|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NỘI**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **NĂM 2021 - 2022**  **Môn thi: TOÁN (chuyên Toán)**  Ngày thi: 14/6/2021  *Thời gian làm bài: 150 phú* |

**ĐỀ BÀI**

**Bài I (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình .

2) Cho ba số thực  và  thỏa mãn . Chứng minh



**Bài II (2,0 điểm)**

1) Tìm tất cả cặp số nguyên  thỏa mãn .

2) Chứng minh với mỗi số nguyên , số  không chia hết cho 49 .

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Cho số thực  khác 0 thỏa mãn  và  đều là số hữu tỉ. Chứng minh  là số hữu tỉ.

2) Cho các số thực không âm  và  thỏa mãn . Chứng minh 

**Bài IV (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn , với gốc  và . Các đường thẳng  lần lượt cắt các đoạn thẳng  tại . Gọi  là điểm chính giữa của cung  lớn.

1) Chứng minh năm điểm  và  cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi  lần lượt là các giao điểm thứ hai của hai tia  với đường tròn . Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh tia  là tia phân giác của góc .

3) Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh  vuông góc với .

**Bài V (1,0 điểm)**

Cho  là một tập hợp con có 100 phần tử của tập hợp 

1) Chứng minh  chứa hai số tự nhiên liên tiếp.

2) Chứng minh với mọi số tự nhiên  thuộc tập hợp , tồn tại hai phần tử của  có hiệu bằng .

**ĐÁP ÁN THAM KHẢO**

**Bài I (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình .

2) Cho ba số thực  và  thỏa mãn . Chứng minh



**Lời giải**

1) ĐKXĐ: .

**Cách 1:**

Đặt 

Ta có:























Với , suy ra  (TM).

Vây phương trình có nghiệm .

**Cách 2:**

Ta có: 



Vây phương trình có nghiệm .

2) Ta có: 



(đpcm).

**Bài II (2,0 điểm)**

1) Tìm tất cả cặp số nguyên  thỏa mãn .

2) Chứng minh với mỗi số nguyên , số  không chia hết cho 49 .

**Lời giải**

1)  (1)

Do  suy ra 

Vậy từ (1) ta suy ra các trường hợp sau

TH1: .

TH2: 

TH3: 

TH4: 

Vậy các cặp số nguyên  thỏa mãn là .

2)Ta có  suy ra .

TH1:  suy ra  mà  suy ra  suy ra .

TH2:  suy ra  mà  suy ra  suy ra .

Vậy  với mọi  (đpcm)

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Cho số thực  khác 0 thỏa mãn  và  đều là số hữu tỉ. Chứng minh  là số hữu tỉ.

2) Cho các số thực không âm  và  thỏa mãn . Chứng minh 

**Lời giải**

1)

**Cách 1:**

Ta có  suy ra .

Cùng có  suy ra  suy ra 

Do  nên suy ra .

Vậy  suy ra  (điều phải chứng minh)

**Cách 2:**

Ta có:  là số hữu tỉ



Mà:  (1)

 (2)

Ta lại có: 

 (3)

Từ (2) và (3) 









Mà: 

2) 



Ta sẽ chứng minh:



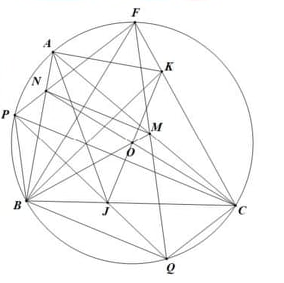


 luôn đúng với mọi 

**Bài IV (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  nội tiếp đường tròn , với gốc  và . Các đường thẳng  lần lượt cắt các đoạn thẳng  tại . Gọi  là điểm chính giữa của cung  lớn.

**Lời giải**

****

1) Chứng minh năm điểm  và  cùng thuộc một đường tròn.

 (góc nội tiếp và góc ờ tâm)

Mà 

 Tứ giác AMON nội tiếp (1)

 (cùng chắn  )

 (cùng chắn  )

Mà  (do  cân)

 (do  cân)

Nên  cân tại 

 cân tại 



Xét  và  có:

 (chưng minh trên)  (cùng chắn 

 ( là điểm chính giữa  )





Mà 





Tứ giác  nội tiếp (2)

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm , cùng thuộc một đường tròn

2) Gọi  lần lượt là các giao điểm thứ hai của hai tia  với đường tròn . Gọi .. là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh tia  là tia phân giác của góc .

Ta có , do đó  và  là các tứ giác nội tiếp

 là điểm chính giữa cung  nên  suy ra  đều

Suy ra 

Lại có  suy ra  là tứ giác nội tiếp

Suy ra 5 điểm  cùng thuộc một đường tròn

Chứng minh tương tự  cũng thuộc một đường tròn

Suy ra 

Suy ra  là tứ giác nội tiếp 

Suy ra  là tia phân giác của góc 

3) Gọi  là giao điểm của đường thẳng  và đường thẳng . Chứng minh  vuông góc với .

Theo trên ta có  là hình thang cân,  là đường trung trưc của 

Mặt khác 

Suy ra tứ giác  nội tiếp

Suy ra 

Hay 

**Bài V (1,0 điểm)**

Cho  là một tập hợp con có 100 phần tử của tập hợp 

1) Chứng minh  chứa hai số tự nhiên liên tiếp.

2) Chứng minh với mọi số tự nhiên  thuộc tập hợp , tồn tại hai phần tử của  có hiệu bằng .

**Lời giải**

1) Gọi các phần tử của tập  là . Không mắt tính tổng quát già sử



Giả sử tập  không có hai số tự nhiên nào liên tiếp thì ta có



Suy ra  vậy  không thuộc tập hợp

 (trái với giả thiết) suy ra điều giả sử là sai từ đó ta có điều phải chứng minh.

2) Với  giả sử không tồn tại hai phần tử nào của  có hiệu bẳng  (\*).

Ta có 

Với các phần tử 

Ta có  khi đó tập  không thể có các phần tử có dạng 

Xét bất phương trình 

Vậy ít nhất có 4 số thuộc tập ....178} không thuốe .

Tưong tự như vậy với  mỗi trường hợp cũng có ít nhất có 4 số thuộc tập  không thuộc  ( các số bỏ đi trong các trương hợp là khác nhau).

Với các phần tử 

Ta có  khi đó tập  không thể có các phằn tử có dạng 

Xét bất phương trình 

Vậy ít nhất có 3 số thuộc tập  không thuộc .

Tương tự như vậy với  mỗi trường hợp cũng có ít nhất có 3 số thuộc tập  không thuộc ( các số bỏ đi trong các trường họp là khác nhau).

Suy ra tập  không nhiều hơn  phẩn tử ( trái với giả thiết) vậy điều giả sử (\*) là sai tử đó ta có điều phải chứng minh.

**-----HẾT-----**