

Người làm: Nguyễn Thìn

Zalo: Nguyễn Thìn - số đt zalo: 0977639656

Email: nguyenthinnhuquynh.edu@gmail.com

CD3: CÁC BÀI TOÁN VỀ LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN**Dạng 1. So sánh hai lũy thừa****Dạng 2. So sánh biểu thức lũy thừa với một số (so sánh hai biểu thức lũy thừa****B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 trường Hương Điền 2017 - 2018)**

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2005^2} < 1$$

Chứng minh:

Lời giải

$$\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

...

$$\frac{1}{2005^2} < \frac{1}{2004.2005} = \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2005^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2005^2} < 1 - \frac{1}{2005}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2005^2} < 1 \quad (\text{đpcm})$$

Dạng 3. Một số dạng toán khác**B. Tự luận****Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Trần Hưng Đạo, 2017 - 2018)**

Biết $x \in \mathbb{Q}$ và $0 < x < 1$. Chứng minh với $x^n < x$ $n \in \mathbb{N}$ $n \geq 2$,

Lời giải

$$x^n - x = x(x^{n-1} - 1)$$

Xét

$$x < 1 \Rightarrow x^{n-1} < 1 \Rightarrow x^{n-1} - 1 < 0 \quad n \in \mathbb{N} \quad n \geq 2$$

với ,

$$0 < x \Rightarrow (x^{n-1} - 1).x < 0 \Rightarrow x^n - x < 0$$

(điều phải chứng minh).

Câu 2. (HSG 7 trường THCS Lý Thường Kiệt, 2017 - 2018)

$$2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+3} - 4$$

Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện:

Lời giải

$$2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1)2^{n-1} + n.2^n = 2^{n+3} \quad (1)$$

$$B = 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n$$

Đặt

$$\Rightarrow 2B = 2.(2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$2B = 2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1}$$

$$2B - B = (2.2^3 + 3.2^4 + 4.2^5 + \dots + (n-1)2^n + n.2^{n+1})$$

$$- (2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + (n-1).2^{n-1} + n.2^n)$$

$$B = -2^3 - 2^4 - 2^5 - \dots - 2^n + n.2^{n+1} - 2.2^2$$

$$= - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) + n.2^{n+1} - 2^3$$

$$C = 2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n$$

Đặt

$$\Rightarrow 2C = 2.(2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n) = 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}$$

$$2C - C = (2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{n+1}) - (2^3 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^n)$$

$$C = 2^{n+1} - 2^3$$

$$B = - (2^{n+1} - 2^3) + n.2^{n+1} - 2^3$$

Khi đó

$$= -2^{n+1} + 2^3 + n.2^{n+1} - 2^3 = -2^{n+1} + n.2^{n+1} = (n-1).2^{n+1}$$

$$(1) \quad (n-1)2^{n+1} = 2^{n+3}$$

Vậy từ ta có:

Câu 3. (HSG 7 Thị xã Sầm Sơn, 2017 - 2018)

$$A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011}$$

Rút gọn

Lời giải

$$A = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011}$$

$$5A = 5.(1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011}) = 5 + 5^2 + \dots + 5^{2011} + 5^{2012}$$

$$5A - A = 5^{2012} - 1$$

Suy ra

$$\Rightarrow 4A = 5^{2012} - 1$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

$$4A = (5 - 1)A = 5^{2012} - 1 \Rightarrow A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

$$A = \frac{5^{2012} - 1}{4}$$

Vậy

Câu 4. (HSG 7 trường Hương Điền 2017 - 2018)

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385.$$

$$S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$$

Biết rằng :

Tính tổng:

Lời giải

$$S = (2.1)^2 + (2.2)^2 + \dots + (2.10)^2$$

Ta có

$$= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + \dots + 2^2.10^2 = 2^2.(1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) = 2^2.385 = 1540$$

$$S = 1540$$

Vậy Vậy

Câu 5. (HSG 7 huyện Thái Thụy)

Có tìm được hai chữ số a và b để $\overline{2011ab}$ là bình phương của một số tự nhiên không ? Vì sao ?

Lời giải

$$0 \leq \overline{ab} \leq 99 \Rightarrow 201100 \leq \overline{2011ab} \leq 201199 \Rightarrow 448^2 < \overline{2011ab} < 449^2$$

Ta có:

$$448 \quad 449$$

$$\overline{2011ab}$$

và là hai số tự nhiên liên tiếp nên không là bình phương của một số tự nhiên.

Câu 6. (HSG 7 huyện Tân An, 2017 - 2018)

Cho tích $a.b$ là số chính phương và $(a,b)=1$. Chứng minh rằng a và b đều là số chính phương.

Lời giải

$$\text{Đặt } a.b = c^2 \quad (1)$$

$$\text{Gọi } (a,c)=d \text{ nên } a:d, c:d$$

$$\text{Hay } a = m.d \text{ và } c = n.d \text{ với } (m,n)=1$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } m.d.b = n^2.d^2$$

$$\Rightarrow m.b = n^2.d \Rightarrow b:n^2 \text{ vì } (a,b)=1=(b,d)$$

Và $n^2 : b \Rightarrow b = n^2$

Thay vào ⁽¹⁾ ta có $a = d^2$ (đpcm)

Câu 7. (HSG 7 huyện Triệu Sơn, 2017 - 2018)

Cho các số thực dương a và b thỏa mãn: $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = a^{2014} + b^{2015}$

Lời giải

$$a^{102} + b^{102} = (a^{101} + b^{101})(a + b) - ab(a^{100} + b^{100})$$

Ta có đẳng thức : với mọi a, b ,

$$a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$$

Kết hợp với :

$$1 = (a + b) - ab \Rightarrow (a - 1)(b - 1) = 0$$

Suy ra :

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 1 + b^{100} = 1 + b^{101} = 1 + b^{102} \Rightarrow b = 1$$

TH1:

$$b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow 1 + a^{100} = 1 + a^{101} = 1 + a^{102} \Rightarrow a = 1$$

TH2:

$$a = 1 \Rightarrow 1 + b^{100} = 1 + b^{101} = 1 + b^{102} \Rightarrow b = 1$$

TH1:

$$b = 1 \Rightarrow 1 + a^{100} = 1 + a^{101} = 1 + a^{102} \Rightarrow a = 1$$

TH2:

$$P = a^{2014} + b^{2014} = 1^{2004} + 1^{2005} = 2$$

Do đó:

Câu 8. (HSG 7 huyện KIM SƠN, 2017 - 2018)

$$S = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} - \dots - 2 - 1$$

Thực hiện tính:

Lời giải

$$2S = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} - \dots - 2^2 - 2$$

$$2S - S = 2^{2011} - 2^{2010} + 2^{2010} - 2^{2009} + 2^{2009} - \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 - 1$$

$$S = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1 = 1$$

Câu 9. (HSG 7 huyện KIM SƠN, 2017 - 2018)

Tìm x , biết:

$$a) \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \cdot \dots \cdot \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 2^x \quad b) \frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 2^x$$

Lời giải

$$a) \frac{1}{2.2} \cdot \frac{2}{2.3} \cdot \frac{3}{2.4} \cdot \frac{4}{2.5} \cdot \frac{5}{2.6} \dots \frac{30}{2.31} \cdot \frac{31}{2^6} = 2^x$$

$$\Rightarrow \frac{1.2.3.4.5 \dots 30.31}{1.2.3.4 \dots 30.31.2^{30} \cdot 2^6} = 2^x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^{36}} = 2^x$$

$$\Rightarrow x = -36$$

$$x = -36$$

Vậy

$$b) \frac{4.4^5}{3.3^5} \cdot \frac{6.6^5}{2.2^5} = 2^x$$

$$\Rightarrow \frac{4^6}{3^6} \cdot \frac{6^6}{2^6} = 2^x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{6}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^6 = 2^x$$

$$\Rightarrow 2^{12} = 2^x$$

$$\Rightarrow x = 12$$

$$x = 12$$

Vậy

Câu 10. (HSG 7 huyện Tam Nông, THCS Hiền Quan 2017 - 2018)

$$\left(\frac{3}{4} - 81\right) \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \dots \left(\frac{3^{2000}}{2003} - 81\right)$$

a) Tính:

$$3^x + 3^{x+2} = 2430$$

b) Tìm x , biết:

Lời giải

$$\left(\frac{3}{4} - 81\right) \left(\frac{3^2}{5} - 81\right) \left(\frac{3^3}{6} - 81\right) \dots \left(\frac{3^{2000}}{2003} - 81\right)$$

a) Nhận xét

Có quy luật là trong ngoặc, mẫu số lớn hơn số mũ ở tử ³ đơn vị.

$$\frac{3^6}{9} - 81 = 0 \Rightarrow$$

Trong dãy có tích bằng 0

$$3^x + 3^{x+2} = 2430$$

b) Chuyển vế:

$$\Rightarrow 3^x \cdot (1 + 3^2) = 2430$$

$$\Rightarrow 3^x \cdot 10 = 2430$$

$$\Rightarrow 3^x = 243 = 3^5$$

$$\Rightarrow x = 5$$

Vậy $x = 5$.

Câu 11. (HSG 7 huyện Cẩm Phả 2017 - 2018)

Cho đa thức $f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$. Tính $f(100)$.

Lời giải

$$f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$$

Ta có:

$$= x^{10} - 100x^9 - x^9 + 100x^8 + x^8 - 100x^7 - x^7 + \dots - 101x + 101$$

$$= x^9(x - 100) - x^8(x - 100) + x^7(x - 100) - x^6(x - 100) + \dots + x(x - 100) - (x - 101)$$

$$\Rightarrow f(100) = 1$$

QUY ĐỊNH BIÊN SOẠN ĐỀ KIỂM TRA, TÀI LIỆU CỦA NHÓM

Thường gặp – Không chuẩn

1. Dấu độ 90^0
2. Dấu phẩy Δ', d' hoặc A'
3. Cặp ngoặc tròn $(3; 4)$
4. Tọa độ điểm $(1; 2)$

Nhấn Ctrl Space để gõ dấu cách trong MT.

$$5. f[g(x)], [f(x) + g(x)]$$

$$6. \text{Dấu song song } a // b$$

$$7. \text{Tách rời công thức } x, y$$

CHUẨN

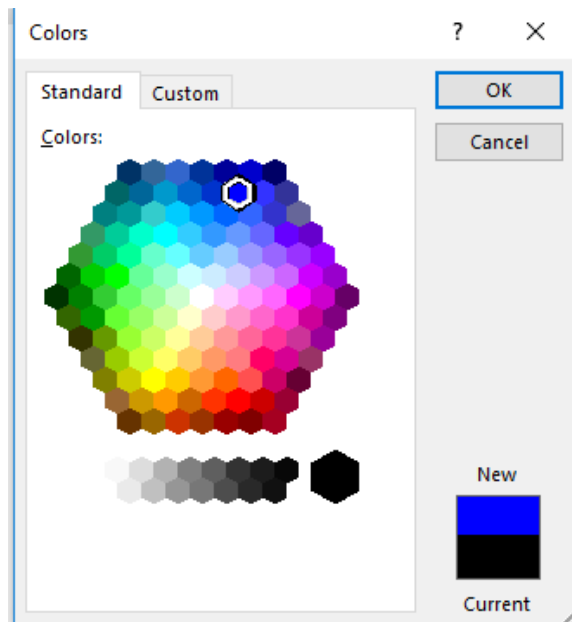
1. 90° **Nhấn Ctrl + Shift + K, buông ra nhấn D**
2. Δ', d' hoặc A' **Nhấn Ctrl Alt ‘**
3. $(3; 4)$ **Nhấn Ctrl (có thêm 1 dấu cách trước và sau ; trong cặp ngoặc)**
5. $(1; 2)$ **Trước và sau dấu ; có 1 dấu cách .**

$$7. f(g(x)), (f(x) + g(x)) \text{ vì dấu } () \text{ trong } f(x) \text{ là kí hiệu, không phải phép toán.}$$

$$8. a // b \text{ Trước và sau dấu } // \text{ phải có 1 dấu cách Gõ } // \text{ bình thường trong MT, bôi đen } // \text{ (Ctrl+Shift+E).}$$

$$9. x, y \text{ hoặc } x_1; x_2 \text{ Dấu , hoặc dấu ; nằm ngoài MT,}$$

- hoặc $x_1; x_2$
8. Các tập số $N, Z, R \dots$
 9. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (dấu ngoặc gõ thường bằng Word)
 10. $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ hoặc 1, 2, 3...
 11. Đánh số công thức (1), (2), (*)
 12. Cặp ngoặc () để thường bên ngoài. **Cặp ngoặc bên trong MT** ().
 13. Tách Công Thức cho những trường hợp có dấu , hoặc dấu ;. **Hai CT có tính chất riêng biệt. và không xuống hàng trong MT.**
 14. Các **chữ số tự nhiên** không đi cùng bất kì kí tự nào khác có thể gõ bằng Word bình thường, không cần gõ trong Mathtype.
 15. Các biến số như $x, y, t \dots$ và các chữ cái như $a, b, m, A, B \dots$ đều phải được gõ trong Mathtype và in nghiêng.
 16. **Đơn vị in đứng** và cách số liệu 1 dấu cách. $(\text{km}) (\text{km/h})$; **;(nếu gõ trong MT thì dùng cặp ngoặc MT). Có thể gõ ngoài word thông thường và cách số liệu 1 dấu cách.**
 17. Hình vẽ canh giữa trang, để chế độ **In line with Text. Trên Hình dạng điểm nhỏ, Nét Vẽ mảnh, Miền diện tích cần Tô màu. Thể hiện đúng nội dung bài giải.**
 18. Hình vẽ, bảng giá trị cần phải hóa ảnh.
 19. Nội dung trong công thức Mathtype canh đều về bên trái.
 20. Toàn bộ văn bản phải canh đều hai biên (Ctrl J), trừ chữ **Lời giải** và các hình ảnh.
 21. Không dùng dấu cách trong các công thức Toán.
 22. Kí hiệu trong góc, khoảng cách, **không** dùng dấu chấm phẩy. Góc, khoảng cách dùng ngoặc tròn không dùng ngoặc vuông.
 23. **Không viết tắt** các cụm từ như TXĐ, BBT, VTPT, VTCP, PT, BTP, TH, ĐKXĐ..., **cho phép viết tắt** đvtt, đvdt, SGK, Đpcm.
 24. Các chữ $(g - c - g), (g - g), (c - g - c), (c - c - c)$ cho phép viết tắt và **phải gõ bằng Word** thông thường, không in nghiêng.
 25. Các chữ **loại, nhận, thỏa mãn** **khi gõ** trong Mathtype **không viết tắt và nằm trong cặp ngoặc tròn** (**Chuẩn** (loại) ; (thỏa mãn) (nhận) ; (chuyển sang Fonf Vni-tmie: rồi gõ cái chữ trên trong text). Có thể gõ ngoài MT (loại); (nhận).
 26. Nếu câu hỏi muốn hỏi mệnh đề sai, hoặc không (thuộc, đúng...) thì các chữ **sai, không phải in đậm, không nghiêng, không gạch chân.**
 27. **Tuyệt đối không dùng gạch đầu dòng** - trong văn bản Toán học.
- tách ra thành 2 công thức có tính chất riêng biệt.**
11. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{R}$ (nhấn Ctrl D, buông ra nhấn Shift N)
13. $(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ (gõ hết trong MT, sau dấu phẩy gõ thêm 1 dấu cách)
15. $\{1; 2; 3; \dots; 100\}$ (khi liệt kê và giữa các phần tử trong một tập hợp phải ngăn cách nhau bằng dấu chấm phẩy, sau dấu ; thêm 1 dấu cách cho đẹp)
16. (1) (*) (Gõ hết trong MT và để riêng)



Màu xanh chuẩn:

BẢNG GÕ TẮT TRONG MATHTYPE

Mở cửa sổ mathtype	Ctrl + Alt + Q
Đóng cửa sổ mathtype	Alt + F4
Số mũ	Ctrl + H
Chỉ số dưới	Ctrl + L
Số mũ + chỉ số dưới	Ctrl + J
Phân số	Ctrl + F
Căn bậc hai	Ctrl + R
Căn bậc n	Ctrl + T,n
$\geq$	Ctrl + K, >
$\leq$	Ctrl + K, <
$\Rightarrow$	Ctrl + K, Shift + Right
$\Leftrightarrow$	Ctrl + K, Alt + Shift + Right
$\neq$	Ctrl + K, Shift +
$\equiv$	Ctrl + K, +
$\in$	Ctrl + K, E

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>