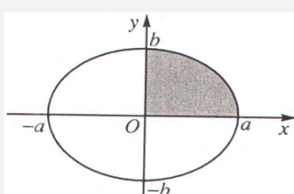
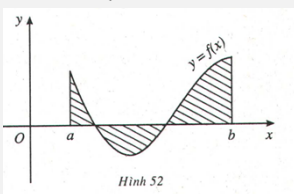
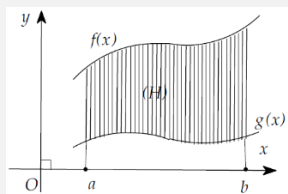


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH MỨC 5-6 ĐIỂM

Dạng 1. Ứng dụng tích phân để tìm diện tích

① Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): Ox: y = 0 \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.



$$S_{\text{elip}} = \pi ab.$$

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

② Hình thức đề thường hay cho

Hình thức 1: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x), x = a, x = b \quad (a < b)\}$

—casio— $\rightarrow \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \text{kết quả, so sánh với bốn đáp án.}$

Hình thức 2: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x)\}$

Giải $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_1, \dots, x_i$, với x_1 nhỏ nhất, x_i lớn nhất $\xrightarrow{\text{casio}} \int_{x_1}^{x_i} |f(x) - g(x)| dx$.

Hình thức 3: Cho hình vẽ, sẽ giải phương trình tìm tọa độ giao điểm (nếu chưa cho trên hình), chia từng diện tích nhỏ, xỏ hình từ trên xuống, ghi công thức và bấm máy tính.

Hình thức 4: Cho ba hàm trở lên, chẳng hạn $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$ ta nên vẽ hình.

Câu 1. (THPT Lê Xoay Vĩnh Phúc 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

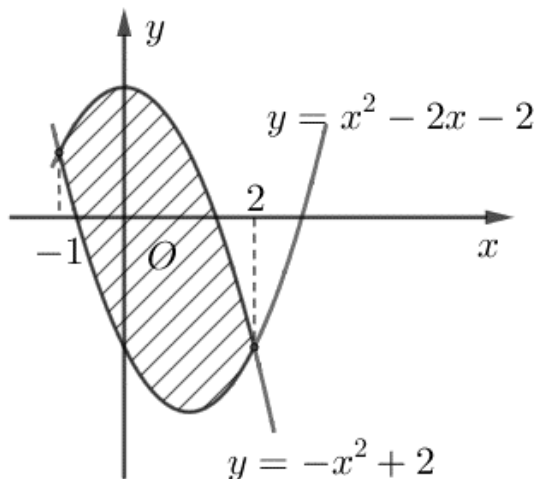
A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = -\int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 2. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là:

$$\int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 3. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$.

Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36 .

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. 36π .

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$$S = \int_0^2 |(x^2 - 4) - (2x - 4)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 5. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{13\pi}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là $\int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

A. $\frac{125\pi}{6}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{125}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng: $S = \int_0^1 |(x^2 - 3) - (x - 3)| dx = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}$.

Câu 7. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2$ và $y = 3x - 2$ bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. $\frac{125}{6}$.

D. $\frac{125\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có:

$$x^2 - 2 = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x = 3. \end{cases}$$

Như vậy, diện tích hình phẳng được giới hạn bởi $\int_0^3 |(x^2 - 2) - (3x - 2)| dx = \frac{9}{2}$.

Câu 8. (Mã 102 2018) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$

B. $S = \int_0^2 2^x dx$

C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$

D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Lời giải

Chọn B

$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx \quad (\text{do } 2^x > 0, \forall x \in [0; 2]).$$

Câu 9. (Mã 101 2018) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 e^x dx$

B. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

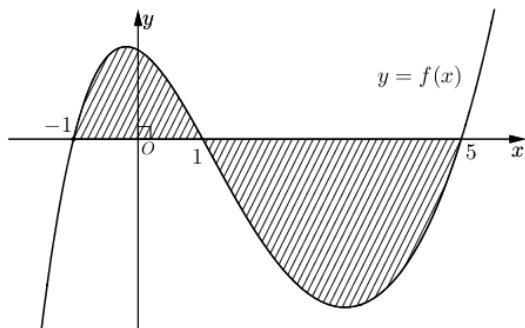
D. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là: $S = \int_0^2 e^x dx$.

Câu 10. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

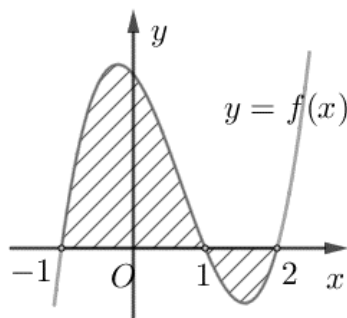
D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 11. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1;1]$ nên

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx ; \text{ hàm số } f(x) \text{ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn } [1;2] \text{ nên}$$

$$\int_1^2 |f(x)| dx = -\int_1^2 f(x) dx$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Câu 12. (Đề Minh Họa 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{81}{12}$

D. 13

Lời giải

Chọn A

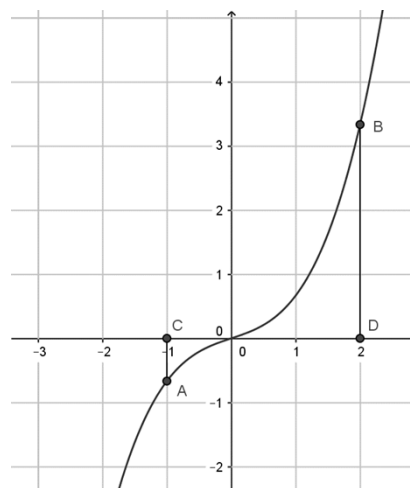
$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |x^3 - x - (x - x^2)| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^1 = \left| -\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) \right| + \left| \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \right| = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Câu 13. (Đề Tham Khảo 2017) Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục

hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S = b - a$

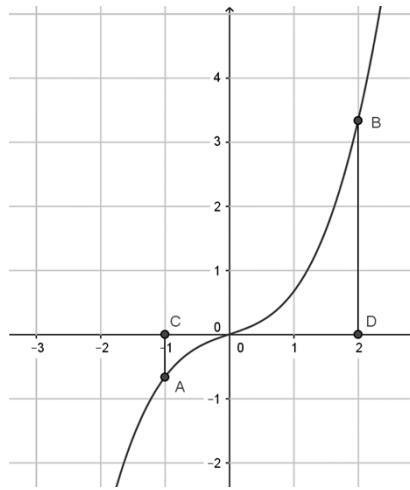
B. $S = b + a$

C. $S = -b + a$

D. $S = -b - a$

Lời giải

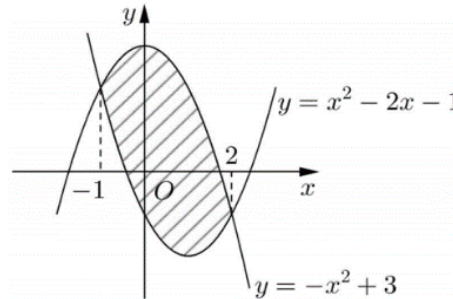
Chọn A



Ta có:

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

Câu 14. (Đề Tham Khảo 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

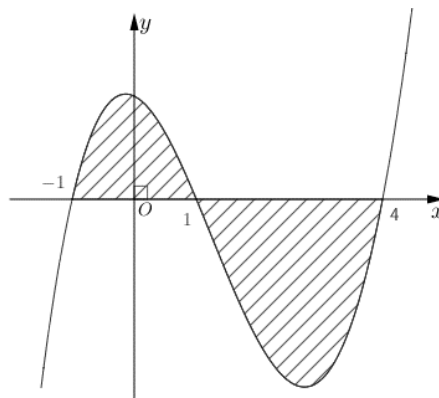
Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là:

$$S = \int_{-1}^2 |(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)| dx = \int_{-1}^2 |-2x^2 + 2x + 4| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 15. (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



$$\text{A. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$$

Lời giải

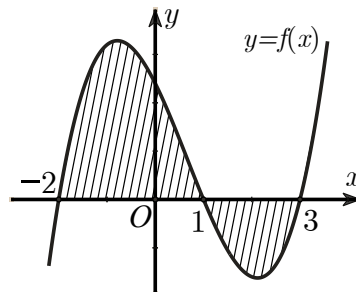
Chọn A

Ta có: hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]; f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên:

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx. \text{ Chọn đáp án}$$

B.

Câu 16. (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi cả đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



$$\text{A. } S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$$

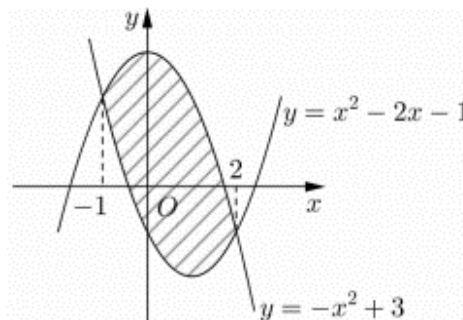
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx.$$

$$\text{Do } f(x) \geq 0 \text{ với } \forall x \in [-2; 1] \text{ và } f(x) \leq 0 \text{ với } \forall x \in [1; 3] \text{ nên } S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

Câu 17. (Chuyên KHTN 2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
 C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

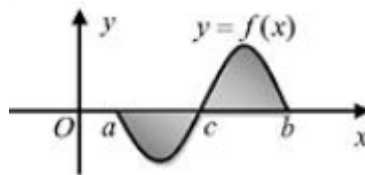
Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $-x^2 + 3 \geq x^2 - 2x - 1, \forall x \in [-1; 2]$.

Vậy diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Câu 18. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$.
 C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải.

Chọn B.

Câu 19. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x, y = x$. Tính S .

A. $S = 4$. B. $S = 8$. C. $S = 2$. D. $S = 0$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy $S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = 4 + 4 = 8$.

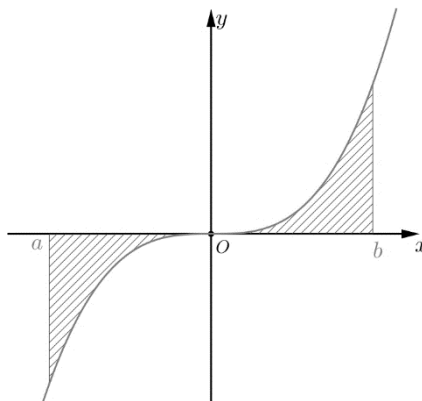
Câu 20. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 21. (THPT Đông Sơn Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây?



A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

Lời giải

Ta có $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx.$

Vì $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; 0], f(x) \geq 0, \forall x \in [0; b]$ nên:

$$S_D = \int_a^0 (-f(x)) dx + \int_0^b f(x) dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 22. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ bằng

A. $\frac{2}{3}.$

B. $\frac{3}{2}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{7}{3}.$

Lời giải

Ta có: $S = \int_1^2 |(x-2)^2 - 1| dx = \int_1^2 |x^2 - 4x + 3| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 4x + 3) dx \right| = \frac{2}{3}.$

Câu 23. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$ **B.** $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx.$ **C.** $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ **D.** $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Lời giải

Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường $y = f(x)$,

$y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 24. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox

- A. 11. B. $\frac{34}{3}$. C. $\frac{31}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải

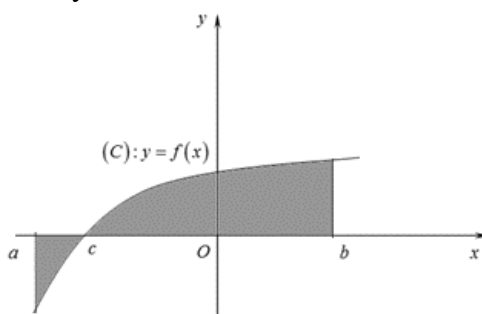
Chọn D

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox .

Xét phương trình $4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

$$\text{Ta có } S = \int_0^4 |4x - x^2| dx = \left| \int_0^4 (4x - x^2) dx \right| = \left| \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 \right| = \frac{32}{3}.$$

Câu 25. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức nào dưới đây ?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Lời giải

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường

$$\text{thẳng } x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Câu 26. (Việt Đức Hà Nội 2019) Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành.

- A. $S = 6$. B. $S = 16$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = 13$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6.$$

Câu 27. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}$.

Câu 28. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$(C): y = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ là S . Tính S ?

A. $S = 1 - \ln \frac{4}{3}$

B. $S = 4 \ln \frac{4}{3}$

C. $S = 4 \ln \frac{4}{3} - 1$

D. $S = \ln \frac{4}{3} - 1$

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là nghiệm của phương trình $\frac{-3x-1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$.

Do đó diện tích hình phẳng là

$$S = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{-3x-1}{x-1} dx \right| = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \left(3 + \frac{4}{x-1} \right) dx \right| = \left| \left(3x + 4 \ln |x-1| \right) \Big|_{-\frac{1}{3}}^0 \right| = 4 \ln \frac{4}{3} - 1.$$

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2; y = 0; x = 1; x = 2$ bằng

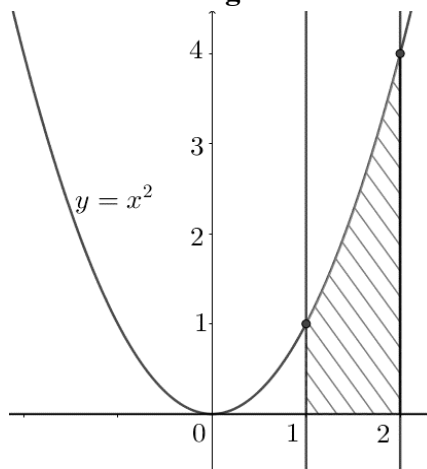
A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. 1.

Lời giải



Ta có $S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{7}{3}$.

Câu 30. (THPT Lê Xoay Vĩnh Phúc 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số

$(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $2 \ln 2 - 1$.

B. $\ln 2 + 1$.

C. $\ln 2 - 1$.

D. $2 \ln 2 + 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (H) và trục hoành $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) và các trục tọa độ là

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \int_0^1 \frac{-x+1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(-1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(-x + 2 \ln |x+1| \right) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - 1.$$

Câu 31. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$. B. $S = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$. C. $S = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$. D. $S = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi miền D gồm các đường $y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$ là:

$$S = \int_1^e \left| \frac{\ln x}{x^2} \right| dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx \text{ vì } \frac{\ln x}{x^2} > 0, \forall x \in (1; e).$$

Câu 32. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là

A. 8. B. 5. C. 4. D. 10.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng là } S &= \left| \int_0^2 [(2x^2 - 4x + 1) - (-x^2 + 2x + 1)] dx \right| \\ &= \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right| = \left| (x^3 - 3x^2) \Big|_0^2 \right| = 4. \end{aligned}$$

Câu 33. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 + 2x$, $y = x + 2$.

A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình: } x^2 + 2x = x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = \left| \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^1 \right| = \left| -\frac{7}{6} - \frac{10}{3} \right| = \frac{9}{2}.$$

Câu 34. (Chuyên Hạ Long 2019) Hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 3x - 2$.

Tính diện tích hình phẳng (H)

A. $\frac{2}{3}$ (đvdt) B. $\frac{1}{3}$ (đvdt) C. 1 (đvdt) D. $\frac{1}{6}$ (đvdt)

Lời giải

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường là:

$$S = \int_1^2 |x^2 - (3x - 2)| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \frac{1}{6} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 35. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng

- A. e^2 . B. $e + 2$. C. $2e$. D. $e - 2$.

Lời giải

Ta có $\ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = e$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \ln x$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ là:

$$S = \int_1^e |\ln x - 1| dx = \left| \int_1^e (\ln x - 1) dx \right| = \left| x(\ln x - 1) \Big|_1^e - \int_1^e dx \right| = \left| 1 - x \Big|_1^e = |1 - (e - 1)| = |2 - e| = e - 2$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ bằng

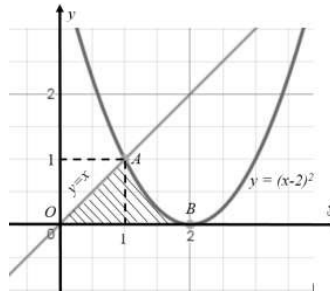
- A. 4. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16}{3}$

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $4x - x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}$.

Câu 37. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo (tam giác cong OAB) trong hình vẽ bên.



- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{5\pi}{6}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{8\pi}{15}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x = (x - 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x - 2)^2 dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Vậy $S = \frac{5}{6}$.

Câu 38. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = 2000$. D. $S = \frac{2008}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $(C): y = x^2 - 2x$ và $(d): y = 0$ là:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
VT	+	0	-	0	+

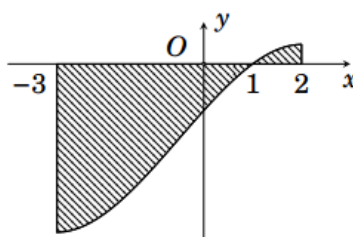
Diện tích cần tìm:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-10}^0 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^{10} = \frac{1300}{3} + \frac{4}{3} + \frac{704}{3} = \frac{2008}{3}. \end{aligned}$$

Câu 39. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$,

$b = \int_1^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng.



A. $S = a + b$.

B. $S = a - b$.

C. $S = -a - b$.

D. $S = b - a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = -\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -a + b$.

Câu 40. (Chuyên Bắc Giang 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ là :

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{23}{15}$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2 = x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ là :

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x^2 - x) dx = \frac{4}{3}$$

Câu 41. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là

A. 8

B. 5

C. 4

D. 10

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là:

$$-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng đã cho là $\int_0^2 |3x^2 - 6x| dx = \int_0^2 (6x - 3x^2) dx = (3x^2 - x^3) \Big|_0^2 = 4$.

Câu 42. (Hsg Bắc Ninh 2019) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S là

A. $S = 1 + \ln 2$.

B. $S = 2 \ln 2 - 1$.

C. $S = 2 \ln 2 + 1$.

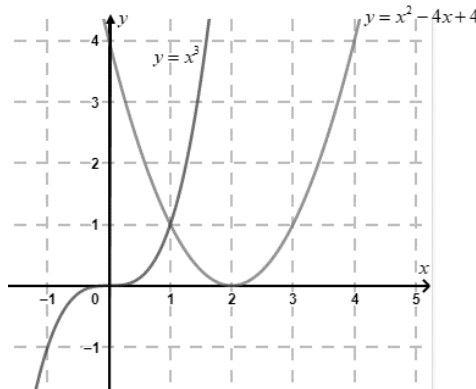
D. $S = \ln 2 - 1$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành: $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$\text{Khi đó } S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(\frac{x-1}{x+1} \right) dx \right| = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| (x - 2 \ln |x+1|) \Big|_0^1 \right| = 2 \ln 2 - 1.$$

Câu 43. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = x^2 - 4x + 4$ và trục Ox (tham khảo hình vẽ) được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_0^2 |x^3 - (x^2 - 4x + 4)| dx$.

B. $-\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$.

C. $\int_0^1 x^3 dx - \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$.

D. $\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta thấy hình phẳng cần tính diện tích gồm 2 phần:

Phần 1: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , $x = 0$, $x = 1$.

Phần 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, trục Ox , $x = 1$, $x = 2$.

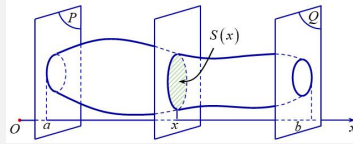
$$\text{Do đó diện tích cần tính là } S = \int_0^1 |x^3| dx + \int_1^2 |x^2 - 4x + 4| dx = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx.$$

Dạng 2. Ứng dụng tích phân để tìm thể tích

① Thể tích vật thể

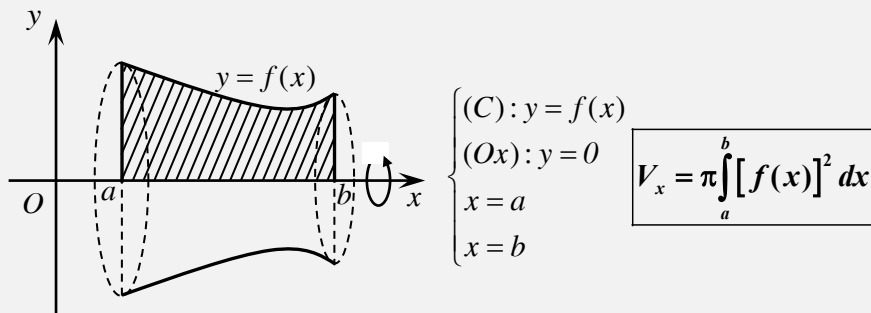
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích của vật thể B được

xác định:
$$V = \int_a^b S(x) dx.$$

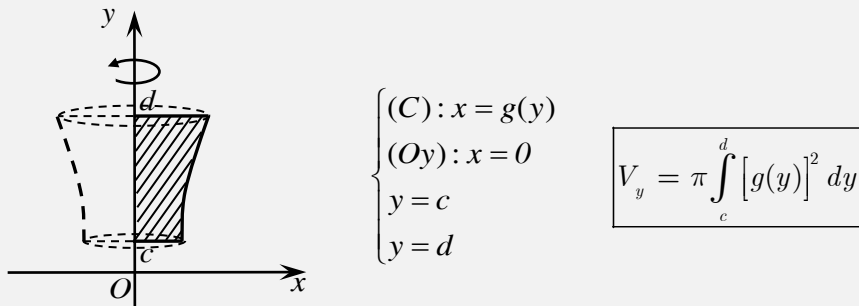


② Thể tích khối tròn xoay

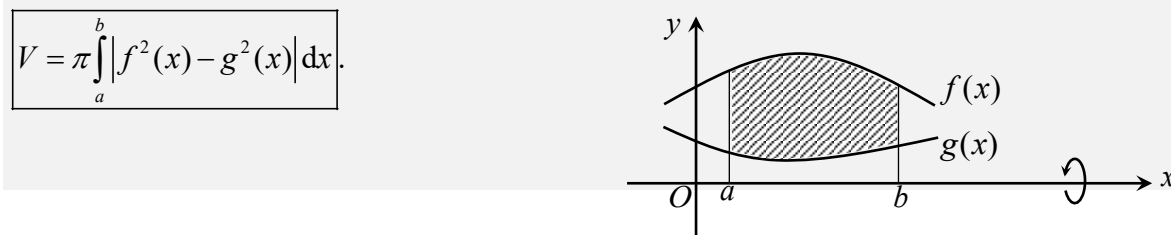
a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :



c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



Câu 1. (Đề Minh Họa 2017) Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$ D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ C. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Câu 3. (Mã 101 2020 Lần 2) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$. B. $\int_0^1 e^{6x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$. D. $\int_0^1 e^{3x} dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

$$\pi \int_0^1 (e^{3x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{6x} dx.$$

Câu 4. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{4x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. D. $\int_0^1 e^{8x} dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 (e^{4x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{8x} dx.$$

Câu 5. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. B. $\int_0^1 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $\int_0^1 e^{4x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox là $V = \pi \int_0^1 (e^{2x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{4x} dx$.

Câu 6. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$ C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7. (Mã 103 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\begin{aligned} \text{A. } V &= \int_0^2 (x^2 + 3) dx & \text{B. } V &= \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx \\ \text{C. } V &= \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx & \text{D. } V &= \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 8. (Mã 105 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

$$\begin{aligned} \text{A. } V &= \frac{\pi(e^2 + 1)}{2} & \text{B. } V &= \frac{e^2 - 1}{2} & \text{C. } V &= \frac{\pi e^2}{3} & \text{D. } V &= \frac{\pi(e^2 - 1)}{2} \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn D

$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \pi \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$$

Câu 9. (Mã 104 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

$$\begin{aligned} \text{A. } V &= 2 & \text{B. } V &= \frac{4\pi}{3} & \text{C. } V &= 2\pi & \text{D. } V &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Câu 10. (Mã 123 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

$$\begin{aligned} \text{A. } V &= (\pi + 1)\pi & \text{B. } V &= \pi - 1 & \text{C. } V &= \pi + 1 & \text{D. } V &= (\pi - 1)\pi \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn A

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 11. (Mã 110 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2\pi(\pi + 1)$

B. $V = 2\pi$

C. $V = 2(\pi + 1)$

D. $V = 2\pi^2$

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $V = \pi \int_0^{\pi} \left(\sqrt{2 + \sin x} \right)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi(\pi + 1).$

Câu 12. (Mã 104 2018) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2, y = 0, x = 1, x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

B. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

C. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

Câu 13. (Đề Tham Khảo 2017) Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $V = \frac{124}{3}$

B. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$

C. $V = 32 + 2\sqrt{15}$

D. $V = \frac{124\pi}{3}$

Lời giải**Chọn A**

Diện tích thiết diện là: $S(x) = 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2}$

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể là: $V = \int_1^3 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2} dx = \frac{124}{3}$

Câu 14. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx.$

B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx.$

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$

Vậy thể tích khối tròn xoay được tính $V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

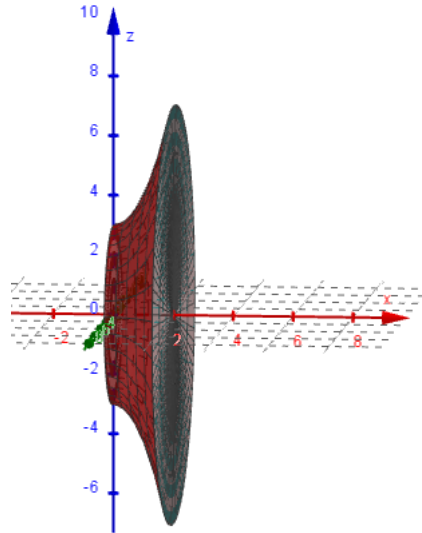
Câu 15. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$

B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx.$

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải



Thể tích của vật thể được tạo nên là $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 16. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Lời giải

Công thức tính: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 17. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{15}$.

Lời giải

Ta có $V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \pi \left(\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}$.

Câu 18. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

A. 3π . B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 19. (Sở Phú Thọ 2019) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_0^2 (2x - x^2) dx$ **B.** $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$ **C.** $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$ **D.** $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

Lời giải

Chọn B

Theo công thức ta chọn $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$

Câu 20. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\tan x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox .

Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra.

A. $\frac{\pi \ln 2}{2}$. **B.** $\frac{\pi \ln 3}{4}$
C. $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\pi \ln 2$.

Lời giải

Thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra là $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sqrt{\tan x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = -\pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\cos x)}{\cos x}$
 $= -\pi (\ln |\cos x|) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = -\pi \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\pi \ln 2}{2}.$

Câu 21. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H)

xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox là

A. $\frac{81\pi}{35}$. **B.** $\frac{81}{35}$. **C.** $\frac{71\pi}{35}$. **D.** $\frac{71}{35}$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là :

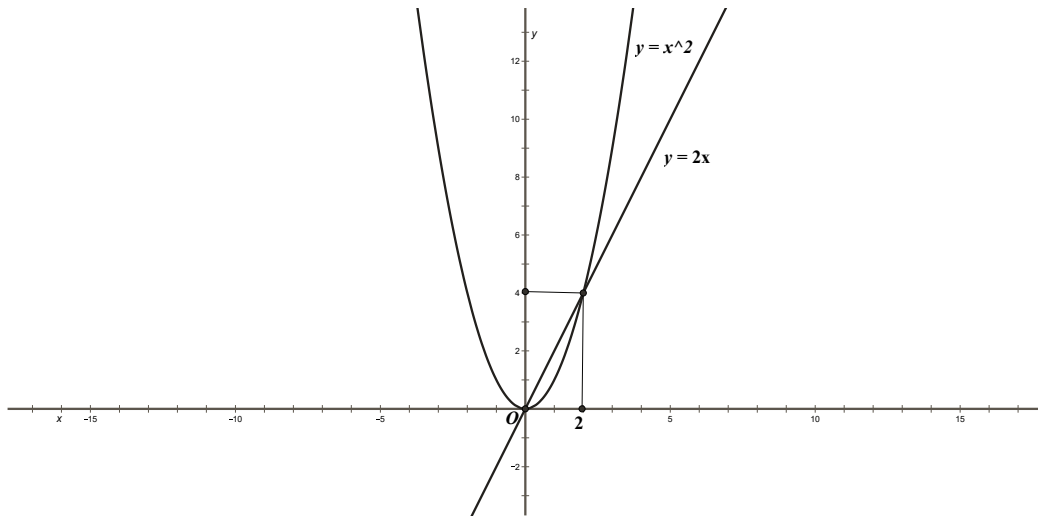
$$V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx = \frac{81\pi}{35}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là : $V = \frac{81\pi}{35}.$

Câu 22. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng d : $y = 2x$ quay xung quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$. **B.** $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.
C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. **D.** $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

Lời giải



Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta có: $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$

Câu 23. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng:

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. **D. $V = \frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox :

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi đó:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

Câu 24. (Đề Minh Họa 2023) Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $V = \frac{16}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{9}$. C. $V = \frac{16}{9}$. **D. $V = \frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = -x^2 + 2x$ và đường $y = 0$ là

$$-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Thể tích là $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + 4 \cdot \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$

