, logic dễ học và dễ nhớ. Bước đầu hướng dẫn học sinh cách làm toán trắc nghiệm. Đây là các điểm mới so với sáng kiến kinh nghiệm cũ.

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM:

1. Cơ sở lí luận của sáng kiến kinh nghiệm:

- Căn cứ vào nội dung chương trình của SGK môn hình học lớp 11 (chương 3)
- Căn cứ vào hệ thống bài tập ôn tập chương 3 hình học 11 trong SGK và các đề trắc nghiệm trên mạng Internet.
- Căn cứ vào phân loại các dạng bài tập trong sách tham khảo: Giải toán hình học 11 (Tác giả: Trần Thành Minh (chủ biên) - Nhà xuất bản giáo dục tháng 8 năm 2004),

Tuy nhiên, trong các tài liệu tham khảo trên đa phần đều nặng về lí thuyết, chưa phân dạng các bài toán khoảng cách cụ thể và chi tiết, chưa đưa ra được kết cấu một bài làm dưới dạng sơ đồ tư duy. Dựa vào các tài liệu trên, tôi đã hướng dẫn học sinh phân loại được các dạng toán cụ thể và xây dựng được một hệ thống tư duy cho lớp các bài tập khoảng cách.

Vì vậy, chỉ cần đọc đề bài là học sinh đã có thể phân loại và nhận dạng bài tập cần làm (theo sơ đồ tư duy định sẵn có ở trong đầu đã được học và không sa vào chứng minh rườm rà). Khi đó học sinh chỉ cần áp dụng kết quả cuối cùng và sử lí theo số liệu cụ thể của đề bài. Đây chính là bí quyết để học sinh rút ngắn thời gian làm bài.

2. Thực trạng vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm:

Sau khi học xong khái niệm, tôi đã cho học sinh thực hành làm bài trắc nghiệm 50 câu với phân loại 50 câu đủ ba phần: Câu hỏi nhận dạng, câu hỏi vận dụng và câu hỏi vận dụng cao. Thực hiện kiểm chứng trên lớp với 45 học sinh 11 A₁ năm học 2016 – 2017 thu được kết quả sau:

Nhận biết(nắm vững lý thuyết)		Thông hiểu(có thể vận dụng lý thuyết để giải toán)		Vận dụng linh hoạt (giải được đa số các bài tập đưa ra)	
Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm
45	100%	20	44,4%	7	15,6%

Tuy nhiên về thời gian thu được kết quả sau:

1,8 phút / 1 bài		Từ 2 phút/ 1 bài đến 5 phút/ 1 bài		Từ 5 phút/ 1 bài đến 10 phút/ 1 bài		Trên 10 phút / 1 bài	
Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm
2	4,4%	5	11,1%	13	28,9%	20	55,6%

Đặc điểm của lớp thực nghiệm là:

Số học sinh của lớp: 45

Kết quả học tập về môn toán năm học 2015 – 2016 là: 7 học sinh có học lực giỏi, 13 học sinh có học lực khá, 21 học sinh có học lực trung bình 4 học sinh có học lực yếu.

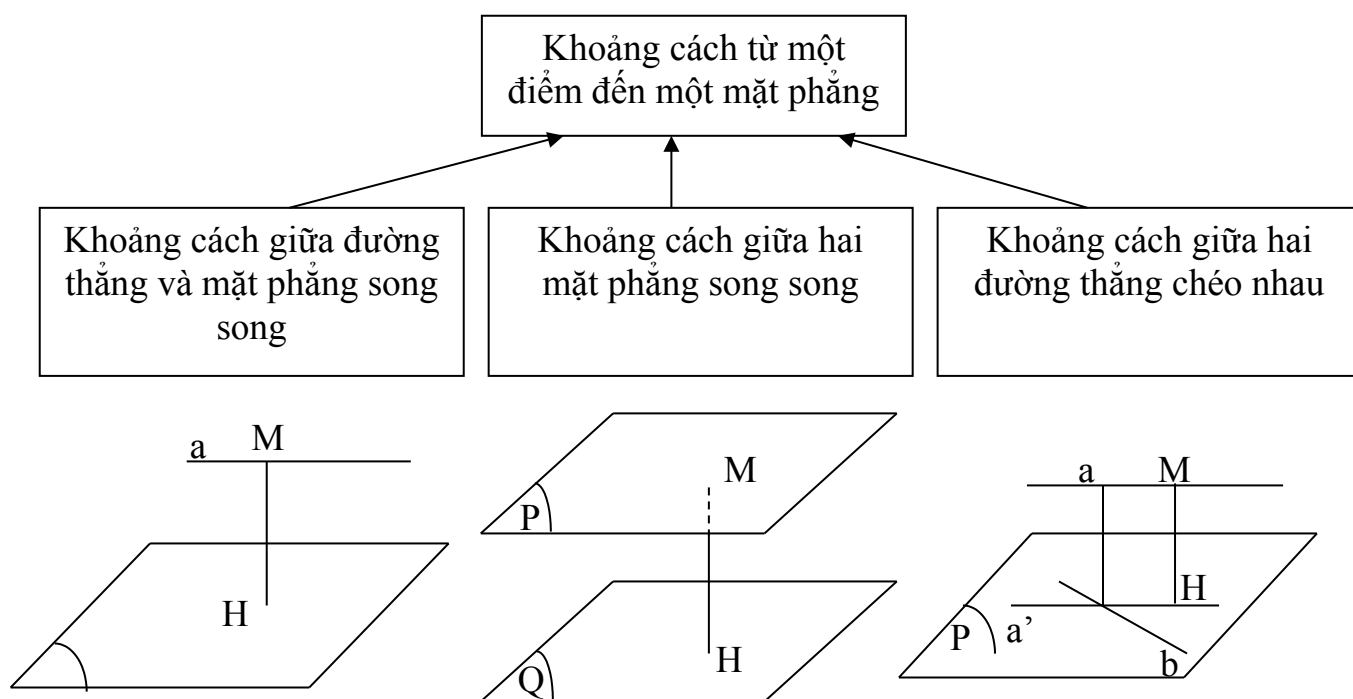
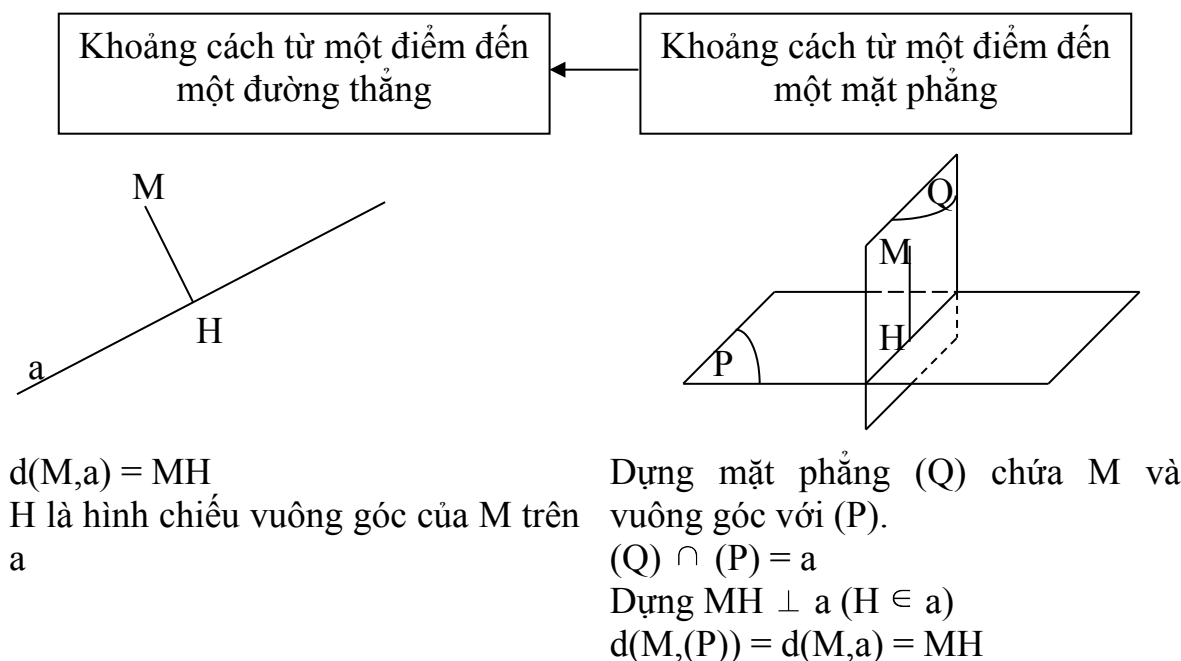
Như vậy qua khảo sát trên ta thấy đa số học sinh chưa đảm bảo với yêu cầu kiểm tra đánh giá mới.

3. Các giải pháp sử dụng để giải quyết vấn đề:

3.1. Phương pháp giúp học sinh hệ thống các kiến thức của bài toán khoảng cách trong hình học không gian qua hệ thống sơ đồ tư duy.

Trong bài toán tính khoảng cách thì bài toán tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng là mấy chốt cơ bản nhất. Các bài toán tính khoảng cách khác đều đưa về được bài toán cơ bản này.

- Sơ đồ tư duy để hệ thống lí thuyết:



$d(a, (P)) = d(M, (P)) = MH$ $d((P), (Q)) = d(M, (Q)) = MH$ Cho a, b chéo nhau.
M bất kì trên a M bất kì trên (P) $d(a, b) = d(M, (P)) = MH$
M bất kì trên a
(P) là mặt phẳng chứa b
và song song với a.

• Phương pháp tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng:

Khi tính khoảng cách từ điểm đến đường thẳng ta nên gán khoảng cách đó vào một tam giác thường là tam giác vuông và sử dụng các tính chất sau:

Cho ΔABC vuông tại A.

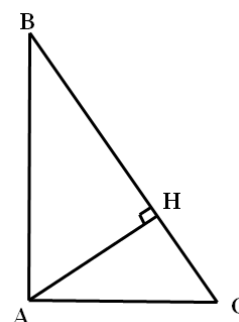
$$AB = BC \cdot \sin \angle ACB$$

$$AB = BC \cdot \cos \angle ABC$$

$$AB = AC \cdot \tan \angle ACB$$

$$AB = AC \cdot \cot \angle ABC$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$



3.2. Phương pháp giúp học sinh hệ thống các dạng bài toán về khoảng cách trong hình học không gian 11:

Khi giải một bài toán hình học không gian, học sinh cần thực hiện qua các bước cần thiết sau: đọc kĩ đề bài, phân tích giả thiết của bài toán, vẽ hình đúng, đặc biệt cần xác định thêm các yêu cầu khác: điểm phụ, đường phụ (nếu cần) để phục vụ cho quá trình giải toán.

Trong hệ thống bài tập cũng như trong thực tiễn cuộc sống ta có thể chia "bài toán về khoảng cách" thành các bài toán nhỏ sau: khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

Khi chuyển sang hình thức "thi trắc nghiệm" thì bài tập khó nhất của đề có thể nói là các bài tập về hình không gian bởi thời gian để thực hiện làm bài đã bị hạn chế hơn chỉ bằng 1/10 so với thời gian cũ, trong lúc đó việc dùng máy tính để hỗ trợ hoặc các thủ thuật loại trừ các đáp án nhiều hầu như không đáng kể. Thực chất, học sinh vẫn phải thực hiện việc giải gần giống một bài tự luận. Vậy để đáp ứng được hình thức kiểm tra đánh giá mới thì vấn đề đặt ra là giáo viên phải biết hướng dẫn học sinh nắm vững được nội dung trọng tâm nhất, bài toán mấu chốt để các bài toán nhỏ khác có thể đưa về nó. Và việc sử dụng sơ đồ tư duy tỏ ra có hiệu quả khi đảm bảo một lời giải ngắn gọn nhất, logic nhất và nhanh nhất.

Bài toán 1: Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P).

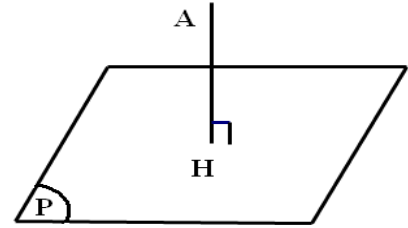
Gồm 2 phương pháp chính: Tính trực tiếp và tính gián tiếp.

Phương pháp 1: Tính trực tiếp

Trực tiếp 1: (Có sẵn đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P))

$$d(A; (P)) = AH$$

$$\text{Với } \begin{cases} AH \perp (P) \\ H \in (P) \end{cases} \quad -$$

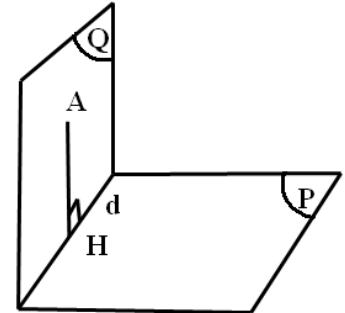


Trực tiếp 2: (Có sẵn mặt phẳng (Q) chứa điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P))

Bước 1: Tìm mặt phẳng (Q) chứa điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P)

Bước 2: Tìm giao tuyến của (P) và (Q) $(P) \cap (Q) = d$

Bước 3: Trong (Q): Qua A dựng $AH \perp d (H \in d)$.
 Vậy $d(A; (P)) = AH$



Trực tiếp 3: (Chưa có mặt phẳng (Q) cần phải dựng)

Bước 1: Tìm hai đường thẳng Δ đi qua A và d nằm trong (P) sao cho $\Delta \perp d$

Bước 2: Xác định giao điểm của Δ và (P)

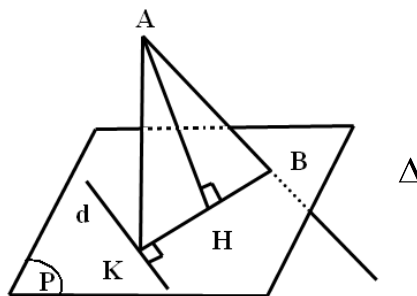
$$\text{Giả sử } B = \Delta \cap (P)$$

Bước 3: Trong (P): dựng $BK \perp d (K \in d)$

Như vậy mặt phẳng (Q) chứa A và vuông góc với (P) chính là mặt phẳng (ABK)

Bước 4: Trong (ABK) dựng $AH \perp BK (H \in BK)$

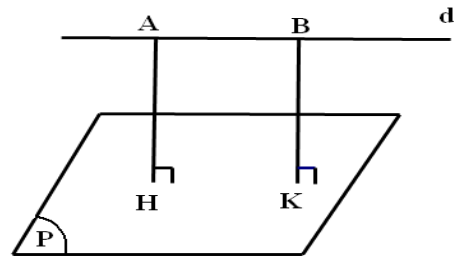
$$\Rightarrow d(A; (P)) = AH$$



Phương pháp 2: Tính gián tiếp

Gián tiếp 1: (Gián tiếp song song)

Nếu $AB \parallel (P)$



$$\Rightarrow d(A;(P)) = d(B;(P))$$

Tính khoảng cách từ A đến (P) thông qua khoảng cách từ B đến (P). Trong đó $d(B;(P))$ dễ tính hơn hoặc biết trước.

Gián tiếp 2: (Gián tiếp cắt)

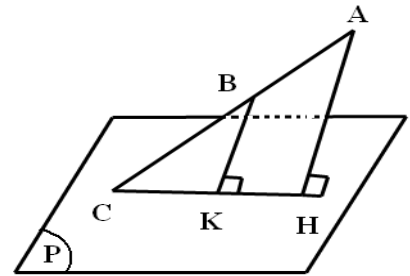
Cùng phía:

$$\frac{d(A;(P))}{d(B;(P))} = \frac{AH}{BK} = \frac{AC}{BC}$$

trong đó: $AH \perp (P)$ ($H \in (P)$)

$BK \perp (P)$ ($K \in (P)$)

$AB \cap (P) = C$



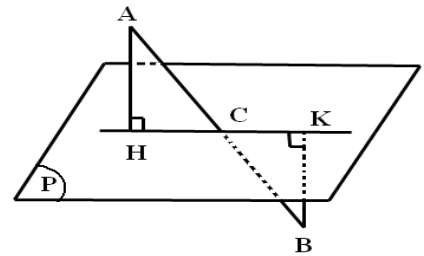
Khác phía:

$$\frac{d(A;(P))}{d(B;(P))} = \frac{AH}{BK} = \frac{AC}{BC}$$

Trong đó: $AH \perp (P)$ ($H \in (P)$)

$BK \perp (P)$ ($K \in (P)$)

$AB \cap (P) = C$

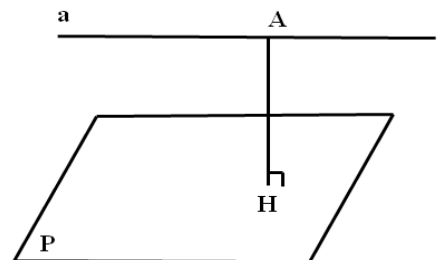


Bài toán 2: Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho $a \parallel (P)$

$$d(a;(P)) = d(A;(P)) = AH$$

Với $AH \perp (P)$, $H \in (P)$



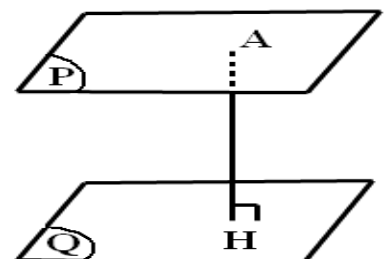
Như vậy bài toán tính khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song đã đưa về bài toán tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Bài toán 3: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

Cho $(P) \parallel (Q)$

$$d((P);(Q)) = d(A;(Q))$$

Với $A \in (P)$



Như vậy bài toán tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song đã đưa về bài toán tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Bài toán 4: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b

Có hai phương pháp chính để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là:

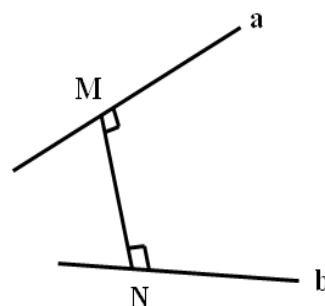
Phương pháp 1: Tính trực tiếp (Xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung)

Chú ý: Phương pháp này chỉ nên dùng khi a và b có mối liên hệ đặc biệt là vuông góc với nhau.

Khi đó ta tiến hành các bước thực hiện như sau:

Nếu đề bài có sẵn MN thỏa mãn:

$$\left. \begin{array}{l} MN \perp a \\ MN \perp b \\ M \in a \\ N \in b \end{array} \right\} \Rightarrow d(a; b) = MN$$



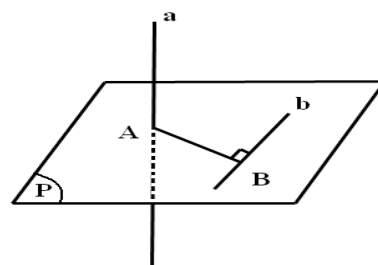
Nếu đề bài chưa có sẵn thì thực hiện:

Bước 1: Tìm mặt phẳng (P) chứa b và $(P) \perp a$

Bước 2: Tìm $A = a \cap (P)$

Bước 3: Trong (P) : Dựng $AH \perp b$ ($H \in b$)

Vậy $d(a; b) = AH$



Phương án 2: Tìm gián tiếp (đưa về quan hệ song song)

Gián tiếp 1: Đưa về khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

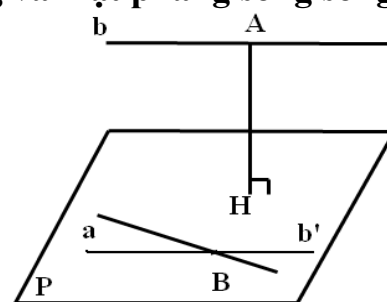
Bước 1: Tìm mặt phẳng (P) chứa a và $(P) \parallel b$

Bước 2: $d(a; b) = d(b; (P)) = d(A; (P))$ với

$A \in b$

Gợi ý cách tìm (P) : Trên a chọn một điểm B

Qua B dựng $b' \parallel b$ như vậy $(P) = (a, b')$



Gián tiếp 2: Đưa về khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

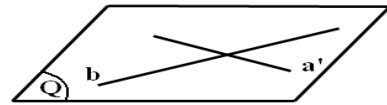
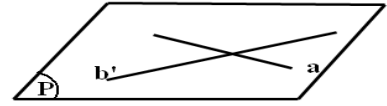
Bước 1: Tìm hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn $\left\{ \begin{array}{l} (P) \supset a \\ (Q) \supset b \\ (P) \parallel (Q) \end{array} \right.$

Bước 2: $d(a; b) = d((P); (Q)) = d(A; (Q))$ với $A \in (P)$

Gợi ý cách tìm (P) và (Q)

$$(P) = (a; b') \text{ với } \begin{cases} b' // b \\ b' \perp a \end{cases}$$

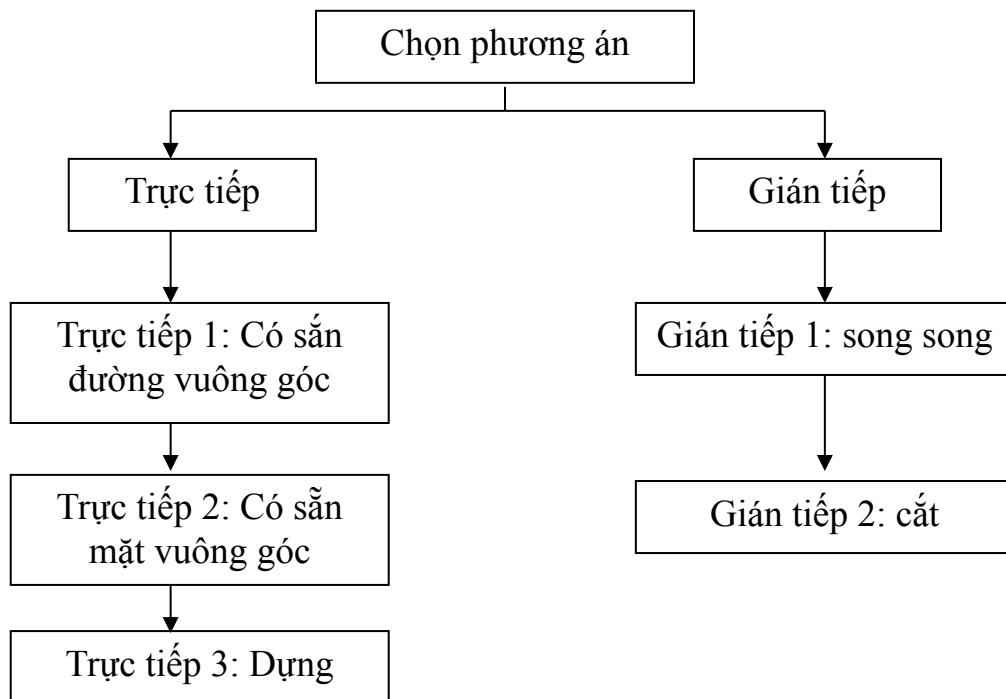
$$(Q) = (b; a') \text{ với } \begin{cases} a' // a \\ a' \perp b \end{cases}$$



3.3. Phương pháp giúp học sinh ứng dụng các dạng toán và sử dụng sơ đồ tư duy để giải nhanh các bài toán về khoảng cách:

Bài toán 1: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

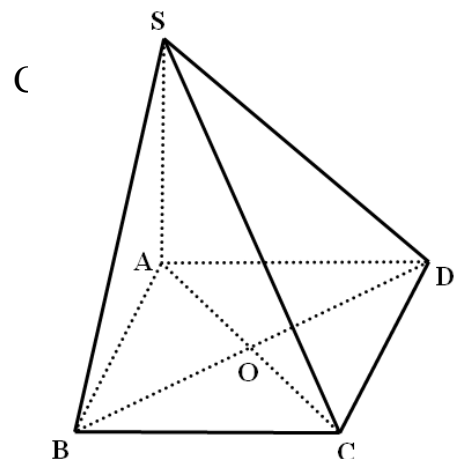
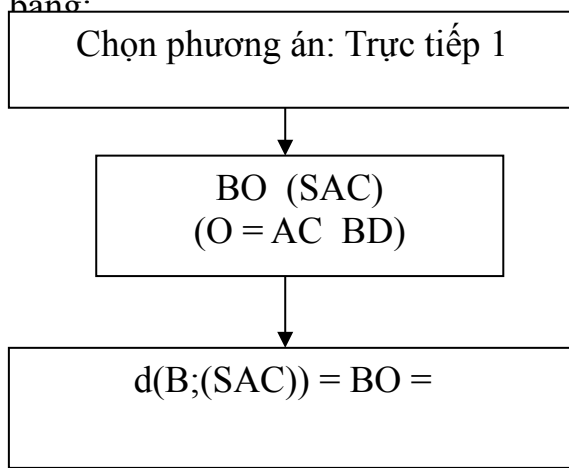
- Sơ đồ tư duy định hình hướng làm khi tiếp cận bài toán này:



Bước đầu sử dụng sơ đồ tư duy trên học sinh sẽ định hình nhanh được cách giải, áp dụng luôn công thức để tính ra đáp án mà không cần mất thời gian cho việc chứng minh quan hệ vuông góc vì phần chứng minh đã nằm trong bài toán tổng quát. Ta sẽ thấy rõ được lợi ích qua các ví dụ sau với lời giải ngắn gọn, logic và kết quả chính xác. Đây là cách rút ngắn thời gian cho việc làm bài, đảm bảo về thời gian của bài trắc nghiệm.

- Sơ đồ tư duy trong thực hành giải toán:

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) tính theo a bằng:



Học sinh gắn BO vào ΔABC để tính.

Vậy đáp án cần chọn là C.

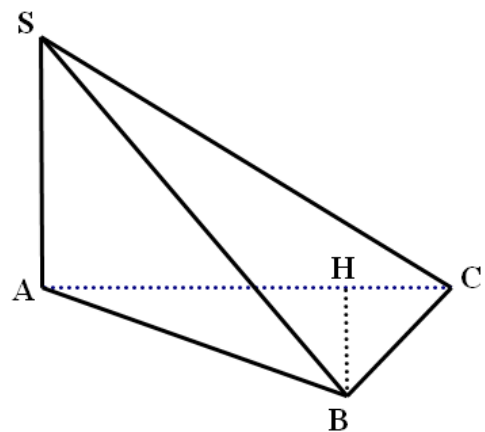
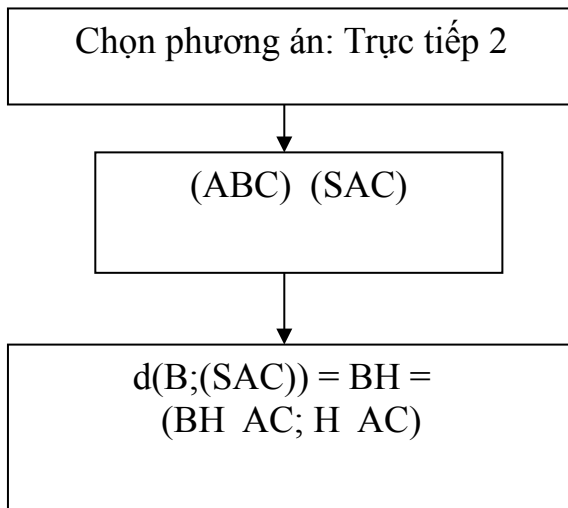
Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . ΔABC là tam giác vuông tại B . $AB = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) tính theo a bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a}{2}$

C. $a\sqrt{3}$

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$



Học sinh gắn BH vào ΔABC để tính.

Vậy đáp án cần chọn là A.

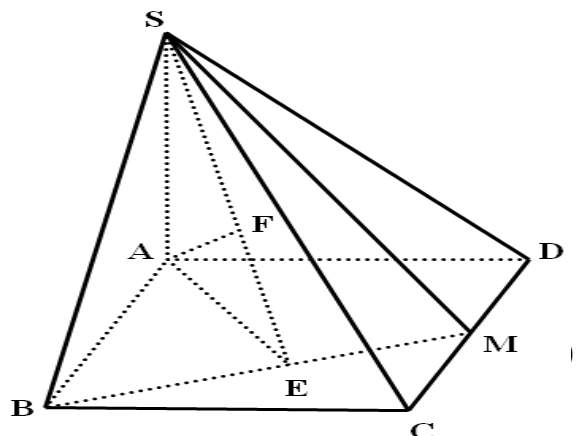
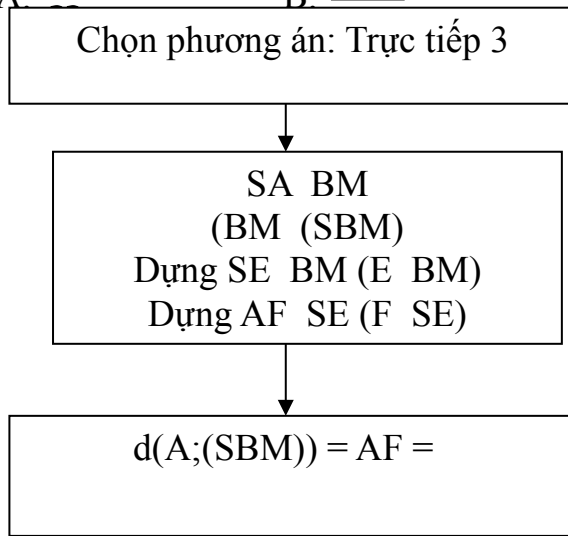
Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ với $SA = a$. M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBM) tính theo a bằng:

A. $\frac{4a}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{33}}{3}$

C. $4a\sqrt{33}$

D. $\frac{4a\sqrt{33}}{33}$



Học sinh: gán AE vào $\square ABCD$ để tính
gán AF vào $\triangle SAE$ để tính

Vậy đáp án cần chọn là D

Ví dụ 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a. Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy và $\triangle SAB$ đều. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) tính theo a bằng:

A. $a\sqrt{\frac{12}{7}}$

B. a

C. $a\sqrt{12}$

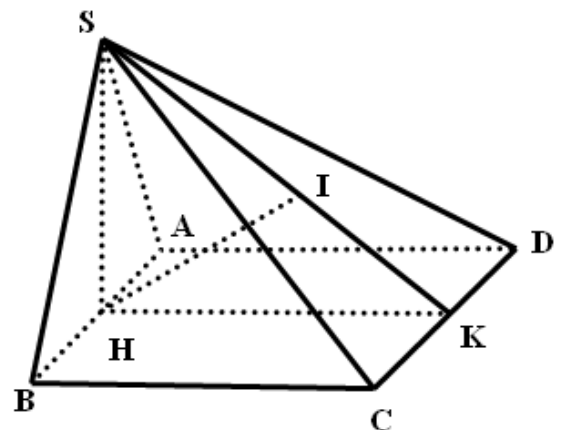
D. $\frac{a}{\sqrt{7}}$

Chọn phương án: Gián tiếp 1

$$d(A; (SCD)) = d(H; (SCD))$$

Chọn phương án: Trực tiếp 2

$$\begin{aligned} & (K \in CD: KC = KD) \\ & \text{Dựng HI} \perp SK \text{ (I} \in SK) \\ & \quad (SHK) \perp (SCD) \\ & d(H; (SCD)) = HI = \end{aligned}$$



Học sinh gán HI vào $\triangle SHK$ để tính

Vậy đáp án cần chọn là A.

Ví
vuôn

Chọn phương án: Gián tiếp 2

đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA
A = $a\sqrt{3}$. G là trọng tâm của $\triangle SAB$.

Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SAC) tính theo a bằng:

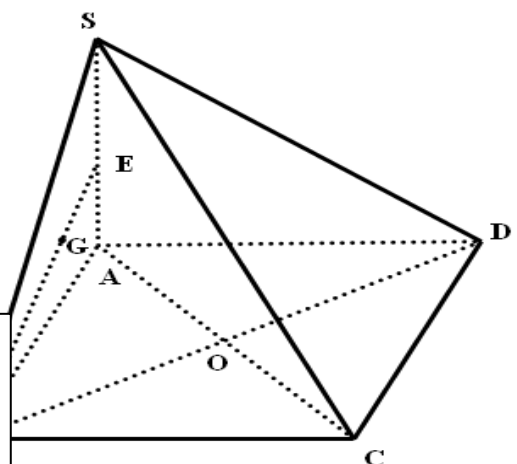
$$d(G; (SAC)) = d(B; (SAC))$$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$

D. $a\sqrt{2}$

Chọn phương án: Trực tiếp 1

$$\begin{aligned} & O = AC \cap BD; BO \perp (SAC) \\ & d(G; (SAC)) = d(B; (SAC)) = \end{aligned}$$



Học sinh tính BO trong $\square ABCD$
 Vậy đáp án cần chọn là C

Bài toán 2: Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Chỉ bằng một cách chuyển đơn giản ta có thể đưa bài toán 2 về bài toán 1 và thực hiện tính như bài toán 1. Chúng ta sẽ thấy rõ hơn qua các ví dụ cụ thể sau:

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = a\sqrt{6}$. Đáy ABCD là nửa lục giác đều nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$. Khoảng cách từ AD đến mặt phẳng (SBC) tính theo a bằng:

- A. $\frac{a}{3}$ B. $a\sqrt{6}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

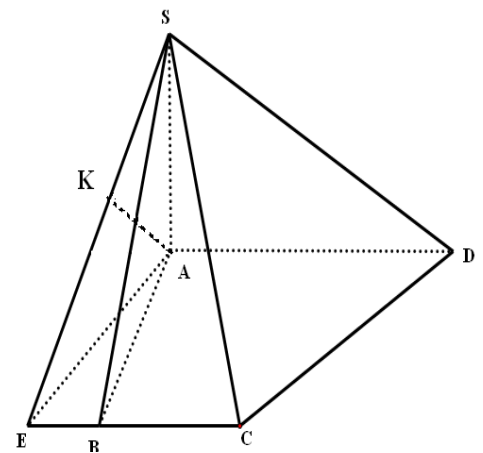
$$AD \parallel BC$$

$$d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC))$$

Chọn phương án: Trực tiếp 3

$$MN \parallel BD$$

$$d(MN; (SBC)) = d(M; (SBC))$$



Ví dụ 2: Chọn phương án: Gián tiếp 2

Cho hình chóp S.ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và $SA = 2a$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khoảng cách từ MN đến (SBC) tính theo a bằng:

$$d(M; (SBC)) = d(A; (SBC))$$

C.

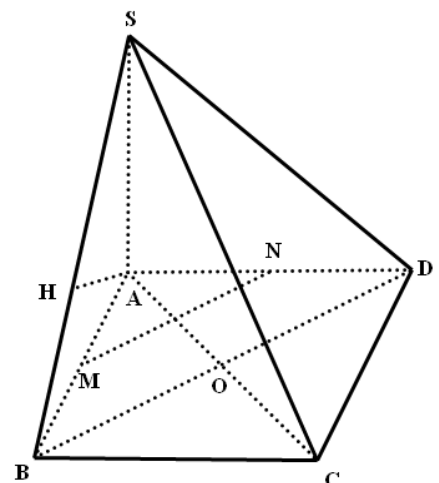
$a\sqrt{3}$

$$D. \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Chọn phương án: Trực tiếp 2

$$(SAB) \perp (SBC); (SAB) \cap (SBC) = SB$$

Dựng AH $\perp$ SB (H $\in$ SB)
 $d(A; (SBC)) = AH =$



Học sinh gắn AH vào ΔSAB đã tính
 Vậy đáp án đúng là B

Bài toán 3: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

Bài toán 3 sẽ được đưa về bài toán 1, chúng ta sẽ thấy rõ hơn thông qua các ví dụ sau:

Ví dụ 1: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông cạnh a . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, A'C', C'B'$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (DEF) tính theo a bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

B. $a\sqrt{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a}{4}$

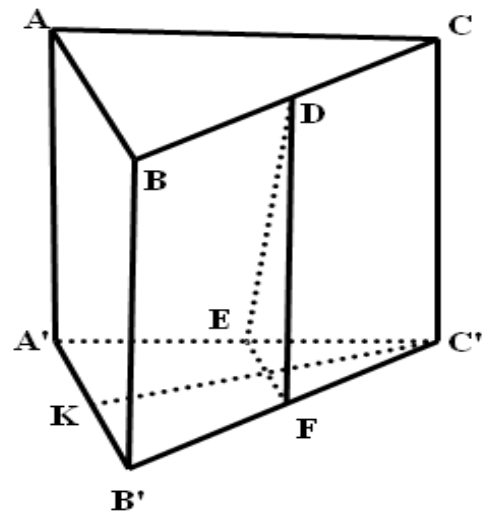
$$\begin{aligned} DF // BB'; EF // A'B' \\ \Rightarrow (ABB'A') // (DEF) \\ d((ABB'A'); (DEF)) = d(E; (ABB'A')) \end{aligned}$$

Chọn phương án: Gián tiếp 2

$$d(E; (ABB'A')) = d(C'; (ABB'A'))$$

Chọn phương án: Trực tiếp 2

$$\begin{aligned} d((ABB'A'); (DEF)) &= d(C'; (ABB'A')) \\ &= d(K; A'B': KA' = KB') \end{aligned}$$



Học sinh gắn C'K vào $\Delta C'A'B'$ để tính.
 Vậy đáp án đúng là A.

Ví dụ 2: Cho hình chóp đều SABCD cạnh đáy bằng a. Gọi E đối xứng với D qua trung điểm của AS. Gọi M, N, F lần lượt là trung điểm của AE, BC và AB. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (MNF) và (SAC) tính theo a bằng:

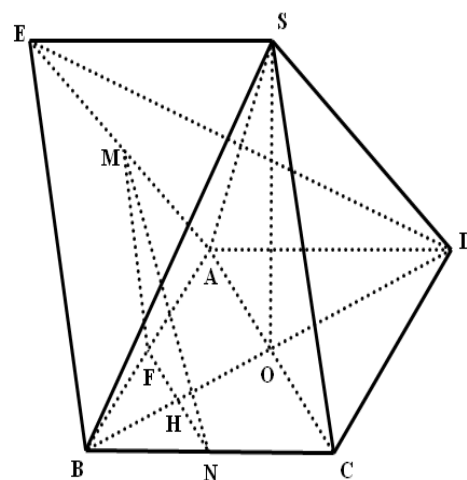
- A. a B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ C. $a\sqrt{2}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

FN // AC; MF // SC (MNF) // (SAC)
 $d((MNF);(SAC)) = d(H;(SAC))$ (H = BO FN)

Chọn phương án: Trục tiếp 1

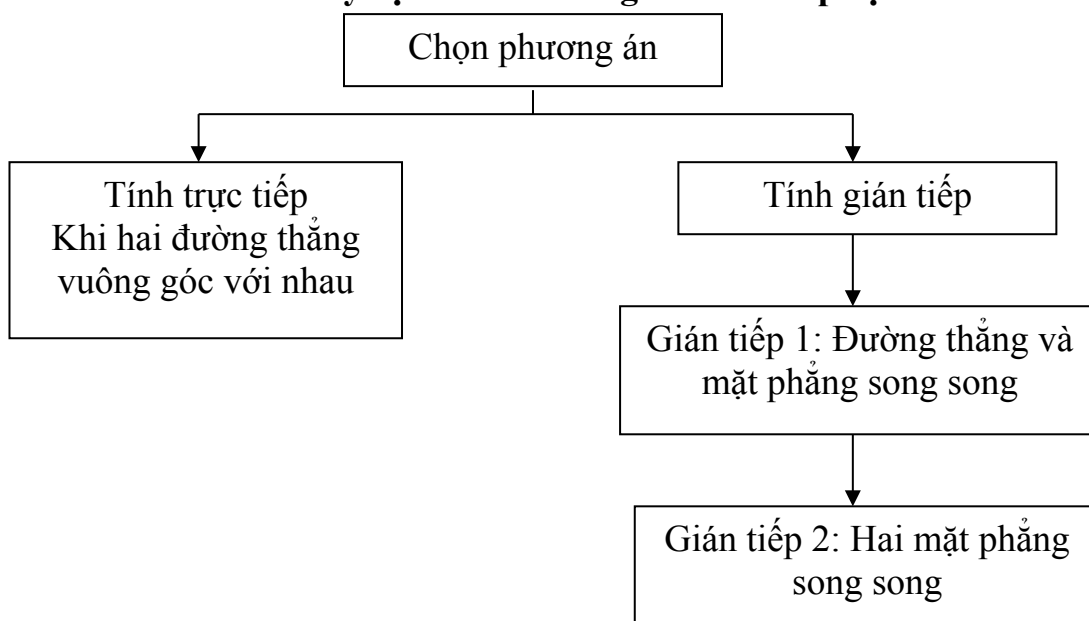
$d((MNF);(SAC)) = d(H;(SAC)) = HO =$

Học sinh tính HO trong $\square ABCD$
 Vậy đáp án đúng là B.



Bài toán 4: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

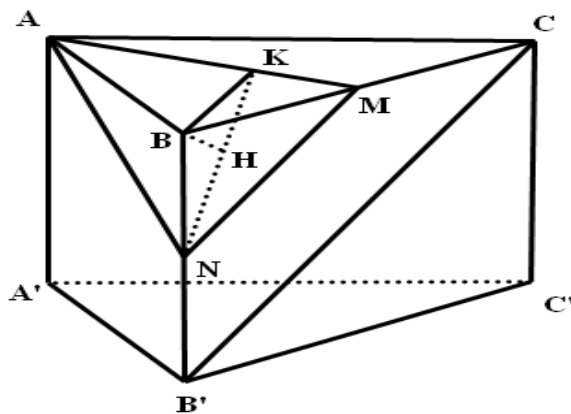
- Sơ đồ tư duy định hình hướng làm khi tiếp cận bài toán này:



- Sơ đồ tư duy trong thực hành giải toán:

Ví dụ 1: Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ đáy là tam giác vuông có $BA = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa AM và $B'C$ tính theo a bằng:

- A. a B. $\frac{a}{\sqrt{7}}$ C. $a\sqrt{7}$ D. $\frac{a}{2}$



Chọn phương án đúng:

$B'C \parallel (AMN)$ ($N \in BB'$; $NB = NB'$)
 $d(B'C; AM) = d(B'C; (AMN)) = d(B'; (AMN))$

Chọn phương án: Gián tiếp 2

$d(B'; (AMN)) = d(B; (AMN)) = BH =$
 $(NK \perp AM \text{ (K } \in AM); BH \perp NK \text{ (H } \in NK))$

Học sinh tính BH trong ΔBKN

Vậy đáp án đúng là B

Ví dụ 2: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) vuông góc với đáy và ΔSAB cân tại S . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AB . Biết góc giữa đường thẳng SN và MO bằng 60° , O là tâm của hình vuông. Tính theo a là:

Chọn phương án: Gián tiếp 1

A. $a\sqrt{85}$

B. $\frac{a}{17}$

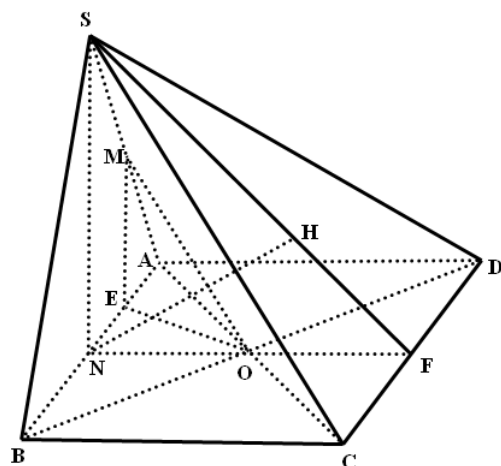
C. $\frac{a\sqrt{85}}{17}$

D. $\frac{a\sqrt{85}}{7}$

$AB \parallel (SCD)$
 $d(AB; SD) = d(AB; (SCD)) = d(N; (SCD))$

Chọn phương án: Trực tiếp 2

$d(N; (SCD)) = NH =$
 $(F = NO \cap CD; NH \perp SF \text{ (H } \in SF))$



Học sinh tính NH trong ΔSNF với các cạnh tính được qua tính các cạnh của ΔMEO với $\angle MOE = 60^\circ$, E là trung điểm của AN

Vậy đáp án đúng là C.

Ví dụ 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a}{\sqrt{19}}$

B. $a\sqrt{12}$

C. $a\sqrt{\frac{12}{19}}$

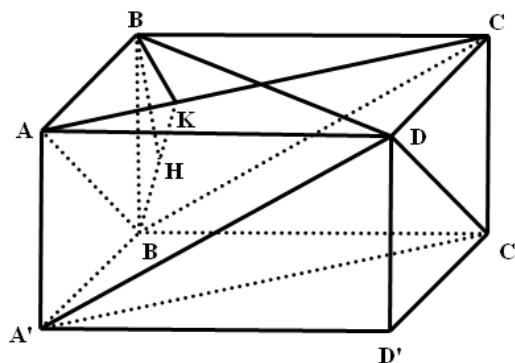
D. $2a$

Chọn phương án: Gián tiếp 2

$$d(AC; A'D) = d((AB'C); (DA'C')) = d(D; (ACB'))$$

Chọn phương án: Gián tiếp 2

$$d(D; (AB'C)) = d(B; (AB'C)) = BH = B'K \quad AC \cap B'E = F \quad B'E \cap AC = K$$



Học sinh gắn BH vào $\Delta BB'K$ để tính.

Vậy đáp án đúng là C.

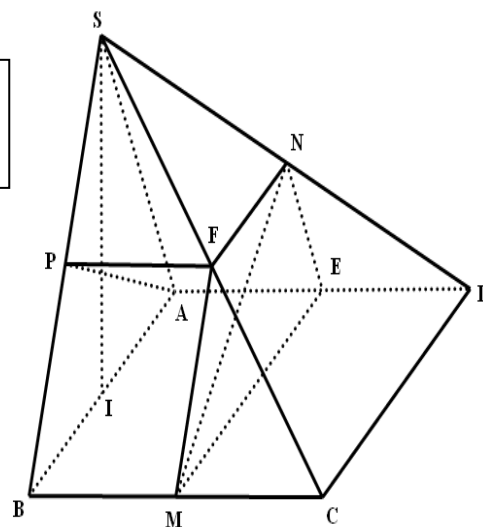
Ví dụ 4: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , I là trung điểm của AB . Dựng IS vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. $IS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC , CD , DA . Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AP tính theo a bằng:

Chọn phương án: Gián tiếp 2

$$d(AP; MN) = d((SAB); (MFNE)) = d(E; (SAB)) \quad (E \in AD: EA = ED; F \in SC: FS = FC)$$

Chọn phương án: Trực tiếp 2

$$d(E; (SAB)) = EA =$$



Học sinh tính EA trong $\square ABCD$

Vậy đáp án đúng là D

Ví dụ 5: Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), SA = a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC tính theo a bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

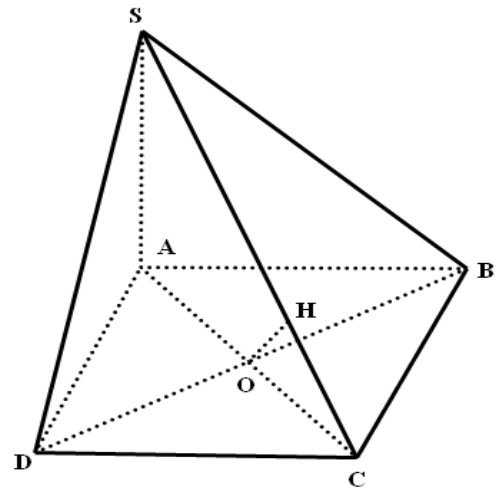
B. $a\sqrt{6}$

C. $\frac{a}{6}$

D. $\frac{a}{2}$

Chọn phương án: Trục tiếp

$$\begin{aligned} &BD \parallel SC \\ &d(BD; SC) = OH = \\ &OH \perp SC (H \in SC) \end{aligned}$$



Học sinh gắn OH vào $\triangle OHC$ sử dụng $\triangle OHC \sim \triangle SAC$ để tính.

Vậy đáp án đúng là A

Ví dụ 6: Cho hình chóp SABCD có SA vuông góc với (ABC) và $SA = a\sqrt{2}$. $\triangle ABC$ vuông tại B, $AB = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC tính theo a bằng:

A. $\frac{a}{\sqrt{3}}$

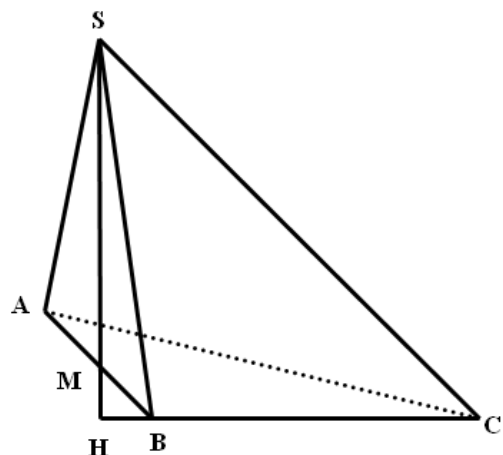
B. $2a$

C. a

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Chọn phương án: Trục tiếp

$$\begin{aligned} &SM \parallel BC \\ &d(SM; BC) = BH = \\ &BH \perp SM (H \in SM) \end{aligned}$$



Học sinh gắn BH vào ΔSAB và sử dụng tam giác đồng dạng để tính.

Vậy đáp án là D

4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm:

Trong quá trình giảng dạy, bồi dưỡng học sinh dự thi học sinh giỏi, phụ đạo học sinh yếu kém, tôi đã tích lũy được một số kinh nghiệm sử dụng sơ đồ tư duy trong giải toán, đặc biệt tôi đã áp dụng cụ thể trong việc giảng dạy bộ môn hình học không gian lớp 11. Đây thực sự là một tài liệu hữu ích đã được tôi kiểm chứng thực tế và cho kết quả tốt.

Thường thì các em học sinh có học lực khá và giỏi sẽ giải quyết tương đối tốt bài toán đặt ra, tuy nhiên lời giải còn chưa ngắn gọn, xúc tích. Dựa vào học sinh giỏi, giáo viên có thể tổng kết thành các bước làm cụ thể. Thông qua hoạt động nhóm các em có học lực tốt sẽ giúp đỡ các bạn có học lực yếu kém và trung bình. Các bài toán tổng quát với sơ đồ tư duy sẽ giúp cho các em tìm thấy hướng đi của mình và kết quả tương đối khả quan:

Kiểm chứng trên lớp với 45 học sinh 11 A₁ năm học 2016 – 2017 thu được kết quả sau:

Nhận biết(nắm vững lý thuyết)		Thông hiểu(có thể vận dụng lý thuyết để giải toán)		Vận dụng linh hoạt (giải được đa số các bài tập đưa ra)	
Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm
45	100%	40	88,9%	35	77,8%

Về thời gian thu được kết quả sau:

1,8 phút / 1 bài		Từ 2 phút/ 1 bài đến 5 phút/ 1 bài		Từ 5 phút/ 1 bài đến 10 phút/ 1 bài		Trên 10 phút / 1 bài	
Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm	Số học sinh	Phần trăm
15	33,3%	20	44,4%	5	11,15%	5	11,15%

III. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

1. Kết luận:

Trên đây tôi đã giới thiệu một số phương pháp giải toán trắc nghiệm hình học không gian lớp 11 chuyên đề các bài toán khoảng cách. Tôi đã áp dụng trực tiếp đối với học sinh mà mình dạy, thấy học sinh thực hiện lời giải nhanh hơn và kết quả tính toán chính xác hơn.

2. Kiến nghị:

Tuy nhiên vì thời gian thực hiện sáng kiến kinh nghiệm eo hẹp và quy định hạn hẹp của số trang trong một sáng kiến kinh nghiệm nên không tránh được những sai sót khi thực hiện đề tài. Mong được sự góp ý của các bạn đồng nghiệp để sáng kiến kinh nghiệm được hoàn chỉnh hơn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày 20 tháng 5 năm 2017

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết, không sao chép nội dung của
người khác.

Hà Thị Thu Hồng