

BÀI 27. THỂ TÍCH

CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3 , đáy ABC có diện tích bằng 10 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.10.3 = 10$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3 , đáy ABC có diện tích bằng 10 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 15. B. 10. C. 2. D. 30.

Lời giải

Chọn B

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3}.3.10 = 10$.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5 , đáy ABC có diện tích bằng 6 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 11. B. 10. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn B

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.6.5 = 10$

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5 , đáy ABC có diện tích bằng 6 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.5.6 = 10$.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 42. B. 126. C. 14. D. 56.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.7.6 = 14$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

Lời giải

Chọn D

Định nghĩa thể tích khối lăng trụ là $V = Bh$.

Câu 7. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = B.h = 3a^2 . 2a = 6a^3$.

Câu 8. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6 . B. 8 . C. 4 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 9. Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước $3; 4; 5$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A. 10 . B. 20 . C. 12 . D. 60 .

Lời giải

Chọn D.

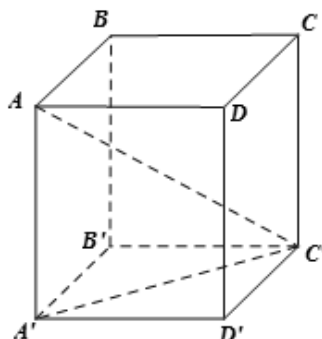
Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V = 3.4.5 = 60$

Câu 10. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x; (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 11. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

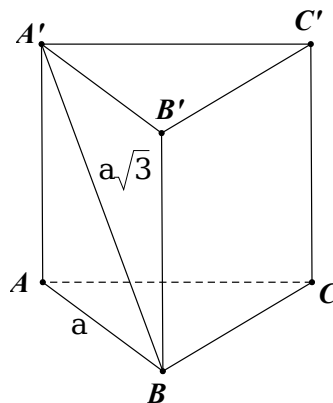
Thể tích $V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3}{6}$ C. $\frac{a^3}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $AA' = \sqrt{A'B'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

Lời giải

Chọn A

$V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

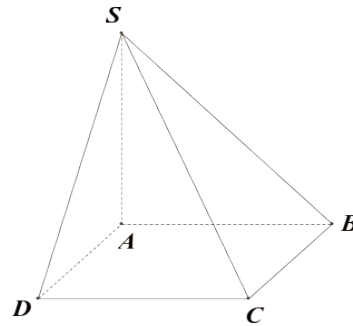
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 15. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 32$

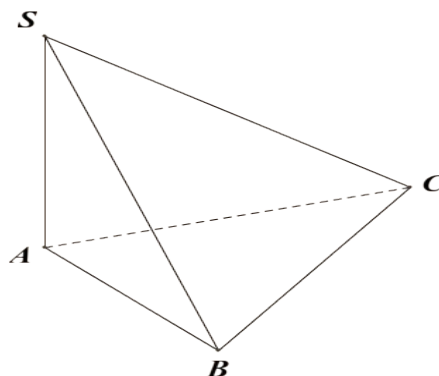
B. $V = 192$

C. $V = 40$

D. $V = 24$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ suy ra $\triangle ABC$ vuông tại A . $S_{ABC} = 24$, $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = 32$

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

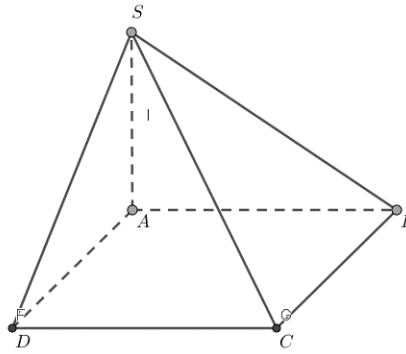
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $\sqrt{2}a^3$

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{ABCD} = a^2$. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

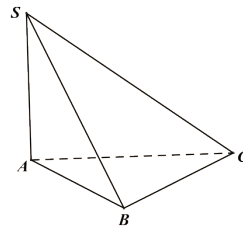
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $2a\sqrt{3}$.

Lời giải



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a}{4}$

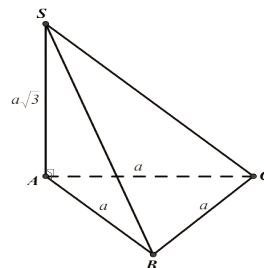
B. $\frac{a^3}{2}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn C



Ta có SA là đường cao hình chóp

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

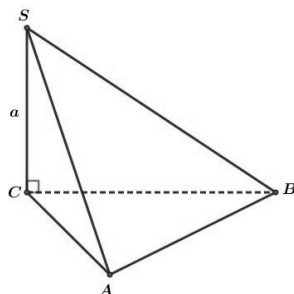
Vậy thể tích cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn D



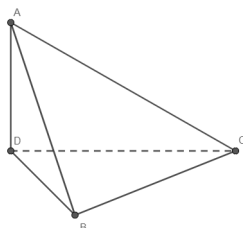
$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD = 10, AB = 10, BC = 24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = 1200$ B. $V = 960$ C. $V = 400$ D. $V = \frac{1300}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AD \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} 10 \cdot 10 \cdot 24 = 400$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{6}$ B. $V = \frac{a^3}{2}$ C. $V = \frac{2a^3}{3}$ D. $V = 2a^3$

Lời giải

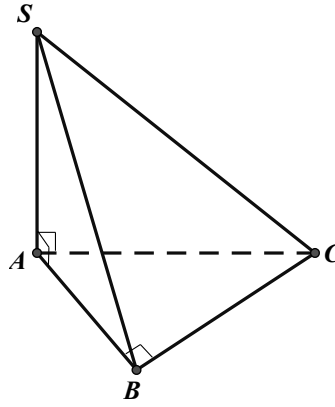
Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \cdot 2a = 2a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3}$

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{2a^3}{3}$

Lời giải



Ta có $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot a \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

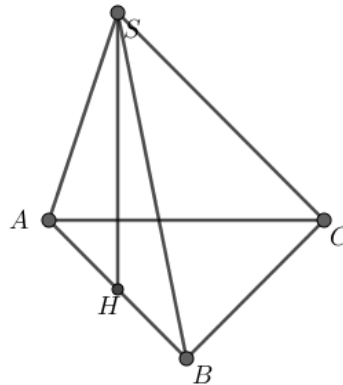
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

D. $V = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = a\sqrt{3}$

$$AB = 2a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} (2a)^2 = 2a^2$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} 2a^2 a\sqrt{3} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

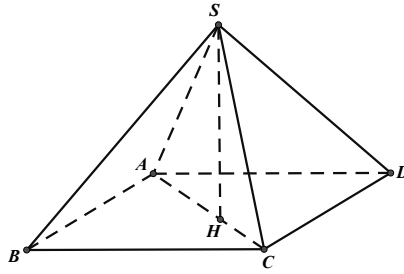
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$

Lời giải



Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$ suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$AC = 2a$, tam giác SAC vuông ở S , góc $SAC = 60^\circ$ nên $SA = a, SC = a\sqrt{3}, SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

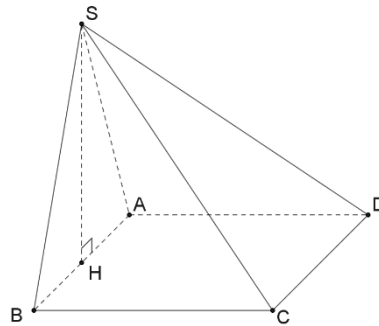
Thể tích hình chóp là $V = \frac{1}{3}(a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , ta có $SH \perp AB$.

Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng AB nên $SH \perp (ABCD)$.

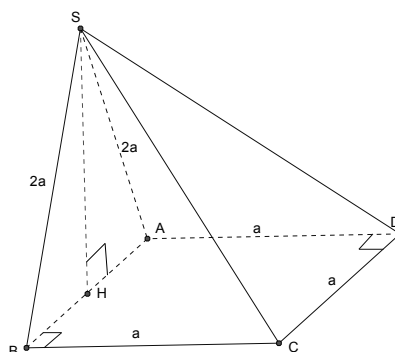
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB .

Theo đề, tam giác SAB cân tại S nên suy ra $SH \perp AB$.

Mặt khác, tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác SHA vuông tại H .

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

Diện tích hình vuông là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp. Biết rằng $AB = a\sqrt{3}; AC = a$.

A. $\frac{a^3}{2}$

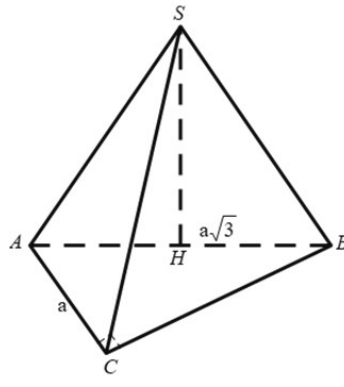
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng (SAB) . Gọi H là trung điểm của AB .

ΔSAB đều $\Rightarrow SH \perp AB$.

Ta có:

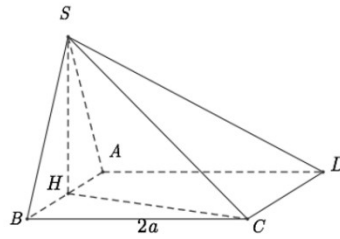
$$\left. \begin{array}{l} SH \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \perp (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

$$\Delta SAB \text{ đều } AB = a\sqrt{3} \Rightarrow SH = \frac{3a}{2}$$

$$\Delta ABC \text{ là tam giác vuông cân tại } C \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Gọi α là góc giữa SC và mặt đáy, tính $\tan \alpha$.



- A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Dựng $SH \perp AB$, do $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \alpha = \angle SCH$.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow \frac{1}{3} SH \cdot 4a^2 = \frac{4a^3}{3} \Rightarrow SH = a$.

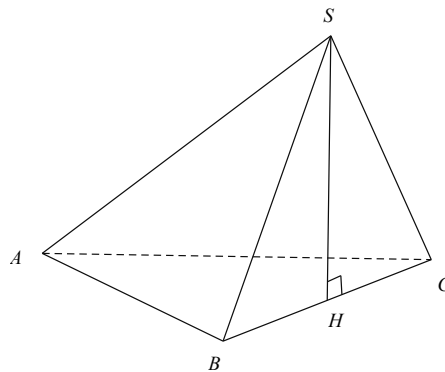
Do $\triangle SAB$ cân tại S nên H là trung điểm của $AB \Rightarrow HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$.

$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \angle SCH = \frac{SH}{HC} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Xét tam giác ABC vuông tại A có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a$.

H là trung điểm của BC nên $BH = a$.

Xét tam giác SBH vuông tại H có: $SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a$.

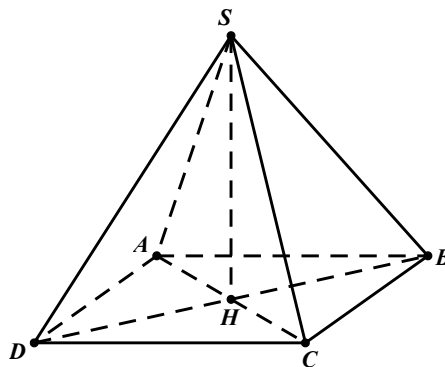
Diện tích đáy ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} a^2 \sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Giả sử khối chóp tứ giác đều đã cho là $S.ABCD$. Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp (ABCD)$ nên SH là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$. Tính SH :

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Nhận thấy $AC^2 = SA^2 + SC^2$ nên tam giác SAC vuông tại S . Suy ra $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 31. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$

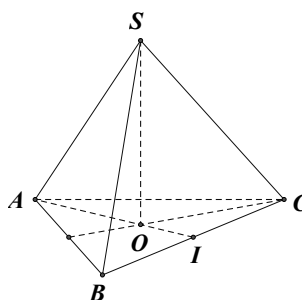
B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$

C. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$

D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn D



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC , khi đó AI là đường cao của tam giác

đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO = \frac{2}{3} AI = \frac{2a\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 32. Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

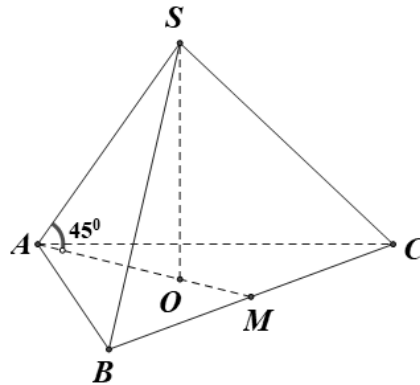
B. $\frac{a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{36}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn B



+ $(SA; (ABC)) = \angle SAO = 45^\circ$

+ $SO = AO \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

+ $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$

Câu 33. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

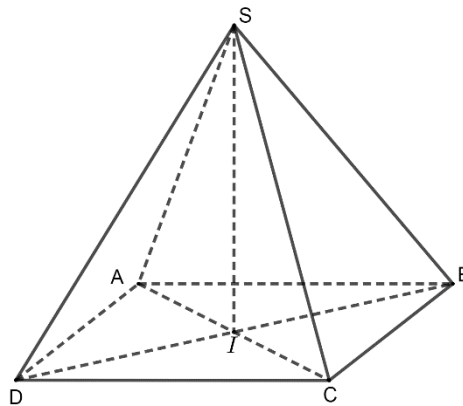
B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là $S.ABCD$ và I tâm của đáy ta có:
 $SA = SC = BA = BC = DA = DC \Rightarrow \Delta SAC = \Delta BAC = \Delta DBC \Rightarrow \Delta SAC; \Delta BAC; \Delta DAC$ lần lượt
 vuông tại S, B, D .

I là trung điểm của AC suy ra $SI = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} 2a \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} (2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 34. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

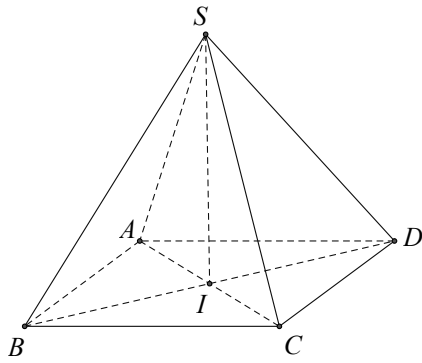
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn D



$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

Chiều cao của khối chóp:

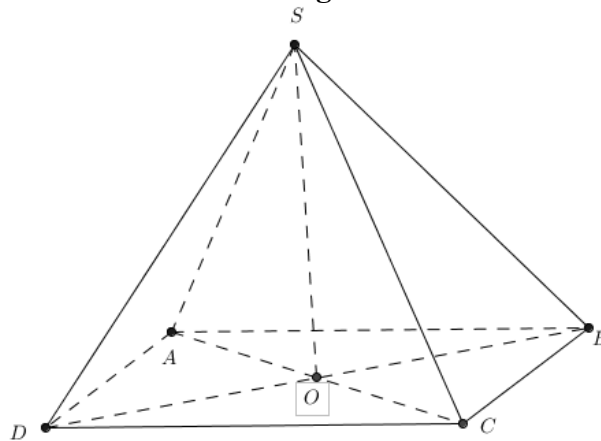
$$V = \frac{1}{3} SI S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$$

Thể tích khối chóp:

Câu 35. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $4\sqrt{5}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. **D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.**

Lời giải



$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 4a^2; \quad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}$$

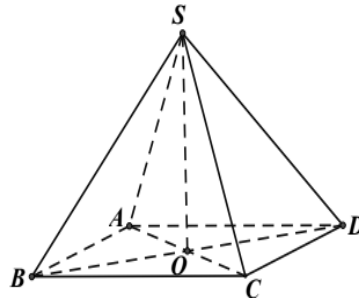
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3} \cdot 4a^2}{3} = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

- A. $V = 9a^3$ B. $V = 2a^3$ C. $V = 3a^3$ **D. $V = 6a^3$**

Lời giải

Chọn D



Diện tích đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{6})^2 = 6a^2$.

Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SD}, (ABCD) = \widehat{SDO} \Rightarrow \widehat{SDO} = 60^\circ$

$ABCD$ là hình vuông suy ra $DO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{1}{2}a\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $SOD : SO = DO \cdot \tan \widehat{SDO} = a\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 6a^2 = 6a^3$.

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối $SBCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

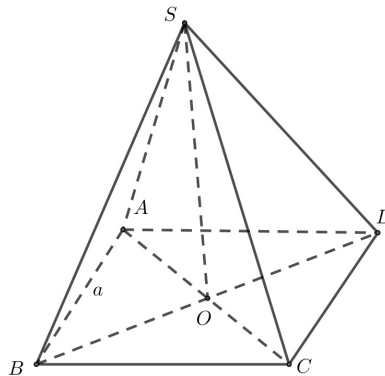
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$. Do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$ suy ra OA là hình chiếu vuông góc của SA trên mp $(ABCD) \Rightarrow (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, OA}) = \widehat{SAO} = 60^\circ$.

Ta có $SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; $S_{BCD} = \frac{a^2}{2}$.

Từ đó, $V_{SBCD} = \frac{1}{3} SO S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 38. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a , các mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

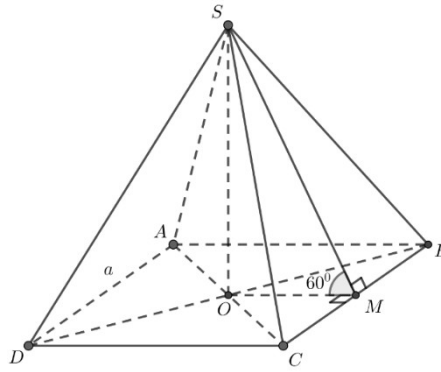
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC , Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\angle SMO = 60^\circ$.

Xét $\triangle SOM$ có $OM = \frac{a}{2}$, $\angle SMO = 60^\circ$ thì $SO = OM \cdot \tan \angle SMO = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ (đvtt). Đáp án được chọn là **C**.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2CD, AD = CD = a\sqrt{2}, AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $12a^3$.

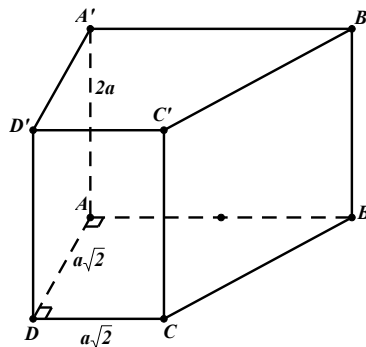
B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích hình thang $ABCD$ là:

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} = \frac{(2CD + CD) \cdot AD}{2} = \frac{3CD \cdot AD}{2} = \frac{3 \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{2} = 3a^2.$$

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V = S_{ABCD} \cdot AA' = 3a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Câu 40. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết $AA' = 2a; AB = 3a; AC = 4a$ và $AB \perp AC$.

A. $12a^3$.

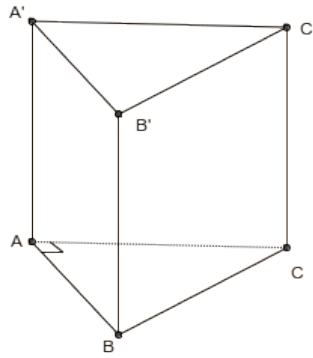
B. $4a^3$.

C. $24a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải

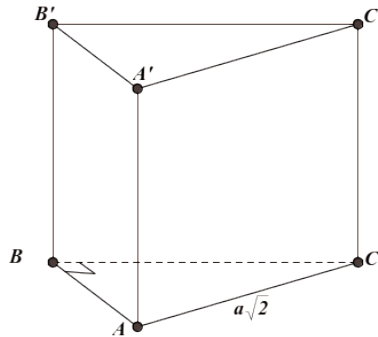
Chọn A



Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 3a \cdot 4a = 6a^2$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 12a^3$

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích lăng trụ



A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Trong $\triangle ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = (a\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow AB = BC = a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot BB' = \frac{a^3}{2}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $4a^3$.

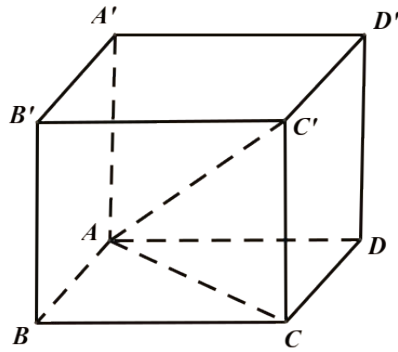
B. $3a^3$.

C. $2a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn A

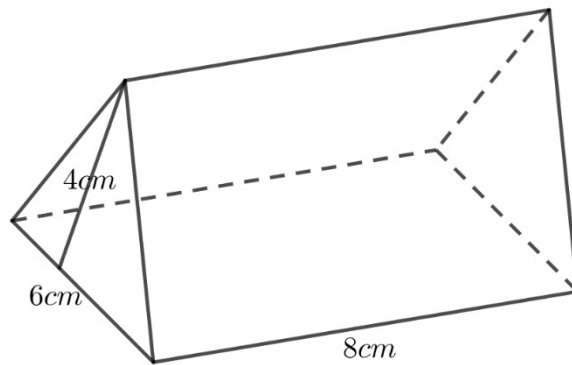


Ta có: $AC^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$ và $AA'^2 = 4a^2$ và $AA' = 2a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2a = 4a^3$$

Câu 43. Cho khối đa diện (kích thước như hình vẽ bên) được tạo bởi ba hình chữ nhật và hai tam giác bằng nhau.



Tính thể tích khối đa diện đã cho.

A. $48cm^3$.

B. $192cm^3$.

C. $32cm^3$.

D. $96cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết, suy ra khối đa diện là một khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác và các mặt bên là hình chữ nhật.

$$V = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot 8 = 96 (cm^3)$$

Thể tích khối đa diện là

Câu 44. Cho khối chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a . Biết $\angle ASC = 90^\circ$, tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

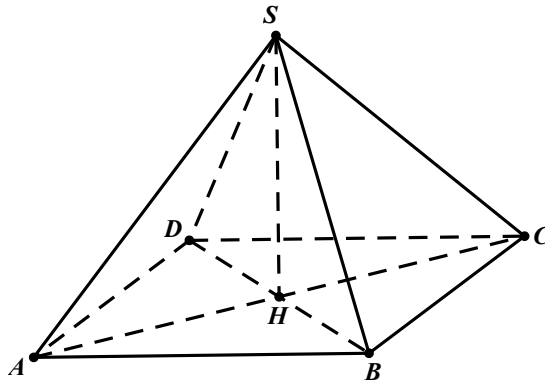
B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $S_{ABCD} = a^2$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$. Tam giác ASC là tam giác vuông, H là trung điểm của

$$AC \text{ nên } SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 45. Cho hình chóp cắt tam giác, trong đó 2 mặt đáy là 2 tam giác đều có cạnh lần lượt là 4cm và 2cm , chiều cao hình chóp là 6cm . Yêu cầu hãy tính thể tích của hình chóp cắt đó.

- A. $14\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

Lời giải

Để tính được thể tích hình chóp cắt theo yêu cầu, bạn cần phải tính được diện tích của 2 tam giác mặt đáy.

Theo đó diện tích của 2 tam giác đáy là:

$$S_1 = 4^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$$

$$S_2 = 2^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp cắt ta có:

$$\begin{aligned} V &= \frac{6}{3} (4\sqrt{3} + \sqrt{(4\sqrt{3})\sqrt{3}} + \sqrt{3}) = 2(4\sqrt{3} + \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}(4 + 2 + 1) = 14\sqrt{3} (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Câu 46. Tính thể tích của hình chóp cắt đều có đáy lớn là hình vuông, cạnh 6cm , đáy nhỏ là hình vuông cạnh 3cm và chiều cao của hình chóp cắt là 4cm .

- A. 84 B. 32 C. 12 D. 96

Lời giải

Trước khi tính thể tích hình chóp cắt bạn cần phải tính được diện tích đáy lớn, đáy bé của hình chóp cắt. Theo đó diện tích của 2 mặt lần lượt là:

$$S_{\text{đáy lớn}} = 6.6 = 36$$

$$S_{\text{đáy bé}} = 3.3 = 9$$

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp cắt ta có:

$$V = \frac{4}{3} (36 + \sqrt{36 \cdot 9} + 9) = 84 (\text{cm}^3)$$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 47. Cho một chậu nước hình chóp cụt đều (hình vẽ) có chiều cao bằng $3dm$, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng $2dm$ và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng $1dm$. Tính thể tích của chậu nước

- A. $\frac{21\sqrt{3}}{2}dm^3$
 B. $\frac{21\sqrt{2}}{4}dm^3$
 C. $\frac{21}{2}dm^3$
 D. $\frac{21\sqrt{6}}{4}dm^3$

Lời giải

$$S_1 = 6 \left(\frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \right) = 6\sqrt{3}, S_2 = 6 \left(\frac{1^2 \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

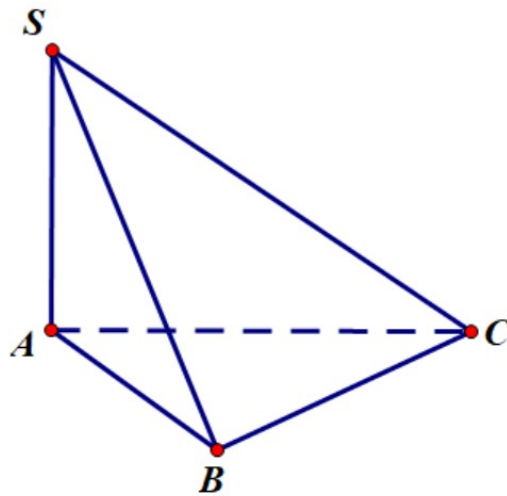
Diện tích đáy của chậu bằng

Chiều cao của chậu bằng $h = 3$.

$$V_0 = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{3}{3} \left(6\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \sqrt{6\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}} \right) = \frac{21\sqrt{3}}{2}dm^3$$

Thể tích của chậu bằng

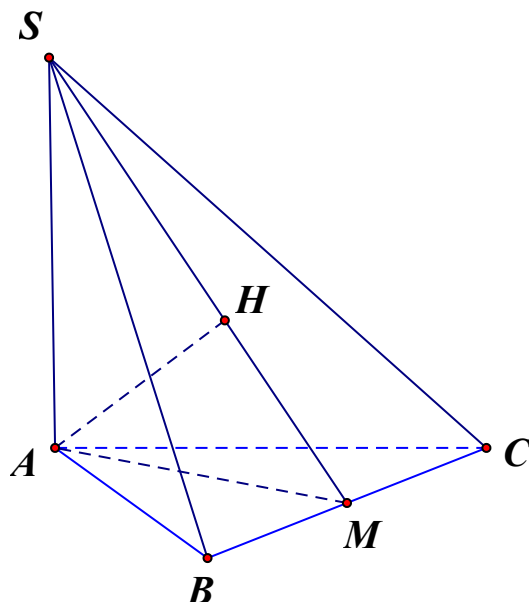
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $AH \perp SM$ tại H thì $AH \perp (SBC)$. Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng

$\angle ASH = \angle ASM = 45^\circ$. Do đó, $\triangle SAM$ vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 49. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$

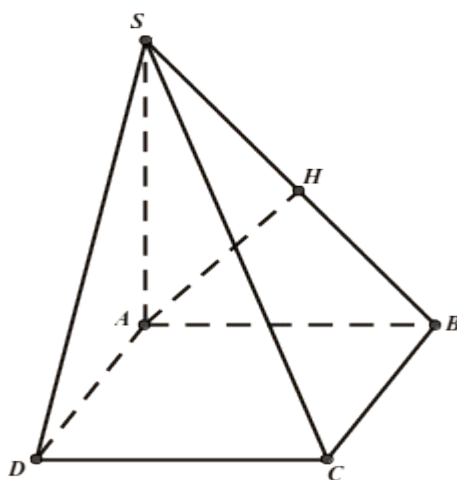
B. a^3

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

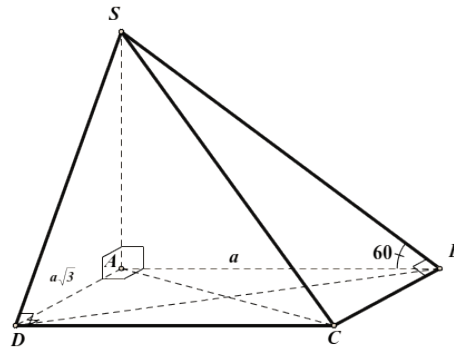
Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 50. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{array} \right. \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB, AB) = \angle SBA$$

Vì $\angle SBA = 60^\circ$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

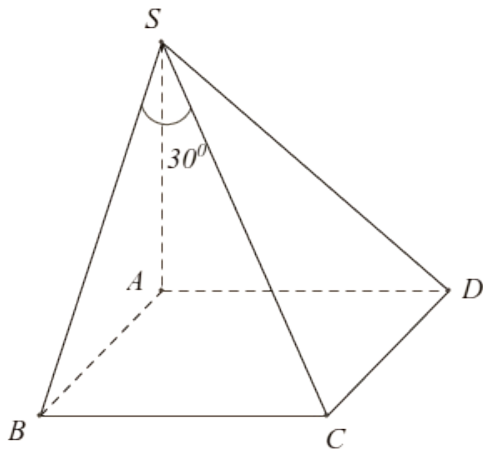
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD} = a^2$

+) Chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $\angle CSB = 30^\circ$.

+) Đặt $SA = x \Rightarrow SB = \sqrt{x^2 + a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan \angle CSA = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{SB}$

Ta được: $SB = BC\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy,

biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+ $\triangle ABC$ vuông cân tại $C, AB = 4a$ suy ra $AC = BC = 2a\sqrt{2}$.

Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 4a^2$.

+ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

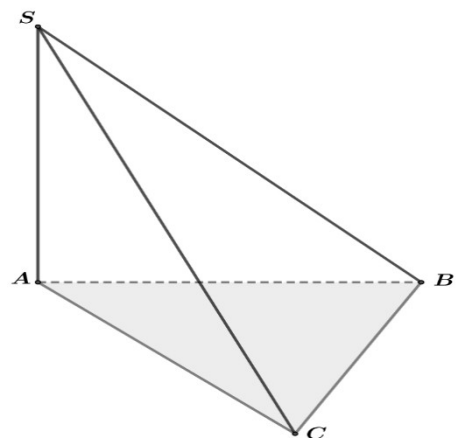
$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(6a)^2 - (4a)^2} = 2a\sqrt{5}$.

+ Khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot 2a\sqrt{5} = \frac{8a^3\sqrt{5}}{3}$

$$\frac{a^3}{3V} = \frac{a^3}{\frac{8a^3\sqrt{5}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{40}.$$

Vậy tỷ số:



Câu 53. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$

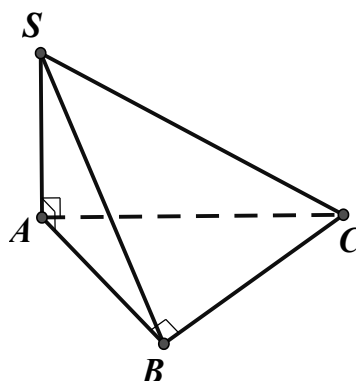
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Chọn A



ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

$(\overline{SB}, (ABC)) = (\overline{SB}, AB) = 45^\circ$ nên tam giác SAB vuông cân tại $S \Rightarrow SA = AB = a$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{18}$$

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Kẻ $AE \perp BD$

$$(\overline{SD}, (ABCD)) = \angle SEA = 60^\circ$$

Xét ΔABD vuông tại A

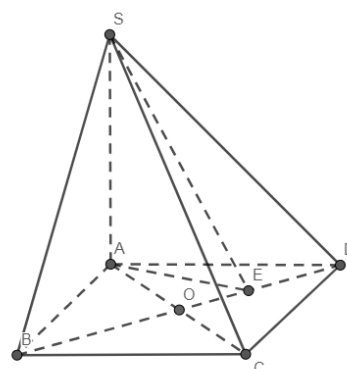
$$AE = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Xét ΔSAE vuông tại A

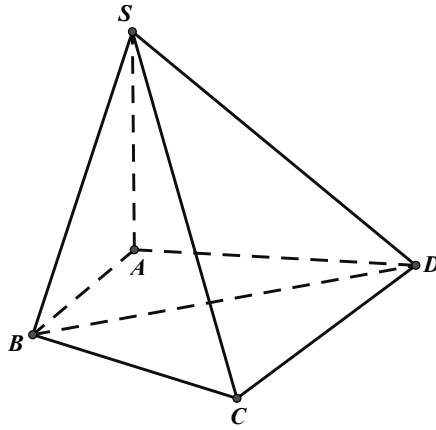
$$SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$$V = \frac{1}{3} S_{ASABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$$



Câu 55. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$, góc $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



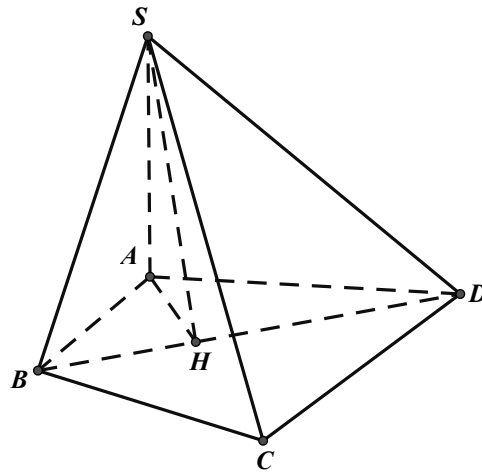
A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$

B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$

C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$

D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Lời giải



Có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow 66\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABCD} = 44\sqrt{3}$

Suy ra $\frac{1}{2} AB \cdot AD + \frac{1}{2} BC \cdot CD = 44\sqrt{3} \Leftrightarrow 5AD + 3CD = 44$ (1)

Áp dụng định lý Pitago trong 2 tam giác vuông $ABD; BCD$, ta có:

$AB^2 + AD^2 = BD^2 = BC^2 + CD^2 \Leftrightarrow CD^2 - AD^2 = 48$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} AD = 4 \\ AD = \frac{47}{2} \end{cases}$

$AD = \frac{47}{2}$ không thỏa mãn do từ (1) ta có: $AD < \frac{44}{5} \Rightarrow AD = 4$

Trong tam giác ABD , dựng $AH \perp BD$ lại có $SA \perp BD \Rightarrow BD \perp SH$.

Vậy góc giữa (SBD) và đáy là góc $\widehat{SHA}$.

Để tính $BD = \sqrt{91}, AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{20\sqrt{273}}{91}, \cot \widehat{SHA} = \frac{AH}{SA} = \frac{20\sqrt{273}}{819}$

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

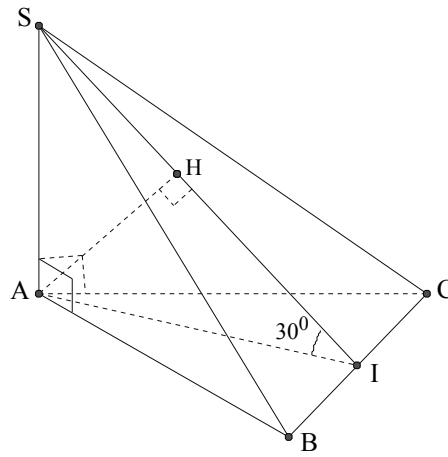
A. $\frac{8a^3}{9}$

B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

D. $\frac{4a^3}{9}$

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC suy ra góc giữa mp (SBC) và mp (ABC) là $\angle SIA = 30^\circ$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = 2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x , mà AI là đường cao suy ra $2a = x \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

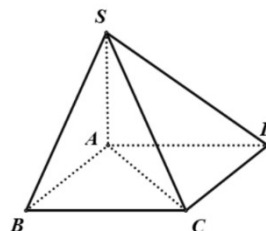
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{8a^3}{9}$.

Câu 57. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$.

- A. $V_{S.ABCD} = a^3$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Chọn B



Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Mà $(SAB) \cap (SAD) = SA$ nên $SA \perp (ABCD)$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$; $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AA', BB' và G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (MNG) cắt CA, CB lần lượt tại E, F . Thể tích của khối đa diện có sáu đỉnh A, B, M, N, E, F bằng

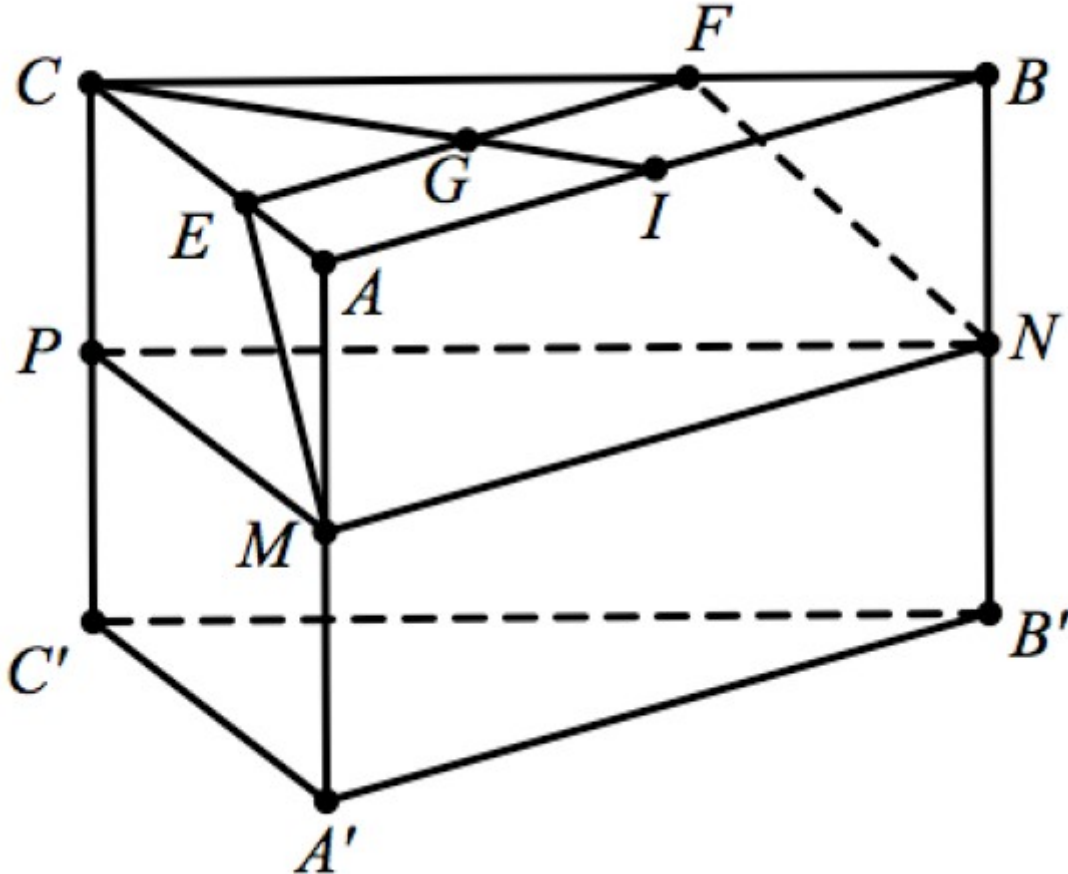
A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{27}$

C. $\frac{2a^3}{27}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{7}$

Lời giải



Do $MN \parallel (ABC) \Rightarrow (MNG) \cap (ABC) = EF \parallel AB$. Gọi P là trung điểm CC' . Ta có $MNP.EFC$ là một chóp cụt.

$$V_{ABNMEF} = V_{ABC.MNP} - V_{MNP.EFC} = \frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'} - \frac{CP}{3}(S_{MNP} + S_{EFC} + \sqrt{S_{MNP}S_{EFC}})$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \right) (2a) - \frac{a}{3} \left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4} + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{\sqrt{3}a^2}{4} + \sqrt{\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{\sqrt{3}a^2}{4}} \right) = \frac{2\sqrt{3}a^3}{27}$$

Trong đó $S_{MNP} = S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$; $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CI} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta CEF \sim \Delta CAB$

tỉ số $\frac{2}{3} \Rightarrow S_{CEF} = \left(\frac{2}{3} \right)^2 S_{CAB} = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

Hoặc $S_{CEF} = \frac{1}{2}CE \cdot CF \cdot \sin \angle ECF = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{9}$

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

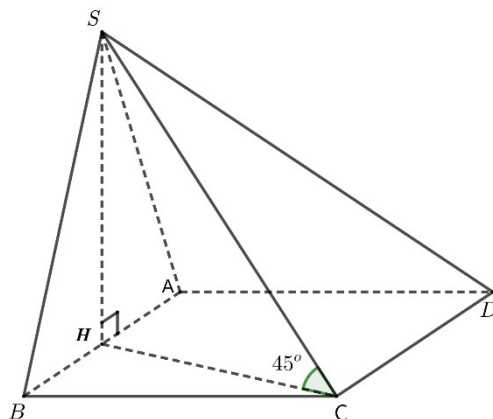
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB , ΔSAB cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB); SH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$(\angle SC, (ABCD)) = \angle SCH = 45^\circ \Rightarrow \Delta SHC \text{ vuông cân tại } H$$

$$\Rightarrow SH = HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}; S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$$

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

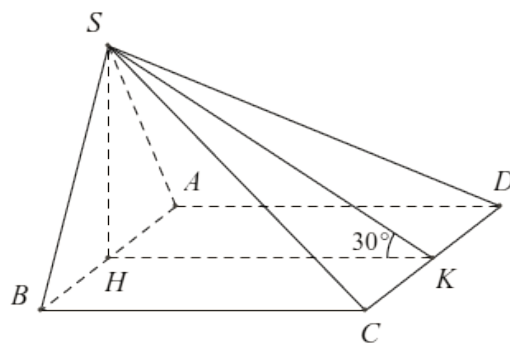
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$

D. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD .

Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $\left((SCD), (ABCD) \right) = \angle SKH = 30^\circ$

Xét $\triangle SHK$ vuông tại H , có $HK = \frac{SH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3a}{2}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 61. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $h = \frac{4}{3}a$

B. $h = \frac{3}{2}a$

C. $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Lời giải

Chọn A

Gọi H là trung điểm của AD . Nên $SH \perp AD$

$$\begin{cases} (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ AD \perp SH \end{cases}$$

Ta có: $S_{ABCD} = 2a^2$

$$\Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{4a^3}{3}}{2a^2} = 2a$$

Gọi I là hình chiếu của H lên SD

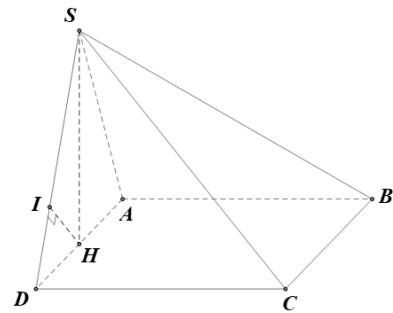
$$d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = 2d(H; (SCD)) = 2IH$$

$$IH = \frac{SH \cdot HD}{SD} = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{2}{3}a$$

Mà

$$d(B; (SCD)) = \frac{4}{3}a$$

Vậy



Câu 62. 111Equation Chapter 1 Section 1 Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$

B. $h = \frac{2}{3}a$

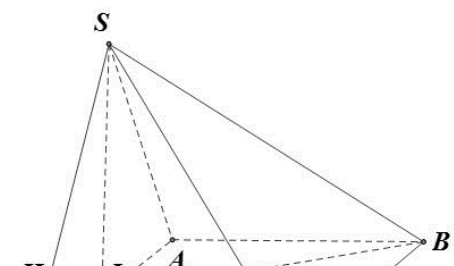
C. $h = \frac{4}{3}a$

D. $h = \frac{8}{3}a$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AD . Tam giác SAD cân tại S
 $\Rightarrow SI \perp AD$



$$\left\{ \begin{array}{l} SI \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{array} \right. \Rightarrow SI \perp (ABCD)$$

Ta có

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

$$\text{Theo giả thiết } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3} a^3 = \frac{1}{3} SI \cdot 2a^2 \Leftrightarrow SI = 2a$$

Vì AB song song với (SCD)

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD .

$$\text{Mặt khác } \left\{ \begin{array}{l} SI \perp DC \\ ID \perp DC \end{array} \right. \Rightarrow IH \perp DC \quad \text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} IH \perp SD \\ IH \perp DC \end{array} \right. \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I, (SCD)) = IH$$

$$\text{Xét tam giác } SID \text{ vuông tại } I: \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{2a^2} \Rightarrow IH = \frac{2a}{3}$$

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD)) = \frac{4}{3} a$$

Câu 63. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$

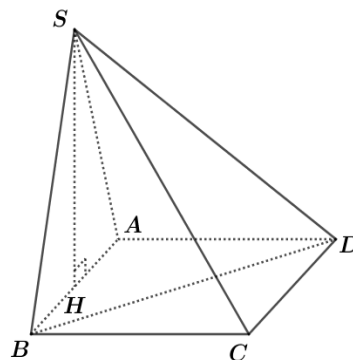
B. 21

C. $7\sqrt{3}$

D. 7

Lời giải

Chọn D



Giả sử $AB = a$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$S.ABD = (SH + HA)(BA + BC) = HA.BA = \frac{1}{2} a^2$$

Ta có

$$\Leftrightarrow a^2 \sqrt{2} \cdot \cos(SA, BD) = \frac{1}{2} a^2 \Leftrightarrow \cos(SA, BD) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3 \Rightarrow V_{S.ABD} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} S.ABD \cdot d_{(SA, BD)} \cdot \sin(SA, BD) = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{6} a \cdot a \sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3 \Leftrightarrow a = 7$$

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a .

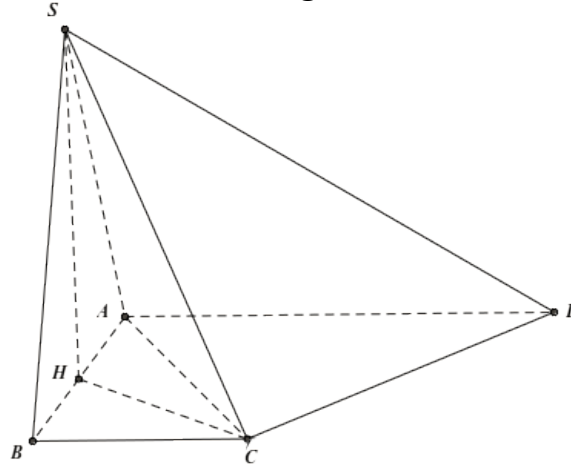
A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB , từ giả thiết ta có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SC, (ABCD)) = \angle SCH = \alpha$

Đặt $AB = x$, ta có: $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}$ $SH = HC \cdot \tan \alpha = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5}$

Mặt khác $SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Vậy ta có: $\sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = a$

$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$; $S_{ACD} = \frac{2}{3}S_{ABCD} = a^2$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB = a; AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của SD . Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC) .

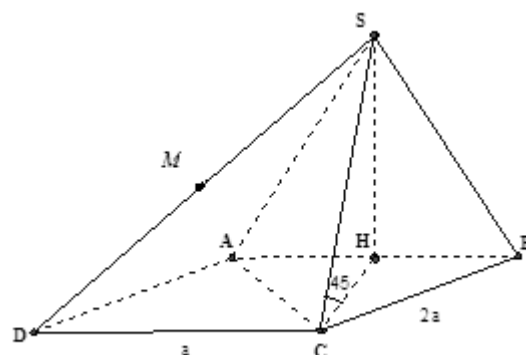
A. $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$

B. $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$

C. $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$

D. $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét $\triangle BCH$ vuông tại B , có: $CH = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Xét $\triangle SHC$ vuông cân tại H , có: $SH = \frac{a\sqrt{17}}{2}; SC = \frac{a\sqrt{34}}{2}$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại H , có: $SA = \sqrt{\frac{17a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , có: $AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

$$\Rightarrow S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{4}a^2$$

Ta có: $V_{S.ABCD} = V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V = \frac{a^3\sqrt{17}}{6}$.

$$V_{S.ACM} = \frac{1}{2}V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{12} \quad \text{Mà} \quad V_{S.MAC} = \frac{1}{3} \cdot d \cdot S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{12}a^2 \cdot d \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$$

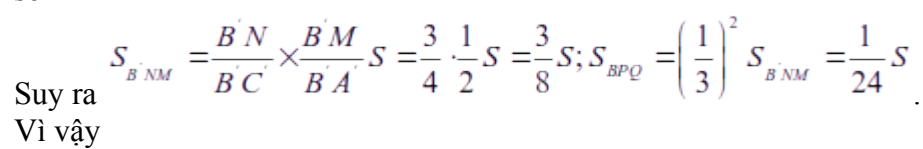
Câu 66. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B', B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và $BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCAMNC'$ bằng

A. $\frac{59}{3}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{49}{3}$
Lời giải.

D. $\frac{29}{3}$



$$V_{BPQ \cdot NM} = \frac{h}{3} \left(\frac{3}{8}S + \frac{1}{24}S + \sqrt{\frac{3}{8}S \times \frac{1}{24}S} \right) = \frac{13}{72}S \cdot h = \frac{13}{72} \times 24 = \frac{13}{3} \Rightarrow V_{AQPC \cdot MNC} = 24 - \frac{13}{3} = \frac{59}{3}$$

Câu 67. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

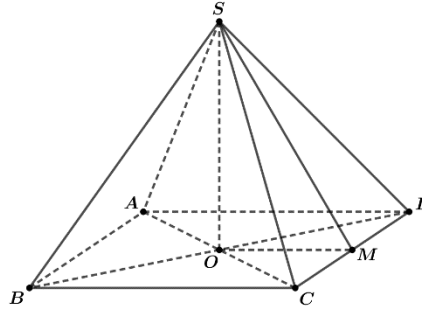
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $[(SCD), (ABCD)] = (SM, OM) = \angle SMO = 60^\circ$.

Có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

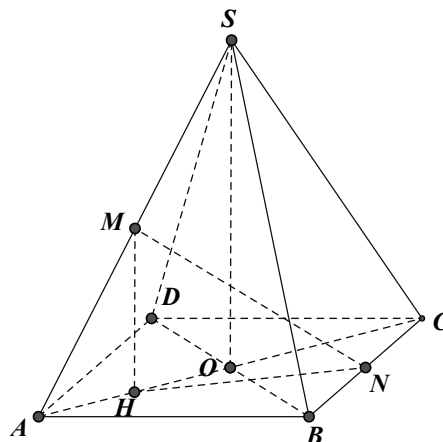
A. $\frac{a^3 \sqrt{10}}{6}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{30}}{2}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{30}}{6}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{10}}{3}$

Lời giải



Gọi H là trung điểm AO . Khi đó góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\angle MNH$.

Ta có $HN = \sqrt{CN^2 + CH^2 - 2CN \cdot CH \cdot \cos 45^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

$$\text{Suy ra } MH = HN \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{10}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{30}}{4}.$$

$$\text{Do đó } SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{2}.$$

Câu 69. Nếu một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và có diện tích xung quanh bằng $4\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hình chóp đều $S.ABCD$ như hình vẽ

Kẻ $OE \perp BC \Rightarrow E$ là trung điểm BC và $BC \perp (SOE)$

Do đó $BC \perp SE$

Xét $\triangle SOE$ vuông tại O , ta có

$$SE^2 = SO^2 + OE^2$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{SO^2 + 1}$$

Mặt khác

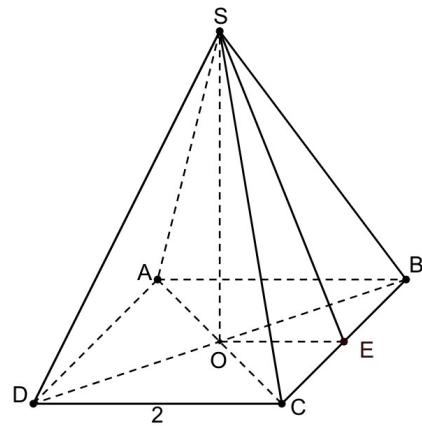
$$S_{xq} = 4S_{\triangle SBC}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SE \cdot BC$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{SO^2 + 1} \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow SO = \sqrt{2} \ (x > 0)$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot 2^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ (đvtt)}$$



Câu 70. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , biết BD vuông góc với AE .

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{54}$.

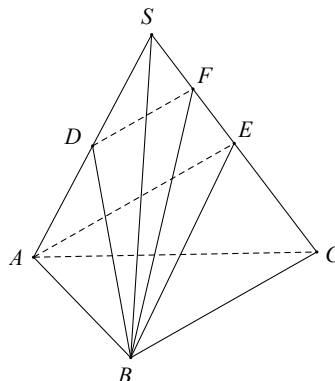
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{7}}{27}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi F là trung điểm $SE \Rightarrow BD \perp DF$; gọi $AB = x$

Ta có $BE^2 = BD^2 = AE^2 = \frac{2AS^2 + 2AC^2 - SC^2}{4} = \frac{2a^2 + 2x^2 - a^2}{4} = \frac{a^2 + 2x^2}{4}$

$$BF^2 = \frac{2BS^2 + 2BE^2 - SE^2}{4} = \frac{2a^2 + \frac{a^2 + 2x^2}{2} - \frac{a^2}{4}}{4} = \frac{9a^2 + 4x^2}{16}$$

$$BF^2 = BD^2 + DF^2 \Leftrightarrow BF^2 = \frac{5BD^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2 + 4x^2}{16} = \frac{5}{4} \cdot \frac{a^2 + 2x^2}{4} \Leftrightarrow 9a^2 + 4x^2 = 5a^2 + 10x^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 6x^2 \Rightarrow x = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) khi đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{3}$$

Tam giác ABC đều có cạnh là $x \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{21}}{54}$

Hoặc sử dụng công thức tính thể tích chóp tam giác ABC đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng x

$$V_{S.ABC} = \frac{x^2 \cdot \sqrt{3a^2 - x^2}}{12} = \frac{2a^2 \sqrt{3a^2 - \frac{2a^2}{3}}}{12} = \frac{a^3\sqrt{21}}{54}$$

Câu 71. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{3}$.

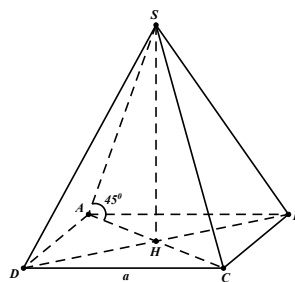
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông và chân đường cao H trùng với tâm của hình vuông $ABCD$.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Nhận thấy HA là hình chiếu vuông góc của SA trên (ABC) . Vì thế $(SA, (ABC)) = (SA, HA) = \angle SAH$. Suy ra $\angle SAH = 45^\circ$.

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

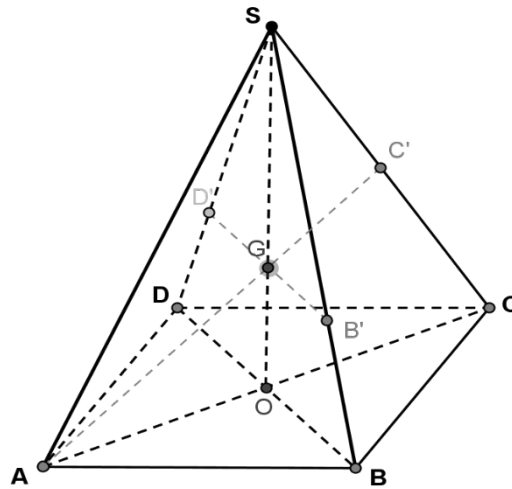
Tam giác SHA vuông tại H và có $\angle SAH = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân tại H . Suy ra $SH = HA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

- Câu 72.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ độ dài cạnh đáy là a . Biết rằng mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với SC , cắt cạnh SB tại B' với $\frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

Mà $(P) \perp SC \Rightarrow (P) \parallel BD$

Trong (SAC) , gọi $\{G\} = AC' \cap SO \Rightarrow GB' \parallel BD \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3}$

Suy ra G là trọng tâm $\Delta SAC \Rightarrow C'$ là trung điểm SC

Nên ΔSAC là tam giác đều cạnh $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a \frac{\sqrt{6}}{2}$

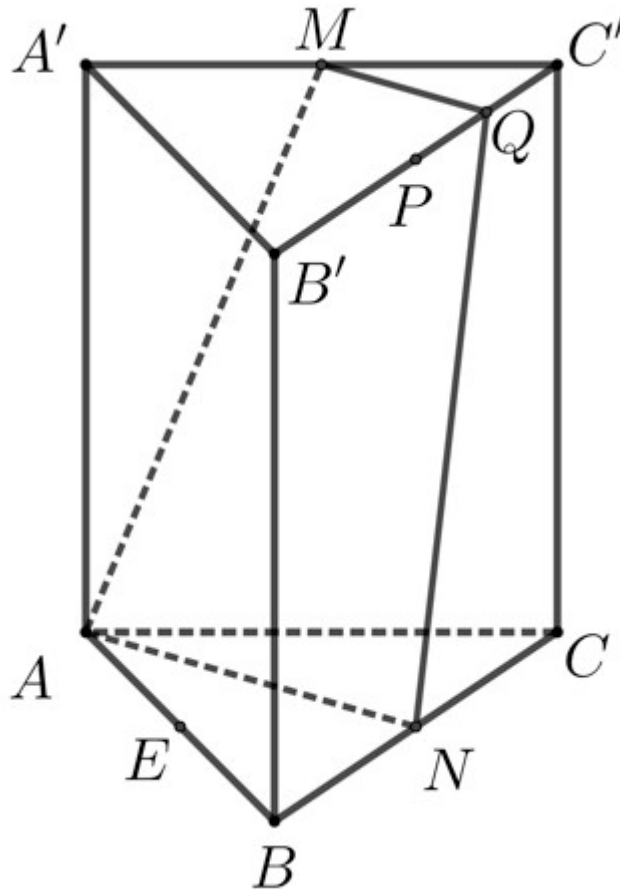
$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

- Câu 73.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Khối đa diện có thể tích nhỏ hơn bằng

- A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$ B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$ C. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{24}$ D. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{32}$

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AB



$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CEC') \Rightarrow \angle EC = ((ABC'), (ABC)) = 60^\circ \Rightarrow CC' = CE\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

Vì $(ABC) \parallel (A'B'C') \Rightarrow (AMN) \cap (A'B'C') = MQ \parallel AN$.

Khối đa diện $ANC \cdot MQC'$ có thể tích nhỏ hơn và là khối chóp cụt có

$$S_1 = S_{ANC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{2} a^2, S_2 = S_{MQC'} = \frac{1}{4} S_{ANC} = \frac{1}{8} a^2; h = CC' = \sqrt{3}a$$

$$V_{ANC \cdot MQC'} = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{\sqrt{3}a}{3} \left(\frac{1}{2} a^2 + \frac{1}{8} a^2 + \sqrt{\frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{1}{8} a^2} \right) = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$$

Vì vậy

Câu 74. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$

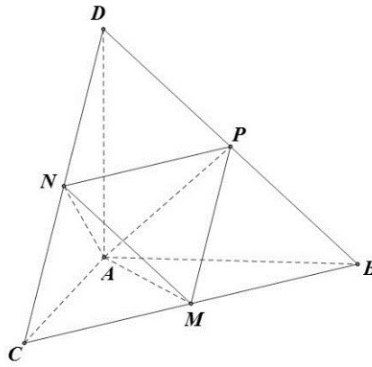
B. $V = 14a^3$

C. $V = \frac{28}{3}a^3$

D. $V = \frac{7}{2}a^3$

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$

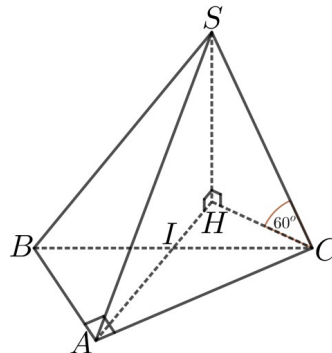
Ta nhận thấy $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNPD} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3$

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\vec{IA} = -2\vec{IH}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2.$$

$$BC = 2a, IA = a, IH = \frac{a}{2}.$$

Tam giác HIC vuông tại I ta có $HC^2 = HI^2 + IC^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$

$$\tan \angle SCH = \frac{SH}{HC} \Leftrightarrow SH = HC \cdot \tan \angle SCH = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$

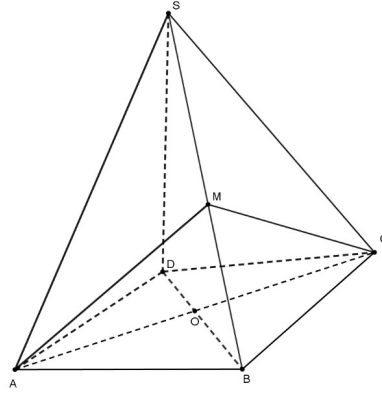
Câu 76. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$, góc giữa (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. D. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Trong mặt phẳng (ABC) lấy D nằm trên đường trung trực của AC sao cho $SD \perp (ABC)$ và $\angle BCD = \angle BAD = 90^\circ \Rightarrow \angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow BD = \frac{BC^2}{OB} = 2a\sqrt{3} \Rightarrow CD = a\sqrt{3}$

Dựng $AM \perp SB$, do $\triangle SAB = \triangle SCB \Rightarrow CM \perp SB \Rightarrow ((SAB), (SCB)) = (AM, CM)$

+ Nếu $\angle AMC = 60^\circ \Rightarrow MC = \frac{OC}{\sin 30^\circ} = 3a = BC$ vô lí vì tam giác MBC vuông tại M

+ Nếu $\angle AMC = 120^\circ \Rightarrow MC = \frac{OC}{\sin 60^\circ} = \sqrt{3} \Rightarrow SC = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SB = \frac{3a\sqrt{6}}{2}$

$$SD = \sqrt{SB^2 - BD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{3}}{8}$$

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng 1. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích tứ diện $SGCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{36}$.

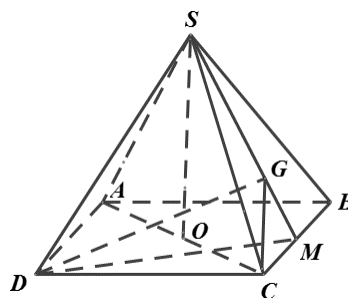
B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{36}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm BC .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$

$$\frac{V_{SGCD}}{V_{SMCD}} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3} \text{ suy ra } V_{SGCD} = \frac{2}{3} V_{SMCD} \quad (1).$$

Mặt khác:

Hình chóp $S.ABCD$ và $S.MCD$ có chung đường cao SO và $S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$

nên $V_{SMCD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $V_{SGCD} = \frac{1}{6} V_{S.ABCD}$

Mặt khác $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Vậy $V_{SGCD} = \frac{\sqrt{2}}{36}$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4$, $BC = 2$, $SA = 4\sqrt{3}$, $\angle SAC = \angle SAB = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. $5\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 - 2SA.AC.\cos \angle SAC$$

$$\Rightarrow SC^2 = 48 + 16 - 2.4\sqrt{3}.4.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SC = 4$$

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 - 2SA.AB.\cos \angle SAB$$

$$\Rightarrow SB = 4$$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SA .

Ta có:

$\triangle SBC$ cân tại S , $\triangle ABC$ cân tại A .

$$\Rightarrow \begin{cases} SM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

Kẻ $SH \perp AM$.

Mà $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SH$.

Vậy, $SH \perp (ABC)$.

Ta có, $SM = \sqrt{SC^2 - MC^2} = \sqrt{15} = AM$.

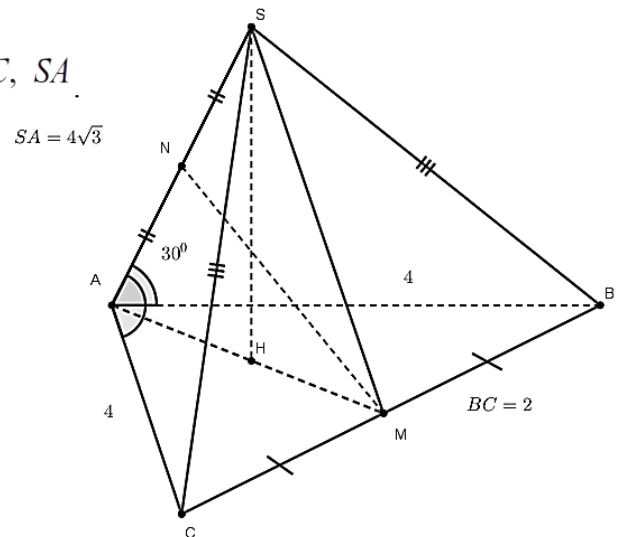
Nên $\triangle SAM$ cân tại $M \Rightarrow MN \perp SA$.

Ta có:

$$MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{3}.$$

$$MN.SA = SH.AM \Rightarrow SH = \frac{MN.SA}{AM} = \frac{4\sqrt{15}}{5};$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM.BC = \sqrt{15} \quad \text{Do đó:} \quad V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{15} \cdot \frac{4\sqrt{15}}{5} = 4$$



Câu 79. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$.

D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức thể tích khối tứ diện gần đều:

$$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 - b^2 + c^2)(-a^2 + b^2 + c^2)} = \frac{\sqrt{390}}{4}$$

Câu 80. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = SB = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

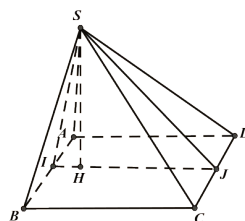
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $2\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD theo đề bài ta có: $SA = SB = a\sqrt{2}$ nên hình chiếu H của S lên đáy nằm trên đường thẳng IJ. Dễ thấy $CD \perp (SIJ)$.

$$d(A, (SCD)) = d(I, (SCD)) = d(I, SJ) = a$$

Suy ra

Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SI = a$ suy ra $SI = d(I, SJ) = a \Rightarrow SI \perp (SCD)$.

Trong tam giác vuông SIJ ta có: $SH \cdot IJ = SI \cdot SJ \Rightarrow SH = \frac{SI \cdot SJ}{IJ} = \frac{a \cdot \sqrt{(2a)^2 - a^2}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 81. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB = a$, $\angle BAD = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

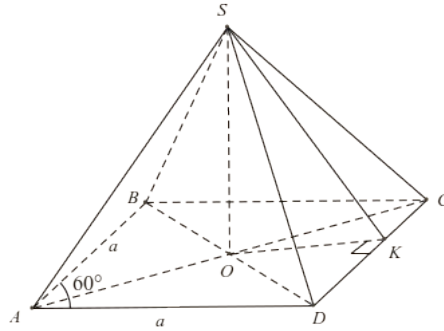
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết hình thoi $ABCD$ có $AB = a, \angle BAD = 60^\circ$ nên $BD = a, AC = a\sqrt{3}$.
 Dựng $OK \perp CD, (K \in CD)$.

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$ và $OK \perp CD$ nên $CD \perp (SOK) \Rightarrow CD \perp SK$.

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\angle SKO = 60^\circ$.

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$$

Trong tam giác vuông $OCD, (\angle O = 90^\circ)$ có

$$\Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Trong tam giác vuông $SOK, (\angle K = 90^\circ)$ có $SO = OK \cdot \tan \angle SKO = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là: $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

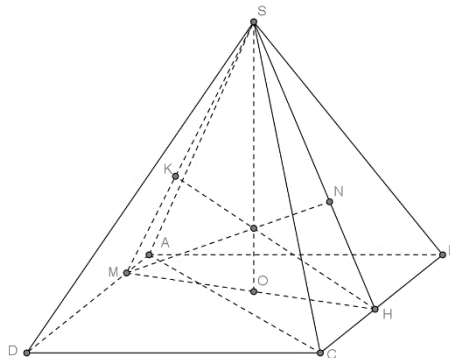
$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$$

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$, khoảng cách giữa SA và BC là $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) nằm trong tam giác ABC , tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3}{8}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn D



Dựng hình bình hành $ABCD$. Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.
 Dựng đường thẳng d đi qua O , vuông góc với BC và cắt BC, AD lần lượt tại H, M .

Khi đó $AD, BC \perp (SHM)$

Trong $\triangle SHM$, dựng $HK \perp SM (K \in SM)$ và $MN \perp SH (N \in SH)$.

Ta có $MN \perp SH$ và $MN \perp BC$ nên $MN \perp (SBC)$.

$$MN = d(M, (SBC)) = d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

Vì vậy

Do $BC \parallel (SAD)$ nên $d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(H, (SAD)) = HK$. Suy ra $HK = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Do $\triangle SHM$ có hai đường cao $MN = HK$ nên cân tại S . Suy ra O là trung điểm của MH .

Ta có $MH = d(AD, BC) = d(A, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do $\triangle ABC$ đều, cạnh bằng a). Suy ra $MO = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

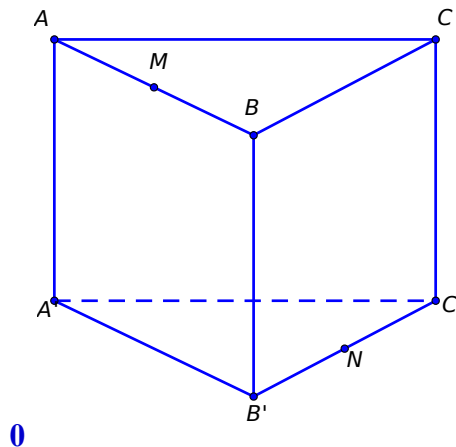
Xét hai tam giác đồng dạng MKH và MOS , ta có

$$\frac{KH}{SO} = \frac{MK}{MO} \Rightarrow SO = \frac{MO \cdot KH}{MK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{5}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

Câu 83. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P .



Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ là.

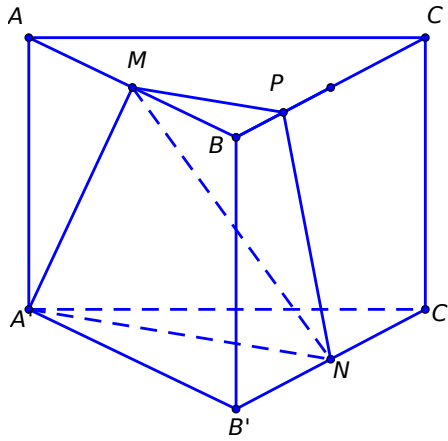
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$

D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$

Lời giải



Ta có

$$\begin{cases} (A'B'C') \parallel (ABC) \\ (A'MN) \cap (A'B'C') = A'N \Rightarrow MP \parallel A'N \\ (A'MN) \cap (ABC) = MP \end{cases}$$

Khi đó khối đa diện $MBP.A'B'N$ là khối chóp cụt tam giác có chiều cao $h = BB' = a$.

Suy ra thể tích là

$$V = \frac{1}{3}h(S_{\Delta A'B'N} + S_{\Delta MBP} + \sqrt{S_{\Delta A'B'N} \cdot S_{\Delta MBP}})$$

Đặt

$$S = S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Ta có

$$S_{\Delta A'B'N} = \frac{1}{2}S; \quad S_{\Delta MBP} = \frac{1}{8}S$$

Vậy

$$V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$$

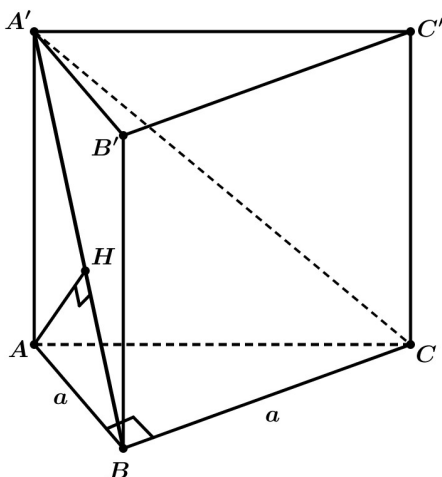
Câu 84. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết

khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp A'B$, $H \in A'B$.

$$\text{Vì } \left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH.$$

$$\text{Ta có } BC \perp AH, AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC). \text{ Do đó } d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } AA'B \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{9}{6a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 85. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$, $A'B$ tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

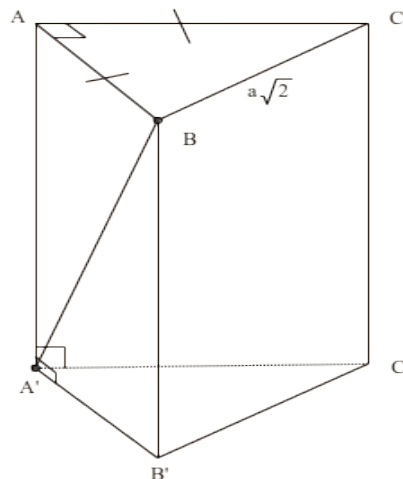
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



$$ABC \text{ là tam giác vuông cân tại } A, \quad BC = a\sqrt{2} \text{ và } AB = AC = a \text{ và } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{1}{2} a^2.$$

$$A'B \text{ tạo với đáy một góc bằng } 60^\circ \text{ và } \angle B A' B' = 60^\circ.$$

$$D_{BA'B'}: \tan \angle B A' B' = \frac{BB'}{A'B'} = \sqrt{3} \text{ và } BB' = \sqrt{3} A'B' = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là: } V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Câu 86. Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông tại A . Cho $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

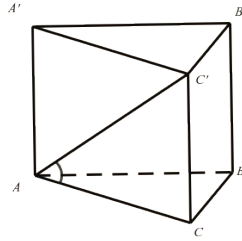
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 2a^2$.

Hình chiếu vuông góc của AC' lên (ABC) là AC .

$\Rightarrow$ Góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) là góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và AC hay $\angle AC'C$.

Theo bài ra có $\angle AC'C = 30^\circ$.

Xét tam giác $C'CA$ vuông tại C có $CC' = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

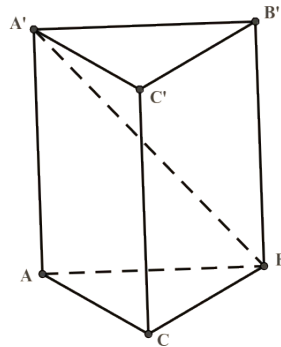
Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{ABC} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 87. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là $\angle A'BA = 60^\circ \Rightarrow A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

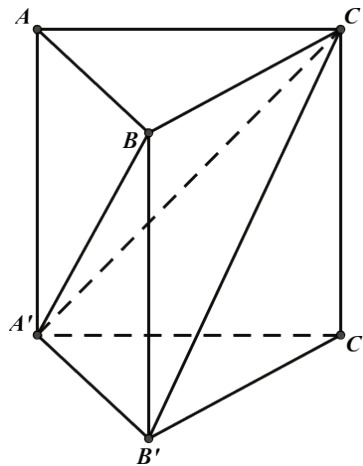
Có $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 88. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\angle ACB = 30^\circ$, biết góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$. Cho khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = a^3\sqrt{6}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



* Ta có: $CC' \parallel AA' \Rightarrow CC' \parallel (AA'B'B)$

Mà $A'B \subset (AA'B'B)$, nên

$$d(CC'; A'B) = d(CC'; (AA'B'B)) = C'A' = a\sqrt{3}$$

$$AC = A'C' = a\sqrt{3}; AB = A'B' = a;$$

* Ta có:

$$\text{Diện tích đáy là } S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

* Dễ thấy $A'B' \perp (ACC'A')$

Góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ là $\angle B'CA' = \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{A'B'}{B'C} = \frac{1}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow B'C = 2a\sqrt{5}$$

$$CC' = \sqrt{B'C^2 - B'C'^2} = \sqrt{20a^2 - 4a^2} = 4a$$

* Thể tích lăng trụ là $V = B.h$ với $h = CC', V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2a^3 \sqrt{3}$.

Câu 89. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

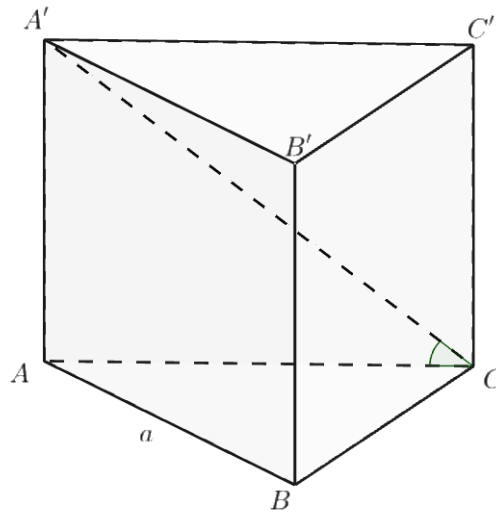
B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn A



Có: $(\overline{A'C}, (ABC)) = \angle A'CA = 45^\circ$.

Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A , ta có: $\tan \angle A'CA = \frac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = a$.

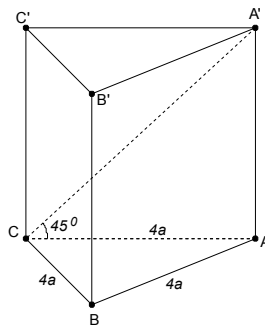
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 90. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ C. $16a^3 \sqrt{3}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C



$ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và đáy là tam giác đều.

Ta có:

$A'A \perp (ABC) \Rightarrow (\overline{A'C}, (ABC)) = \angle A'CA = 45^\circ \Rightarrow \Delta A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow A'A = AC = 4a$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{(AB)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = 4a^2 \sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 4a \cdot 4a^2 \sqrt{3} = 16a^3 \sqrt{3}$$

Câu 91. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3a^3}{8}$

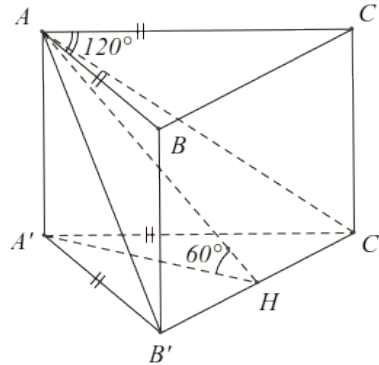
B. $V = \frac{9a^3}{8}$

C. $V = \frac{a^3}{8}$

D. $V = \frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $(AB'C')$ và đáy là góc $\angle AHA' = 60^\circ$.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$B'C' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow A'H = \frac{2S_{\Delta ABC}}{B'C'} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow AA' = A'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy $V = S_{\Delta A'B'C'} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}$

Câu 92. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$

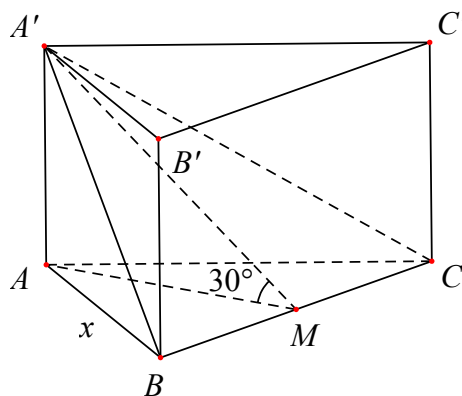
B. 8

C. $3\sqrt{3}$

D. $8\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\left\{ \begin{array}{l} (A'BC) = (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{array} \right. \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \angle A'MA = 30^\circ$$

Ta có

Xét $\triangle A'MA$, có $A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x$

$$S_{ABC} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

Suy ra $A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$; $S_{ABC} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

Câu 93. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

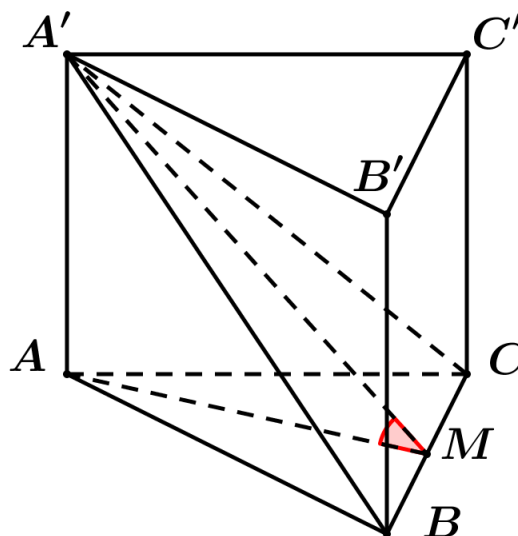
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Lời giải

Chọn A



Vì đáy ABC là tam giác đều có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ cạnh đáy bằng a .

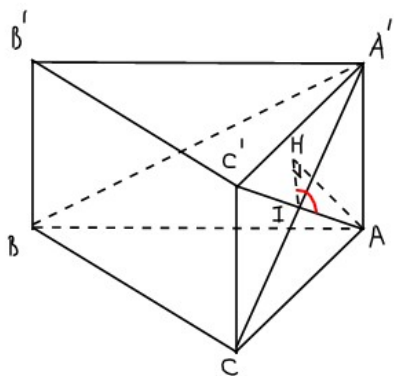
Gọi M trung điểm BC , ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$

Từ đó ta có $((A'BC), (ABC)) = (\angle A'M, AM) = \angle A'MA = 60^\circ$

Xét $\triangle A'MA$ ta có $AA' = AM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

- Câu 94.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. 6. B. 18. C. $6\sqrt{3}$. D. $18\sqrt{3}$.
- Lời giải**



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'BC)$.

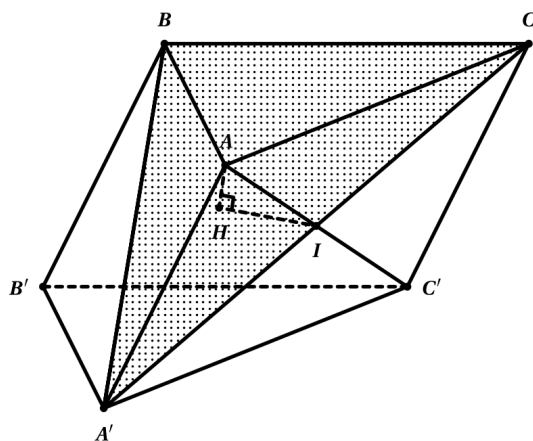
Khi đó, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'BC)$ là góc $\angle AIH$, suy ra $\angle AIH = 30^\circ$.

Ta có $AC' = 8 \Rightarrow AI = 4$

Ta có $AH = AI \cdot \sin \angle AIH = 4 \cdot \sin 30^\circ = 2$. Suy ra $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{A'BC} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 9 = 6$.

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3 \cdot 6 = 18$.

- Câu 95.** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
- A. 12. B. 18. C. $18\sqrt{3}$. D. $12\sqrt{3}$.
- Lời giải**



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$, H là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(A'BC)$. Khi đó $(AC', (A'BC)) = \angle AIH = 60^\circ$.

Vì $AC' = 8$ nên $AI = 4$ suy ra $AH = AI \cdot \sin \angle AIH = 2\sqrt{3}$.

Thể tích khối tứ diện $AA'BC$ là $V_{AA'BC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{A'BC} = 6\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{AA'BC} = 18\sqrt{3}$.

Câu 96. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

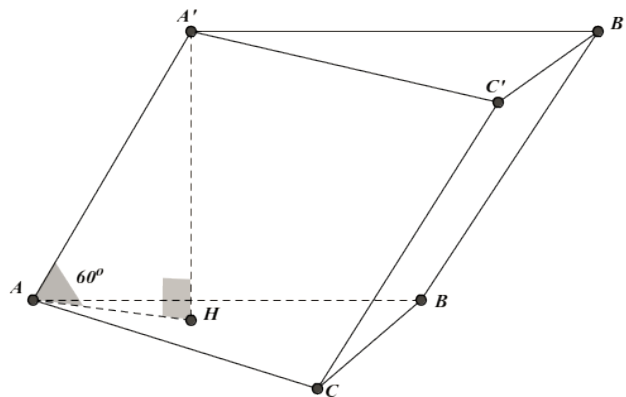
B. $\frac{3a^3}{8}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3}{8}$

Lời giải

Chọn B



Kẻ $A'H \perp (ABC) \Rightarrow (A'A, (ABC)) = \angle A'AH = 60^\circ$.

Xét $\triangle AHA' : \sin 60^\circ = \frac{A'H}{AA'} \Leftrightarrow A'H = AA' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C' : V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 97. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

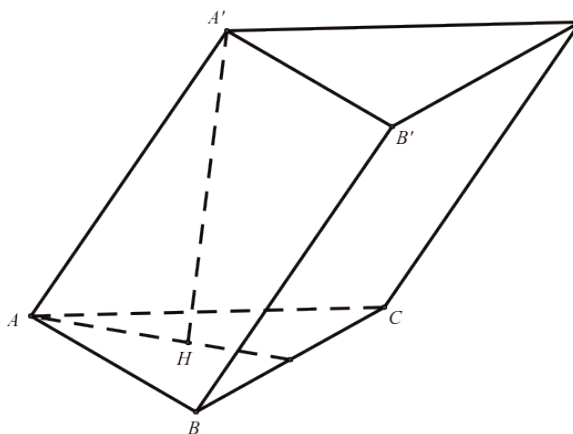
A. $\frac{3a^3}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3}{4}$

Lời giải



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A = A'B = A'C = a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow A'H \perp (ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} a.a.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 98. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AC = 2\sqrt{2}$, biết góc giữa AC' và (ABC) bằng 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

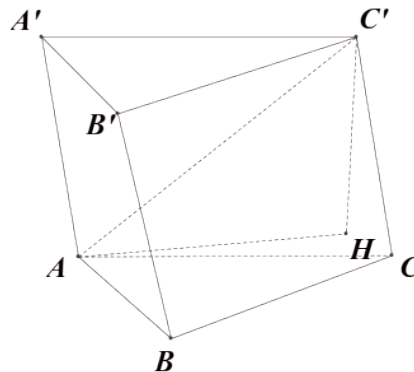
A. $V = \frac{8}{3}$

B. $V = \frac{16}{3}$

C. $V = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

D. $8\sqrt{3}$

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC) , khi đó $C'H$ là đường cao
 $\Rightarrow \angle AC'H = \angle C'AH = 60^\circ$

Xét tam giác vuông $AC'H$ ta có $C'H = C'A.\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_d.C'H = \frac{1}{2}(2\sqrt{2})^2 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

Câu 99. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

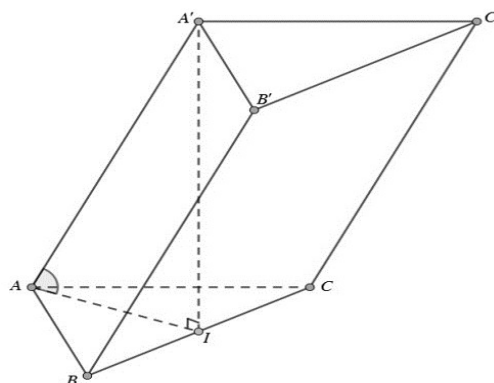
B. $\frac{a^3\sqrt{13}}{12}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $A'I \perp (ABC) \Rightarrow AI$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên (ABC)

Nên $(\square A', (ABC)) = (\square A', AI) = \square A' AI = 30^\circ$

Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'I = AI \tan 30^\circ = \frac{a}{2}, S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 100. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{9}{4}$

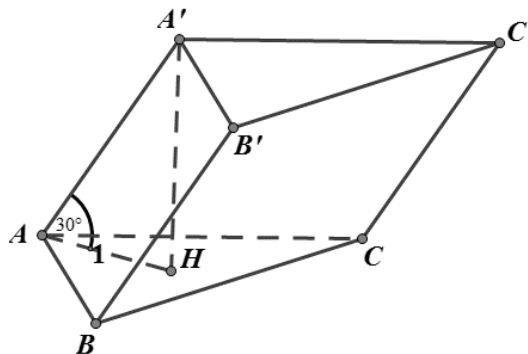
B. $\frac{27}{4}$

C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt đáy. Suy ra góc $\square A'AH = 30^\circ$

$$\sin 30^\circ = \frac{A'H}{A'A} \Rightarrow A'H = A'A \cdot \sin 30^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}$$

Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = 3^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{27}{4}$

Câu 101. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\square BAD = 60^\circ$, $\square A'AB = \square A'AD = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $4\sqrt{2}a^3$

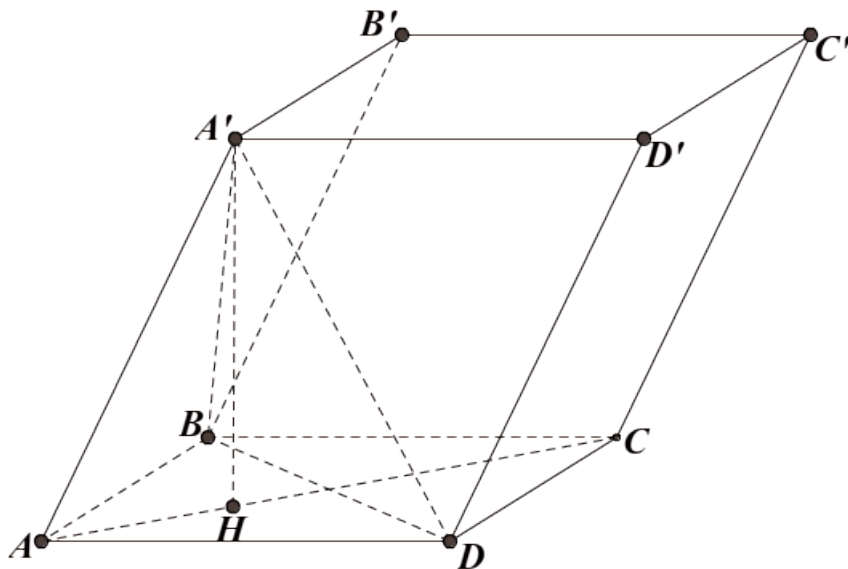
B. $2\sqrt{2}a^3$

C. $8a^3$

D. $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn A



Từ giả thuyết ta có các tam giác $\triangle ABD$, $\triangle A'AD$ và $\triangle A'AB$ là các tam giác đều.

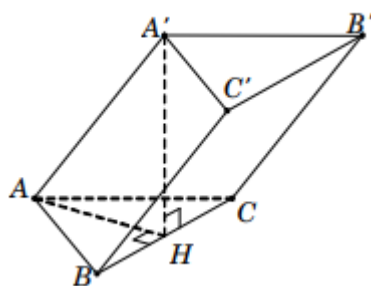
$\Rightarrow A'A = A'B = A'D$ nên hình chiếu H của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABD .

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$$

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$: $V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a \cdot 2 \cdot \frac{4a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{2}a^3$

Câu 102. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên AA' với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$

B. $V = 1$

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$

D. $V = 3$

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H$

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$AH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AH}{AH} \Rightarrow AH = AH = \sqrt{3}$$

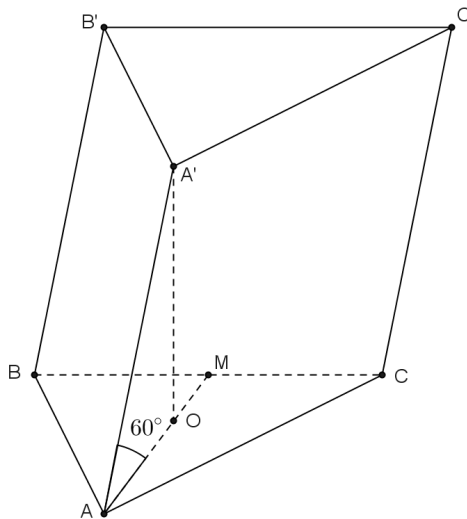
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AH = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

Câu 103. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích khối lăng trụ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm cạnh BC . Khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do $A'O \perp (ABC)$ tại điểm O nên AO là hình chiếu vuông góc của AA' xuống (ABC) . Suy ra góc giữa đường thẳng AA' và (ABC) là góc $\angle A'AO$, suy ra $\angle A'AO = 60^\circ$.

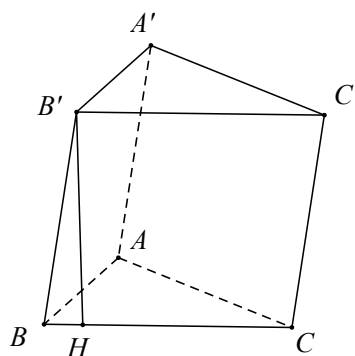
Xét $\triangle A'AO$ vuông tại O ta có $A'O = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = A'O \cdot S_{\triangle ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 104. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\angle B'BC = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có $(BCC'B') \perp (ABC)$ (gt).

Hạ $B'H \perp BC \Rightarrow B'H \perp (ABC)$ và $\angle B'BH = \angle B'BC = 30^\circ$

Suy ra chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $h = B'H = BB' \cdot \sin 30^\circ = 2a$.

Diện tích đáy là $S_{\text{đáy}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối lăng trụ là: $V_{LT} = S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là: $V = \frac{1}{3} V_{LT} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>