PHẦN 1.

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

NĂM HỌC 1994- 1995

Môn thi :Toán 9 (Vòng 1)

Thời gian: 150 phút không kể chép đề

Ngày thi :5 tháng 01 năm 1995

Bài 1 (4 điểm)

Xét số A = $\underbrace{44\ldots4}_{1995\ chu\ so\ 9}$ và B = 1644428

Hỏi số A có chia hết cho số B hay không , tại sao ?

Bài 2 (4 điểm)

Bạn Việt nói với bạn Nam : "Nếu một tứ giác có hai góc đối bàng nhau đồng thời có một đường chéo đi qua trung điểm của đường chéo kia thì tứ giác đó là hình bình hành. ". Bạn Nam nói "Điều bạn nói là sai rồi !". Ai nói đúng , ai nói sai . Tại sao ?

Bài 3 (4 điểm)

Giải phương trình :

$$8x^2 + \sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{5}{2}$$

Bài 4 (4 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A. Một đường tròn (O) thay đổi luôn luôn đi qua hai điểm A, B và cắt các cạnh AC, BC tại các điểm thứ hai tương ứng D, E. Gọi F là điểm đối xứng với E qua OD và I là giao điểm của BF với đường trung trực của AF . Tìm quĩ tích điểm I.

Bài 5 (4 điểm)

Trên mặt phẳng có 1994 điểm tô xanh sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng có thể kẻ được hai đường thẳng cắt nhau tạo thành cặp góc đối đỉnh sao cho với mỗi cặp góc đối đỉnh đó, số điểm xanh trên miền trong góc này bằng số điểm xanh trên miền trong góc kia.

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

NĂM HOC 1994- 1995

Môn thi :Toán 9 (Vòng 2)

Thời gian: 180 phút không kể chép đề

Ngày thi :13 tháng 01 năm 1995

Bài 1 (4 điểm)

Xét 1995 số tự nhiên a_1 , a_2, ... a_{1995} có tổng bằng 1994x1995.

Đặt $P = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \ldots\ldots a_{1995}^3$. Chứng minh rằng P chia hết cho 3.

Bài 2 (4 điểm)

Cho ngũ giác ABCDE nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, EA. Biết AB = CD =DE = R. Chứng minh rằng ΔBMN đều.

Bài 3(4 điểm)

Giải phương trình :$(x+2)^2 + (x+3)^3 + (x+4)^4 = 2$

Bài 4(4 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Gọi $A'B'C'D'$ là ảnh của tứ giác ABCD trong phép quay tâm D. Chứng minh rằng các đường thẳng AA', BB' , CC' , DD' đồng qui tại một điểm.

Bài 5 (4 điểm)

Cho lục giác đều ABCDEF, các điểm M, N, P theo thứ tự là giao điểm của các cặp đường thẳng: AB với CD; CD với EF ; EF với AB. Người ta tô các điểm A,B,C,D,E,F,M,N,P hoặc xanh hoặc đỏ. Hỏi có cách nào tô sao cho bất cứ ba điểm nào cùng mầu đều không phải là ba đỉnh của mọt tam giác vuông hay không , tại sao ?

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

NĂM HOC 1994- 1995

Môn thi :Toán 9 (Vòng 3)

Thời gian: 180 phút không kể chép đề

Ngày thi :14 tháng 01 năm 1995

Bài 1 (4 điểm)

Xét biểu thức $N = a^{1995} + b^{1995} + c^{1995} + d^{1995}$

Trong đó a, b, c, d là các số tự nhiên sao cho $ab = cd \neq 0$. Chứng minh rằng N là hợp số .

Bài 2 (4 điểm)

Cho hai đường tròn (O), (O') cắt nhau tại A, B , hai cát tuyến MAN, PAQ bằng nhau (M, P $\in$ (O); N, Q (O')). Gọi I, K lần lượt là giao điểm của các đường thẳng MN, PQ với OO'. So sánh BI với BK.

Bài 3(4 điểm)

Giải phương trình : $\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} - 1 = 0$

Bài 4(4 điểm)

Cho góc xOy có độ lớn bằng α ($0^0 < \alpha < 45^0$) và điểm P ởbên trong góc ấy. Dựng góc $x'Oy'$ có độ lớn bằng 2α ; Px' cắt Ox tại điểm A; Py' cắt Oy tại điểm B sao cho hai tam giác OPA, OPB có diện tích bằng nhau.

Bài 5 (4 điểm)

Người ta dùng m mầu để tô các mặt của hai hình lập phương sao cho trong mỗi hình không có hai mặt nào cùng mầu, đồng thời không có ba mầu nào đôi một kề nhau trong cả hai hình (hai mầu kề nhau trong một hình nếu chúng được tô trên hai mặt kề nhau của hình ấy). Hãy tìm số m bé nhất .

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

NĂM HOC 1995- 1996

Môn thi :Toán 9 (Vòng 1)

Thời gian: 150 phút không kể chép đề

Ngày thi :5 tháng 01 năm 1996

Bài 1 (4 điểm)

Giải phương trình : $4x^4 - x^3 - 16x^2 + 4x - 1995 = 0$ với $x \in N$

Bài 2 (4 điểm)

Cho hai đường tròn (O,r),$(O'; \frac{2}{3}r)$ tiếp xúc trong với nhau tại điểmA.Kẻ đường kính AB của đường tròn(O). Dây BC của đường tròn (O) cắt đường tròn (O$'$) tại hai điểm D, E. Tính BC theo r, biết rằng E là trung điểm của DC.

Bài 3(4 điểm)

Cho bốn số a,b,c,d có tổng bằng 1996. Chứng minh rằng trong ba số m=ab+cd; n=ac+bd; P=ad+bc phải có ít nhất một số bé hơn 500 000.

Bài 4(điểm)

Cho tam giác ABC với điểm M nằm giữa B,C.

Dựng đường tròn qua A,M cắt AB, AC tại các điểm thứ hai tương ứng PQ sao cho PQ//BC

Bài 5(4 điểm)

Người ta tô đỏ 7 cạnh của một hình lập phương một cách hú hoạ .Mõi đỉnh kề với ít nhất hai cạnh đỏ dều được gọi là đỉnh đỏ.Chứng minh rằng có ít nhất một mặt của lập phương đó chứa ít nhất 3đỉnh đỏ.

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ

NĂM HOC 1997- 1998

Môn thi :Toán 9 (Vòng 2)

Thời gian: 150 phút không kể chép đề

Ngày thi :15 tháng 01 năm 1998

<u>Câu 1</u>(5 điểm)

1) Cho x_1 , x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 1 = 0$

Chứng minh rằng $x_1^{2k} + x_2^{2k} + 2$ là số chính phương với mọi số tự nhiên chẵn k .

2) Cho m, n là hai số tự nhiên thoả mãn :

$$\frac{m}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots\ldots\ldots \frac{1}{1329} - \frac{1}{1330} + \frac{1}{1331}$$

Chứng minh rằng $m \,\vdots\, 1997$

<u>Câu 2</u> (4 điểm)

Hãy giải và biện luận phương trình :

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - m = 0$$

Theo tham số m

<u>Câu 3</u> (3 điểm)

Cho biểu thức $A = \dfrac{5}{1-x^2} + \dfrac{1}{x^2}$, với $0 < x < 1$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của A.

<u>Câu 4</u> (4 điểm)

Cho 37 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng, nằm bên trong hình vuông có cạnh bằng 1. Chứng minh rằng luôn tìm được 5 điểm trong 37 điểm đã cho thoả mãn : Các tam giác được tạo bởi 3 điểm bất kì trong 5 điểm đó có diện tích $S \leq \dfrac{1}{18}$.

<u>Câu 5</u> (5 điểm)

Cho ΔABC vuông ở C. Một đường thẳngd đi qua A không song song với BC và cắt đường trung trực của đoạn AB tại E. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên d, K là hình chiếu vuông góc của E trên BC. Hãy dựng đường thẳng d thoả mãn góc CHK bằng 30^3.

PHẦN 2.

ĐỀ THI CÁC TỈNH KHÁC

ĐỀ THI THUYỂN SINHVÀO LỚP 10

TRƯỜNG QUỐC HỌC HUẾ

NĂM HỌC 2004

thời gian làm bài 120 phút

(THTT 5 - 2005)

Bài 1(1,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \sqrt{\frac{b}{a}} - \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{a^2}}{a}$

1) Tìm điều kiện đối với a, b để biểu thức A được xác định .
2) Rút gọn biểu thức A.

Bài 2(2 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ 3x^2 - y = 1 \end{cases}$
2) Giải bất phương trình :

$$x + |x - 1| > 5$$

Bài 3(1,5 điểm)

Chứng minh rằng, nếu phương trình

$$X^2 + 2mx + n = 0 \quad (1)$$

có nghiệm, thì phương trình : $x^2 + 2\left(k + \frac{1}{k}\right)mx + n\left(k + \frac{1}{k}\right)^2 = 0$ (2)

cũng có nghiệm. (m, n, k là các tham số : $k \neq 0$)

Bài 4(1,5 điểm)

Cho hàm số y = ax+ b có đồ thị (D) và hàm số $y = kx^2$ có đồ thị (P).

a) tìm a, b biết rằng (D) đi qua A(-1; 3) và B(2; 0)
b) Tìm k ($k \neq 0$) sao cho (P) tiếp xúc với đươờng thẳng (D) vừa tìm được . Viết phương trình của (P).

Bài 5(3,5 điểm)

Cho ΔABC không cân có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Hai đường cao AI, BE cắt nhau tại H.

1) Chứng minh : Góc CHI = góc CBA.
2) Chứng minh : EI $\perp$ CO.
3) Cho góc ACB = 60^0. Chứng minh CO = CH.

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 KHỐI THPT CHUYÊN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM VINH 2005

(dành cho mọi thí sinh . Thòi gan làm bài 150 phút)

THTH 10 –2005

VÒNG 1

Câu1 .

a) Rút gọn biểu thức sau : $A = \sqrt{\dfrac{8+\sqrt{15}}{2}} + \sqrt{\dfrac{8-\sqrt{15}}{2}}$

b) Giải phương trình : $\sqrt{x+5} + \sqrt{3-x} = 4$

Câu2 .

Chứng minh rằng $(n^3 + 17n) \vdots 6$ với mọi số tự nhiên n.

Câu3 .

Giả sử phương trình x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2-4x}{1-x} = 3x+m$,

Trong đó m là tham số. Tìm m để biểu thức $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu4 .

Cho hình vuông ABCD. Hai điểm I, J lần lượt thuộc hai cạnh BC, CD sao cho góc IAJ = 45^0 . Đường chéo BD cắt AI, AJ tương ứng tại H, K. Tính tỉ số $\dfrac{HK}{IJ}$

Câu5 .

Cho hai đường tròn $(O_1;R_1)$và $(O_2;R_2)$có $R_1 > R_2$ tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn$(O_1;R_1)$ tại M và cắt đường tròn $(O_2;R_2)$ tại N (Các điểm M, N khác A).

a) Xác định vị trí của đường thẳng d để độ dài đoạn thẳng MN lớn nhất.
b) Tìm tập hợp các trung điểm I của các đoạn thẳng MN khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

VÒNG 2

Câu6 .

Câu7 .

Câu8 .

Câu9 .

Câu10 .

PHẦN 3.

TUYỂN SINH CHU VĂN AN- AMSTERDAM

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1991 -1992

* Môn Toán * Ngày thi 6/8/1991 * Thời gian 150 phút

Bài 1:

Trên một đường giao thông đi qua ba tỉnh A, B, C (B nằm giữa A, C) có hai người chuyển động đều : M xuất phát từ A đi bằng ô tô và N xuất phát từ B đi bằng xe đạp. Họ xuất phát cùng một lúc và đi về phía C. Đến C thì M quay trở lại A ngay và về đến B đúng vào lúc N đến C.Tính quãng đường AC biết rằng quãng đường BC dài gấp đôi quãng đường AB và khoảng cách giữa hai địa điểm họ gặp nhau trên đường đi (một lần khi họ đi cùng chiều , một lần khi họ đi ngược chiều) là 8 km.

Bài 2 :

Cho hai số tự nhiên a, b sao cho $a.b = 1991^{1992}$. Hỏi tổng a + b có thể chia hết cho 1992 hay không ? tại sao ?

Bài 3 :

Cho góc nhọn xAy với tia phân giác Az , một điểm B cố định trên Az ($B \neq A$). Người ta kẻ một đường tròn tâm O đi qua A, B cắt Ax, Ay lần lượt tại các điểm M, N. Gọi I là trung điểm của MN, dựng hình vuông ACID. Tìm tập hợp C, tập hợp D khi đường tròn (O) thay đổi luôn luôn qua A, B.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1992 -1993

* Môn Toán   * Ngày thi 11/6/1992   * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

Xét biểu thức :

$$P = \frac{1}{2\left(1+\sqrt{a}\right)} + \frac{1}{2\left(1-\sqrt{a}\right)} - \frac{a^2+2}{1-a^3}$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 : (2,5 điểm)

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 30 Km/h . Sau đó một thời gian , một xe con cũng xuất phát từ A với vận tốc 40 Km/h và nếu không có gì thay đổi thì đuổi kịp ô tô tải tại B. Nhưng ngay sau khi được nửa quãng đường AB thì xe con tăng vận tốc thành 45 Km/h nên sau đó 1 h thì đuổi kịp ô tô tải. Tính quãng đường AB.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AB trên đó có một điểm M. Trên đường kính AB có một điểm C sao cho AC < CB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M, người ta kẻ các tia Ax, By vuông góc với AB; đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax tại P; đường thẳng qua C vuông góc với CP cắt By tại điểm Q. Gọi D là giao điểm của CP, AM; E là giao điểm của CQ, BM.

a) Chứng minh rằng các tứ giác ACMP, CDME nội tiếp được.

b) Chứng minh rằng hai đường thẳng AB, DE song song.

c) Chứng minh rằng ba điểm P, M, Q thẳng hàng.

d) Ngoài điểm M ra , các đường tròn ngoại tiếp các tam giác DMP, EMQ còn có điểm chung nào nữa không , tại sao ?

Bài 4 : (1 điểm)

Giải phương trình :

$2x^4 - x^3 - 5x^2 + x + 2 = 0$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
<u>HÀ NỘI</u>

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `1992 -1993

* Môn Toán   * Ngày thi 12/6/1992   * Thời gian 150 phút

<u>Bài 1</u> :(2,5 điểm)

Một gia đình lớn gồm 4 thế hệ, trong đó có 7 cặp ông nội – cháu nội. Biết rằng trong gia đình đó, mỗi người chỉ có nhiều nhất 2 con. Hỏi gia đình đó có ít nhất mấy nam giới ? tại sao ?

<u>Bài 2</u> :

Trên mặt phẳng cho 9 điểm A_1 , A_2 ,..., A_9 , trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Người ta kể tên các tam giác mà các đỉnh là 3 trong 9 điểm đã cho, sao cho bất cứ 2 tam giác nào cũng chỉ có nhiều nhất 1 đỉnh chung.

a) Hỏi mỗi cách kể tên như trên có nhiều nhất bao nhiêu tam giác ? tại sao ?

b) Hãy nêu một cách kể tên với số tên tam giác nhất có thể được.

<u>Bài 3</u> :

Cho hình lục giác đều ABCDEG. Người ta tô đỏ 2 đỉnh A , D và tô xanh tất cả 4 đỉnh còn lại. Sau đó, người ta đổi mầu các đỉnh đó theo quy tắc sau đây :

-Mỗi lần đổi mầu phải chọn 3 đỉnh của một tam giác cân, đổi mầu đồng thời 3 đỉnh ấy (đỏ thành xanh, xanh thành đỏ). Hỏi sau một số lần thực hiện quy tắc đó, thì có thể thu được kết quả là đỉnh C đỏ còn 5 đỉnh còn lại là xanh không ? tại sao ?

<u>Bài 4</u> :

Để kỉ niệm kỳ thi Toán Quốc tế lần thứ XXIII, một học sinh đã lấy một số n bằng 23^2 rồi ghi tất cả các số tự nhiên: 1, 2, ..., n vào tất cả các ô của một hình vuông cỡ 23×23 ô vuông, sao cho :

a) Mỗi một hàng đều có ít nhất một ô là ô lớn nhất trong cột chứa nó, và ít nhất một ô là ô nhỏ nhất trong cột chứa nó.

b) Mỗi một cột, đều có ít nhất một ô là ô lớn nhất trong hàng chứa nó, và ít nhất một ô là ô nhỏ nhất trong hàng chứa nó.

Hỏi, có thể thoả mãn đồng thời cả hai điều kiện a) và b) hay không ? tại sao ? (Ô này lớn hơn hoặc nhỏ hơn ô kia tuỳ theo số ghi trong ô đó lớn hơn hoặc nhỏ hơn số ghi trong ô kia).

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1993 -1994

* Môn Toán * Ngày thi 8/7/1993 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

Xét biểu thức : $P=\left(\dfrac{1-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-a}+1\right)\cdot\left(\dfrac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right):\dfrac{(1-a)^3}{1+\sqrt{a}}$

a) Rút gọn P.

b) Với điều kiện để $\sqrt{P}$ có nghĩa , hãy so sánh $\sqrt{P}$ với P.

Bài 2 :(2,5 điểm)

Hai bến sông A, B cách nhau 40 km. Cùng một lúc với ca nô xuôi từ bến A có một chiếc bè trôi từ bến A với vận tốc 3 km/ h. Sau khi đến bến B, ca nô trở về bến A ngay và gặp bè đã trôi được 8 km. Tính vận tốc riêng của ca nô, biết reawngf vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bài 3 :(4 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn, trực tâm là H. Người ta dựng hình bình hành BHCD và gọi I là giao điểm của hai đường chéo.

a) Chứng minh tứ giác ABDC nội tiếp được

b) So sánh các góc BAH và OAC (O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

c) Gọi G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh G là trọng tâm của ΔABC.

d) Tìm điều kiện rằng buộc giữa các góc B và C để OH song song với BC.

Bài 4 :(1 điểm)

Tìm điều kiện cần và đủ để phương trình bậc hai :

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

có nghiệm này gấp 1993 lần nghiệm kia.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NÔI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1993 -1994

* Môn Toán * Ngày thi 9/7/1993 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(4 điểm)

Tìm tất cả các số có 4 chữ số $\overline{abcd}$ sao cho :

a + b = cd

c + d = ab

Bài 2 : (4 điểm)

Cho ΔABC dựng các tam giác cân ABX, BCY, CAZ đồng dạng như sau : đỉnh X ở cùng phía với C so với cạnh AB, đỉnh Y ở khác phía với A so với cạnh BC và đỉnh Z ở khác phía với B so với cạnh CA.

a) Chứng minh rằng nếu 4 điểm X, Y, Z, C không thẳng hàng , thì tứ giác XYCZ là hình bình hành.

b) Khi nào 4 điểm X, Y, Z, C thẳng hàng ?

Bài 3 : (4 điểm)

Cho số A = 111.....11 có 1993 chữ số 1. Có hay không bội số dương của A, mà tổng các chữ số của nó nhỏ hơn 1992 ?

Bài 4 : (4 điểm)

Các đường chéo của tứ giác ABCD cắt nhau tại O ở trong tứ giác. Gọi diện tích của các tam giác AOB, COD lần lượt là S_1 và S_2 ,dieenhj tích tứ giác ABCD bằng S.

a) Chứng minh rằng : $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \le \sqrt{S}$ (*)

b) Hệ thứ (*) trên sẽ như thế nào khi ABCD là hình thang ?

Bài 5 : (4 điểm)

Chứng minh rằng phương trình : $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + \frac{3}{4} = 0$

không có nghiệm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1994 -1995

* Môn Toán   * Ngày thi 7/7/1994   * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

Xét biểu thức :

$$P=\left(\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(1+\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để $P \le 0$

Bài 2 : (2,5 điểm) Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases}(a-1)x-2y=1\\3x+ay=1\end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $a=\sqrt{3}+1$

b) Chứng minh rằng với mọi a, hệ có nghiệm duy nhất.

c) Tìm a để x – y đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và ΔABC cân (AB = AC > R) nội tiếp đường tròn ấy. Kẻ đường kínhAI.Gọi M là một điểm bất kì trên cung nhỏ AC; Mx là tia đối của tia MC. Trên tia đối của tia MB lấy một điểm D sao cho MD = MC.

a) Chứng minh rằng tia MA là phân giác của góc BMx.

b) Gọi K là gia điểm thứ hai của đường thẳng DC với đường tròn (O). Tứ giác MIKD là hình gì, tại sao ?

c) Gọi G là trọng tâm ΔMDK. Chứng minh rằng khi M di động trên cung nhỏ AC thì G luôn nằm trên một đường tròn cố định.

d) Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AD với đường tròn (O); P là giao điểm thứ hai của phân giác góc IBN với đường tròn (O). Chứng minh rằng đường DP luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên cung nhỏ AC.

Bài 4: (1 điểm)

Tìm đa thức P(x) biết P(x) chia cho x – 2 dư 2 ; chia cho x + 2 dư –2 ; chia cho x^2 – 4 được thương là x và còn dư.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `1994 -1995

* Môn Toán chuyên * Ngày thi 8/7/1994 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

a) Tìm x, y nguyên dương để phân số $\frac{x^2+x+1}{xy-1}$ nhận giá trị nguyên.

b) Tồn tại hay không các số a, b, c, d hữu tỷ sao cho :

$\left(a+b\sqrt{2}\right)^{1994}+\left(c+d\sqrt{2}\right)^{1994}=\left(5+4\sqrt{2}\right)$

Bài 2 : (2,5 điểm)

a) Cho x > 0 , y > 0 và $x^3 + y^3 = x - y$

Chứng minh rằng : $x^2 + y^2 < 1$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của: $y=\sqrt{-x^2+3x+18}-\sqrt{-x^2+4x+5}$

Bài 3 : (3 điểm)

Cho tứ giác lồi ABCD và hình chữ nhật MNEF sao cho M, E là trung điểm của AB, CD ; N $\in$ BC ; F $\in$ DA.

a) Chứng minh diện tích tứ giác ABCD bằng hai lần diện tích hình chữ MNEF.

b) Chứng minh rằng diện tích tứ giác ABCD không vượt quá : $\frac{1}{2}(AB.CD+BC.DA)$

Bài 4 : (2 điểm)

Cho một số hữu hạn hình tròn chiếm trên mặt phẳng một diện tích bằng 1. Chứng minh rằng, có thể chọn ra một vài hình tròn đôi một không có điểm chung trong các hình tròn đã cho, có tổng diện tích không lớn hơn 1/9.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1995 -1996

* Môn Toán * Ngày thi 11/7/1995 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2 điểm)

Cho các biểu thức :

$A=\dfrac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}^3-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$

a) Rút gọn A và B.

b) Tìm giá trị x để A = B.

Bài 2 : (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$ (x là ẩn)

a) Xác định m để phương trình có một nghiệm x =-1 và tìm nghiệm còn lại.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 với mọi giá trị của m.

c) Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và một điểm C trên đường tròn (C không trùng với A và B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C, kẻ tia Ax tiếp xúc với đường tròn (O). Gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC; P là giao điểm của AC , BM. Tia BC cắt các tia AM, Ax lần lượt tại N và Q.

a) Chứng minh ΔABN cân.

b) Tứ giác APNQ là hình gì , tại sao ?

c) Gọi K là điểm chính giữa của cung AB không chứa điểm C. Hỏi có thể xẩy ra ba điểm Q, M, K thẳng hàng được không, tại sao ?

d) Xác định vị trí của điểm C để được đường tròn ngoại tiếp ΔMNQ tiếp xúc với đường tròn (O).

Bài 4 :(1 điểm)

Giải phương trình : $\sqrt{x-2}+\sqrt{y+1995}+\sqrt{z-1996}=\frac{1}{2}(x+y+z)$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1995 -1996

* Môn Toán chuyên * Ngày thi 12/7/1995 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(1,5 điểm)

Giải phương trình:

$$\sqrt{x-94}+\sqrt{96-x}=x^2-190x+9027$$

Bài 2 : (1,5 điểm)

Cho 40 số nguyên dương thoả mãn :

$$1 \le a_1 < a_2 < ..... < a_{20} \le 200$$

$$1 \le b_1 < b_2 < ..... < b_{20} \le 200$$

Chứng minh rằng tồn tại các số :

$$1 \le i + j \le 40 \text{ và } 1 \le k + 1 \le 40 \text{ sao cho :}$$

$$a_i - a_j = b_k - b_i$$

Bài 3 : (2 điểm)

Hãy tính $A = 3x^3 + 3x^2 + 1$

Với $x=\frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{\frac{23+\sqrt{513}}{4}}+\sqrt[3]{\frac{23-\sqrt{513}}{4}}-1\right)$

Bài 4 : (1 điểm). Giải phương trình tìm nghiệm nguyên :

$$x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y$$

Bài 5 : (4 điểm)

a) Cho đường tròn tâm O và một đường thẳng d cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Từ một điểm M bất kì trên d và nằm bên ngoài đường tròn, kẻ hai tiếp tuyến ME và MF (E và F là hai tiếp điểm) . Tìm tập hợp tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF, khi M di động trên d.

b) Cho ΔABC, các đường phân giác trong và ngoài của góc C cắt đường thẳng AB tại P và Q. Chứng minh rằng nếu CP = CQ thì $4R^2 = CB^2 + CA^2$. Trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1996 -1997

* Môn Toán * Ngày thi 2/7/1996 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

Xét biểu thức : $P = \frac{3a + \sqrt{9a} - 3}{a + \sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a} - 1} + \frac{1}{\sqrt{a} + 2} - 1$

1. Rút gọn P.
2. Tìm a để $|P| = 1$.
3. Tìm các giá trị của $a \in N$ sao cho $P \in N$.

Bài 2 : (2,5 điểm)

Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần lễ. Do mỗi tuần trồng vượt mức 5 ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn 1 tuần . Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng ?

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm M nằm giữa A và B. Trong cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB dựng các hình vuông AMCD và MBEF. Hai đường thẳng AF và BC cắt nhau ở N.

1. Chứng minh AF vuông góc với BC, suy ra điểm N nằm trên hai đường tròn ngoại tiếp các hình vuông AMCD và MBEF.
2. Chứng minh ba điểm D, N, E thẳng hàng và $MN \perp DE$ tại N.
3. Cho A, B cố định còn M di động trên đoạn AB. Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định .
4. Tìm vị trí điểm M sao cho đoạn thẳng MN có độ dài lớn nhất.

Bài 4 : (1 điểm)

Cho hai phương trình :$ax^2 + bx + c = 0$ (1) và $cx^2 + bx + a = 0$ (2) với $a.c < 0$. Gọi α và β tương ứng là nghiệm lớn nhất của phương trình (1) và phương trình (2), Chứng minh rằng $\alpha + \beta \geq 2$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1996 -1997

* Môn Toán chuyên * Ngày thi 3/7/1996 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(4 điểm)

Viết các số liên tiếp 111, 112, 113, ..., 887, 888 , ta được số

A = 111112113......887888.

Chứng minh rằng A chia hết cho 1998

Bài 2 : (3 điểm)

Giải phương trình : $x^4 + (x - 1)(x^2 - 2x + 2) = 0$

Bài 3 : (3 điểm)

Cho các số dương a, b, c có tổng bằng 2. Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq 1$$

Bài 4 : (5 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn O. Đường phân giác góc A cắt đường tròn (O) ở D. Một đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm A và D, cắt hai đường thẳng AB và AC ở giao điểm thứ hai là M và N (có thể trùng với A).

1. Chứng minh rằng BM = CN.
2. Tìm tập hợp trung điểm của MN.
3. Xác định vị trí của đường tròn (L) sao cho đoạn MN có độ dài nhỏ nhất.

Bài 5 : (5 điểm)

Hình chữ nhật kích thước 3×4 được chia bởi các đường thẳng song song với các cạnh thành 12 hình vuông đơn vị. Chứng minh rằng với 7 điểm bất kì nằm trong hình chữ nhật luôn có thể chọn ra 2 điểm có khoảng cách không vượt quá $\sqrt{5}$. Chứng minh kết luận của bài toán vẫn đúng khi số điểm là 6 và không còn đúng khi số điểm là 5.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1997 -1998

* Môn Toán * Ngày thi 8/.7/1997 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2,5 điểm)

Xét biểu thức :

$$P = \frac{3(x+\sqrt{x}-3)}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm x để $P < \frac{15}{4}$

Bài 2 :(2,5 điểm)

Một máy bơm dùng để bơm nước đầy bể nước có dung tích 60 m^3 với thời gian định trước. Khi đã bơm được 1/2 bể , thì mấy điện trong 48 phút. Đến lúc có điện trở lại, người ta sử dụng thêm máy bơm thứ hai có công suất 10 m^3/h. Cả hai mấy bơm cùng hoạt động để bơm đầy bể nước đúng thời gian dự kiến. Tính công suất máy bơm thứ nhất và thời gian mấy bơm đó hoạt động.

Bài 3 :(4 điểm)

Cho ΔABC với ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). tia phân giác trong góc B cắt đường tròn tại D, tia phân giác trong của góc C cắt đường tròn tại E; hai phân giác này cắt nhau tại F. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của dây DE với các cạnh AB, AC.

a) Chứng minh rằng Các tam giác EBF, ADF cân

b) Chứng minh tứ giác DKCF nội tiếp và FK song song với AB.

c) Tứ giác AIFK là hình gì ? tại sao ?

d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác AEFD là hình thoi, đồng thời có diện tích gấp 3 lần diện tích tứ giác AIFK.

Bài 4 :(1 điểm)

Tìm những giá trị của x thoả mãn hệ thức sau :

$$\left(2-\sqrt{3}\right)^x + (7-4\sqrt{3})(2+\sqrt{3})^x = 4\left(2-\sqrt{3}\right)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1997 -1998

* Môn Toán chuyên * Ngày thi 9/7/1998 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2 điểm)

Cho bốn số dương a, b, c, d . Chứng minh rằng :

$\sqrt{ab}+\sqrt{cd}\le\sqrt{(a+d)(b+c)}$

Khi nào xảy ra dấu đẳng thức ?

Bài 2 : (1,5 điểm)

Giải phương trình sau : $\sqrt[3]{x^2-4x+31}+x^2=4x-1$

Bài 3 : (3 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Kẻ các đường cao $AA^/$, $BB^/$, $CC^/$ .Gọi S là diện tích ΔABC và $S^/$ là diện tích $\Delta A^/B^/C^/$.

a) Chứng minh rằng AO vuông góc với $B^/C^/$.
b) Chứng minh : S =1/2. P.R ; trong đó P là chu vi $\Delta A^/B^/C^/$.
c) Chứng minh hệ thức : $\cos^2 A+\cos^2 B+\cos^2 C=1-\dfrac{S^/}{S}$

Bài 4 : (2 điểm)

Xét những số được tạo bởi bằng cách viết 2n chữ số 0 xen kẽ với (2n + 1) chữ số 1 có dạng như sau :

10101 ; 1010101 ; ....; 1010...101 ; .... (n là số nguyên dương)

Chứng minh rằng các số trên đều là hợp số.

Bài 5 : (2 điểm)

Cho hình vuông cạnh n (n là số nguyên lớn hơn 1) được chia thành n×n ô vuông nhỏ. Trong mỗi ô nhỏ này chỉ ghi một trong ba số : 1 ; 0 ; -1 . Hình vuông như thế được gọi là " bảng số vuông cạnh n"

a) Hãy lập một bảng số vuông cạnh 6 sao cho tổng các số ghi trong bảng theo mọi hàng , cột đều khác nhau.
b) Có hay không bảng số vuông cạnh n nào đó mà tổng các số ghi trong bảng theo mọi hàng, cột và theo 2 đường chéo đều khác nhau ?

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1998 -1999

* Môn Toán * Ngày thi 8/6/1998 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2 điểm)

Cho biểu thức : $P=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}+\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}}+1\right):\left(1-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}\right)$

a) Rút gọn P.

b) Cho $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=6$, tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 2 : (3 điểm)

Cho phương trình : $(x + 1)^4 – (m - 1)(x + 1)^2 – m^2 + m – 1 = 0$ (*)

a) Giải phương trình (*) với m = - 1.

b) Chứng tỏ rằng phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 với mọi giá trị của tham số m.

c) Tìm các giá trị của m để $|x_1| + |x_2| = 2$

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đường tròn (O; R) , đường kính AB; kẻ tiếp tuyến Ax và trên đó lấy một điểm P (AP > R) . Từ P kẻ tia PM tiếp súc với đường tròn (O) tại M.

a) Tứ giác OBPM là hình gì ? tại sao ?

b) Cho $AP = R\sqrt{3}$, chứng minh tam giác PAM có trực tâm H nằm trên (O;R).

c) Chứng minh rằng khi P di động trên tia Ax (AP > R) thì trực tâm H của tam giác PAM chạy trên một cung tròn cố định.

d) Dựng hình chữ nhật PAON, chứng minh B, M, N thẳng hàng.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `1998 -1999

* Môn Toán - tin * Ngày thi 9 /6/1998 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2 điểm)

Cho phương trình $x^3 - 2mx^2 + (m^2 + 1)x - m = 0$ (*) với m là tham số

Tìm các giá trị của m để mọi nghiệm của (*) đều thuộc khoảng (-1; 1)

Bài 2 : (2 điểm)

Chứng minh bất đẳng thức :

$$\sqrt{\frac{a}{b+c+d}} + \sqrt{\frac{b}{a+c+d}} + \sqrt{\frac{c}{b+a+d}} > 2$$

Bài 3 : (3 điểm)

Xét hình thang ABCD vuông góc tại A và D(AB < DC) có M là trung điểm của AD. Các đỉnh A, D, C cố định; độ dài đáy nhỏ AB thay đổi.

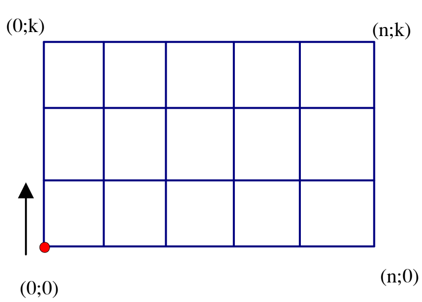
1. Cho DC = 2.AD, chứng minh chu vi ΔMBC nhỏ nhất khi hình thang ABCD ngoại tiếp một đường tròn.
2. Kẻ tia AA/ vuông góc với MB tại A/ và tia DD/ vuông góc với MC tại D/, hai tia này cắt nhau ở K. Tia MK cắt đường thẳng BC tại I, tìm quĩ tích của điểm I.

Bài 4 : (1,5 điểm).

Từ dãy số 1, 2, 3, 4, ..., 1998 chọn ra 1000 số tuỳ ý. Chứng minh rằng trong 1000 số được chọn có ít nhất hai số sao cho số này là bội của số kia.

Bài 5 ; (1,5 điểm)

Xét một lưới n×k ô vuông với các nút được kí hiệu theo chỉ số cột và theo chỉ số hàng (xem hình vẽ). Một dãy các cạnh ô vuông liên tiếp (theo chiều sang phải hoặc lên trên) nối liến nút (0;0) với nút (n;k)đượng gọi là một *đường đi* của lưới.



1. Tìm tất cả các đường đi của lưới 2×2.
2. Hỏi có bao nhiêu đường đi của lưới n×k với n > k

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

HÀ NỘI ***Trường Chu Văn An & Amsterdam***

Năm học `1999 -2000

* Môn Toán * Ngày thi 17/6/1999 * Thời gian 150 phút

Bài 1 :(3 điểm)

Cho biểu thức : $P=\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right):\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$

1. Rút gọn P.
2. Tìm các giá trị nguyên của x để P < 0.
3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $\frac{1}{P}$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Bài 2 :(3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - mx + m^2 - 5 = 0$ (m là tham số)

1. Giải phương trình với $m = 1+\sqrt{2}$
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
3. Với những giá trị của m mà phương trình có nghiệm, hãy tính tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong tất cả các nghiệm đó.

Bài 3:(4 điểm)

Cho ΔABC có góc A tù, đường tròn (O) đường kính AB cắt đường tròn (O$^/$) đường kính AC tại giao điểm thứ hai là H. Một đường thẳng (d) quay quanh A cắt đường tròn (O) và đường tròn (O$^/$) lần lượt tại M và N sao cho A nằm giữa M và N.

1. Chứng minh H thuộc cạnh BC và tứ giác BCNM là hình thang vuông.
2. Chứng minh tỷ số $\frac{HM}{HN}$ không đổi.
3. Gọi I là trung điểm của MN , K là trung điểm của BC. Chứng minh 4 điểm A, H, K, I thuộc một đường tròn và I di chuyển trên một cung tròn cố định.
4. Xác định vị trí trí của đường thẳng (d) để diện tích ΔHMN lớn nhất.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `1999 -2000

Môn Toán Ngày thi 18/6/1999 Thời gian 150 phút

Bài 1 :(2 điểm)

Giải phương trình : $x^4 + \sqrt{x^2 + 1999} = 1999$

Bài 2 :(2 điểm)

Tìm tham số m để hai bất phương trình sau không có nghiệm chung :

$mx + 1 > 4m$ (1) ; $x^2 - 9 < 0$ (2)

Bài 3 : (3 điểm)

ΔABC có trực tâm H, tâm đường tròn ngoại tiếp là O, bán kính đường tròn nội tiếp là r. Gọi d_a, d_b , d_c lần lượt là khoảng cách từ O tới 3 cạnh BC, CA, AB.

a) Chứng minh $HA + HB + HC = 2(d_a + d_b + d_c)$.

b) Giả sử ABC nhọn, Chứng minh $HA + HB + HC \geq 6r$ (*)

c) Bất đẳng thức (*) còn đúng không khi ΔABC có góc A tù không , vì sao ?

Bài 4 : (1,5 điểm)

Tìm các chữ số biểu thị bởi các chữ cái trong phép nhân sau :

Biết rằng T = 2E và chữ cái khác nhau ứng với chữ số khác nhau.

$$\begin{array}{r} \mathbf{BIT} \\ \mathbf{8} \\ \hline \mathbf{BYTE} \end{array}$$

Bài 5 : (1,5 điểm)

Người ta kẻ n đường thẳng sao cho không có 2 đường nào song song và 3 đường nào đồng quy để chia mặt phẳng thành các miền con. Gọi S_n là số miền con có được từ n đường thẳng đó.

a) Tìm S_3 ; S_4 .

b) Chứng minh $S_n = S_{n-1} + n$

c) Chứng minh $S_n = \dfrac{n^2+n+2}{2}$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học 2000 -2001

Môn Toán   Ngày thi 15/6/2000   Thời gian 150 phút

Bài 1 : (3 điểm)

Cho biểu thức : $P = \frac{2x+2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

1. Rút gọn P.
2. So sánh P với 5.
3. Với mọi giá trị của x làm P có nghĩa, chứng minh rằng biểu thức $\frac{8}{P}$ chỉ nhận đúng một giá trị nguyên

Bài 2 : (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho :

Đường thẳng (d) : y = mx +1 và Parabol (P): $y = x^2$

1. Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) khi m = 1.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m, đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định và luông cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
3. Tìm giá trị của tham số m để diện tích ΔOAB bằng 2 (đơn vị diện tích).

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đoạn thẳng AB = 2a có trung điểm O. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB kẻ các tia Ax, By vuông góc với AB. Một đường thẳng (d) thay đổi cắt Ax ở M , cắt By ở N sao cho luôn có : $AM.BN = a^2$.

1. Chứng minh ΔAOM ~ ΔBNO và góc MON vuông.
2. Gọi H là hình chiếu của O trên MN, chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn tiếp xúc với một nửa đường tròn cố định tại H.
3. Chứng minh rằng tâm tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔMON chạy trên một tia cố định.
4. Tìm vị trí của đường thẳng (d) sao cho chu vi ΔAHB đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị lớn nhất đó theo a.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học 2000 -2001

Môn Toán Ngày thi 16/6/2000 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của x để hàm số $y = |x^2 + x + 16| + |x^2 + x - 6|$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 2 : (2 điểm)

Tìm k để phương trình: $(x^2 + 2)[x^2 - 2x(2k - 1) + 5k^2 - 6k + 3] = 2x + 1$

Bài 3 : (3 điểm)

Cho góc nhọn xOy và điểm C cố định thuộc tia Ox. Điểm A di chuyển trên tia Ox phía ngoài đoạn OC; điểm B di chuyển trên tia Oy sao cho luôn có CA = OB.

Tìm quỹ tích tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔOAB

Bài 4 : (2 điểm)

Tìm các chữ số a, b, c biết rằng $\sqrt{\overline{abc}} = (a+b)\sqrt{c}$

Bài 5 : (1 điểm)

Một lớp học có số học sinh đạt loại Giỏi ở mỗi môn học (trong 11 môn) đều vượt quá 50%. Chứng minh rằng có ít nhất 3 học sinh được xếp loại Giỏi từ 2 môn trở lên.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `2001 -2002

Môn Toán   Ngày thi 21/6/2001   Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Cho biểu thức : $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}\right):\left(2-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$

1. Rút gọn P.
2. Tìm x để $\dfrac{1}{P}\le -\dfrac{5}{2}$

Bài 2 : (3 điểm)

Cho phương trình : $x - m^2 = 3-\sqrt{2}-mx\sqrt{2}$ (1)

1. Tìm tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất , tính nghiệm đó với $m=\sqrt{2}+1$
2. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) nhận $x=5\sqrt{2}-6$ là nghiệm.
3. Gọi m_1 , m_2 là hai nghiệm của phương trình (1) (ẩn m). Tìm x để m_1 , m_2 là số đo hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{4\sqrt{2}-2}$

Bài 3 : (4 điểm)

Cho hai đường tròn (O), bán kính R và đường tròn (O/) bán kính $\dfrac{R}{2}$ tiếp xúc ngoài tại A. Trên đường tròn (O) lấy B sao cho AB = R và điểm M trên cung lớn AB. tia AM cắt đường tròn (O/) tại điểm thứ hai là N. Qua N kẻ đường thẳng song song với AB cắt đường thẳng MB tại Q và cắt đường tròn (O/) tại P.

1. Chứng minh ΔOAM ~ΔO/AN.
2. Chứng minh độ dài NQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.
3. Tứ giác ABQP là hình gì ? tại sao ?
4. Xác định vị trí điểm M để diện tích tứ giác ABQN đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị lớn nhất đó theo R.

Bài 4 : (1 điểm) Cho biểu thức : $A = - x^2 - y^2 + xy + 2x + 2y$

Tìm cặp số (x; y) để biểu thức A đạt giá trị lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường THPT Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `2001 -2002

Môn Toán   Ngày thi 21/6/2001   Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Cho a, b, c, d > 0. Chứng minh rằng : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}+\frac{16}{d}\geq\frac{64}{a+b+c+d}$

Khi nào xảy ra dấu đẳng thức ?

Tổng quát hoá và chứng minh bài toán với n số dương x_i ($i = \overline{1,n}$; $n \in N$; $n\geq 1$)

Bài 2 : (2 điểm)

Cho phương trình : $m\sqrt{x^6+1}=3\left(x^4+2\right)$

1. giải phương trình với m = 10.
2. Tìm m để phương trình có đúng hai nghiệm.

Bài 3 : (3 điểm)

Cho đường tròn (O;R) , một dây cố định AB < 2R, điểm C di động trên cung lớn AB sao cho ΔABC có 3 góc nhọn. Các đường cao AA' ; BB' ; CC' của ΔABC đồng quy tại H. Gọi I và M lần lượt là trung điểm của CH và AB.

1. Chứng minh điểm I chạy trên một cung tròn cố định và đường thẳng MI là trung trực của $A'B'$.
2. Hai phân giác đường phân giác trong góc CAH và góc CBH cắt nhau tại K. Tính độ dài IK theo R và a.

Bài 4 : (2 điểm)

Chứng minh rằng với mọi $k \in N$ ta luôn tìm được $n \in N$ sao cho :

$$\sqrt{n+2001^k}+\sqrt{n}=\left(1+\sqrt{2002}\right)^k$$

Bài 5 : (1 điểm)

Cho 5 đường tròn trong đó mỗi bộ 4 đường tròn đều có một điểm chung. Chứng minh rằng 5 đường tròn cùng đi qua một điểm .

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `2002 -2003

Môn Toán Ngày thi 21/6/2002 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (3 điểm)

Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}-\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

1. Rút gọn P.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\frac{2}{P}+\sqrt{x}$

Bài 2 : (3 điểm)

Cho hệ phương trình hai ẩn x ; y với m là tham số

$$\begin{cases} mx-y=2 & (1) \\ (2-m)x+y=m & (2) \end{cases}$$

1. Giải hệ với $m=-\sqrt{3}$
2. Trong mặt phẳng toạ độ xOy xét hai đường thẳng có phương trình là (1) và (2).
   a. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (1) đi qua điểm cố định B và đường thẳng (2) đi qua điểm cố định C.
   b. Tìm m để giao điểm A của hai đường thẳng thoả mãn điều kiện góc BAC vuông. Tính diện tích tam giác ABC ứng với giá trị đó của m.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC và một điểm A trên nửa đường tròn (A khác B và C). Hạ AH vuông góc với BC(H thuộc BC). Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa A, dựng hai nửa đường tròn đường kính HB, HC, chúng lần lượt cắt AB và AC tại E và F.

1. Chứng minh AE.AB = AF.AC
2. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn đường kính HB và HC.
3. Gọi I và K lần lượt là hai điểm đối xứng với H qua AB và AC. Chứng minh ba điểm I, A, K thẳng hàng.
4. Đường thẳng IK cắt tiếp tuyến kẻ từ B của nửa đường tròn (O) tại M. Chứng minh MC, AH, EF đồng quy.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `2002 -2003

Môn Toán Ngày thi 22/6/2002 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x-2001}}{x+2} + \frac{\sqrt{x-2002}}{x}$

Bài 2 : (2 điểm)

Cho đa thức $P_o(x) = x^3 + 22x^2 - 6x + 15$

Với $n \in Z^+$ ta có $P_n(x) = P_{n-1}(x-n)$

Tính hệ số của x trong $P_{21}(x)$

Bài 3 : (3 điểm)

Cho ΔABC , trực tâm H. Lấy K đối xứng với H qua BC.

1. Chứng minh tứ giác ABKC nội tiếp đường tròn (O).
2. Cho M là một điểm di chuyển trên cung nhỏ AC của đường tròn (O). Chứng minh trung điểm I của KM chạy trên cung tròn cố định.
3. Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB và AC. Chứng minh đường thẳng EF đi qua trung điểm của đoạn HM.

Bài 4 : (1,5 điểm)

Trong tập N* xét các số P = 1.2.3.....(n-1)n và S = 1 + 2 + 3 +....+ (n- 1) + n

Hãy tìm các số n (n ≥ 3) sao cho P chia hết cho S.

Bài 5 : (1,5 điểm)

Trên một đường tròn cho sẵn 2000 điểm phân biệt. Người ta gán số 1 vào một điểm, từ điểm đó theo chiều kim đồng hồ ta đếm tiếp hai điểm nữa và gán số 2 vào điểm thứ hai, lại đếm tiếp ba điểm và gán số 3 vào điểm thứ ba..... cứ như vậy đến điểm được gán số 2003. Trong 2000 điểm đã cho , có những điểm được gán số nhiều lần và những điểm không được gán số, hãy tìm số tự nhiên nhỏ nhất được gán cùng vị trí với số 2003.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `2003 -2004

Môn Toán Ngày thi 20/6/2003 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (3 điểm)

Cho biểu thức $P = \dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \dfrac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{2(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$

1. Rút gọn P
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
3. Tìm x để biểu thức $Q = \dfrac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 2 : (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho Parabol (P) : $y= -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I (0; -1) có hệ số góc k.

1. Viết phương trình của đường thẳng (d) . Chứng minh với mọi giá trị của k, (d) luôn cắt P tại hai điểm phân biệt A và B.
2. Gọi hoành độ của A và B là x_1 và x_2 , chứng minh $|x_1 - x_2| \geq 2$
3. Chứng minh ΔABO vuông.

Bài 3 : (4 điểm)

Cho đoạn thẳng AB = 2a có trung điểm O. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn (O) đường kính AB và nửa đường tròn (O') đường kính AO. Trên (O') lấy M (Khác A và O), tia OM cắt (O) tại C, gọi D là giao điểm thứ hai của CA với (O').

1. Chứng minh ΔADM cân.
2. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt OD tại E, xác định vị trí tương đối của đường thẳng EA đối với (O) và (O').
3. Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp ΔCOH cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh ba điểm A, M và N thẳng hàng.
4. Tại vị trí của M sao cho ME // AB, hãy tính độ dài đoạn thẳng OM theo a.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `2003 -2004

Môn Toán   Ngày thi 21/6/2003   Thời gian 150 phút

Bài 1 : (1,5 điểm)

Cho hai số tự nhiên a và b , chứng minh rằng nếu a2 + b2 chia hết cho 3 thì a và b chia hết cho 3

Bài 2 : (2 điểm)

Cho phương trình : $\left(\frac{1}{x}\right)^2+\left(\frac{1}{x+1}\right)^2=m$

1. Giải phương trình với m = 15.
2. Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 3 : (2 điểm)

Cho x, y là các số nguyên dương thoả mãn: x + y = 2003

Tìm giá trị nhỏ nhất , lớn nhất của biểu thức : $P = x(x^2 + y) + y(y^2 + x)$

Bài 4 : (3 điểm)

Cho đường tròn (O) với dây BC cố định (BC < 2R) và điểm A trên cung lớn BC (A không trùng với B, C và điểm chính giữa của cung).Gọi H là hình chiếu của A trên BC, E và F lần lượt là hình chiếu cuae B và C trên đường kính $AA^/$.

1. Chứng minh HE vuông góc với AC.
2. Chứng minh ΔHEF đồng dạng với ΔABC.
3. Khi A di chuyển , chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔHEF cố định.

Bài 5 : (1,5 điểm)

Lấy 4 điểm ở miền trong của một tứ giác để cùng với 4 đỉnh ta được 8 điểm , trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Biết diện tích tứ giác là 1, chứng minh rằng tồn tại một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 điểm đã cho có diện tích không vượt quá $\frac{1}{10}$.

Tổng quát hoá bài toán cho n giác lồi với n điểm nằm ở miền trong của đa gác đó.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HÀ NỘI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường Chu Văn An & Amsterdam

Năm học `2004 -2005

Môn Toán   Ngày thi 18/6/2004   Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Cho biểu thức : $P=\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}}{2}\right)^2$

1. Rút gọn P.
2. Tìm x để $\frac{P}{\sqrt{x}}>2$

Bài 2 : (2 điểm)

Cho phương trình : x2 – (m - 2)x – m2 + 3m – 4 = 0 (m là tham số)

1. Chứng minh phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.
2. Tìm m để tỷ số giữa hai nghiệm của phương trình có giá trị tuyệt đối bằng 2.

Bài 3 : (2 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ cho đường thẳng (d) có phương trình :

2kx + (k - 1)y = 2   (k là tham số)

1. Với giá trị nào của k thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng y =x.$\sqrt{3}$? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) với tia Ox.
2. Tìm k để khoảng cách từ gốc toạ độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Bài 4 : (4 điểm)

Cho góc vuông xOy và hai điểm A, B trên cạnh Ox (A nằm giữa O và B), điểm M bất kì trên cạnh Oy. Đường tròn (T) đường kính AB cắt tia MA, MB lần lượt tại điểm thứ hai là C, E. Tia OE cắt đường tròn (T) tại điểm thứ hai là F.

1. Chứng minh 4 điểm O. A, E, M nằm trên một đường tròn, xác định tâm của đường tròn đó.
2. Tứ giác OCFM là hình gì ? Tại sao ?
3. Chứng minh hệ thức : OE.OF+ BE.BM = OB^2.
4. Xác định vị trí của điểm M để tứ giác OCFM là hình bình hành, tìm mối quan hệ gữa OA và AB để tứ giác là hình thoi.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NÔI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `2004 -2005

Môn Toán Ngày thi 19/6/2004 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NÔI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Trường Chu Văn An & Amsterdam
Năm học `2005 -2006

Môn Toán Ngày thi 21/6/2005 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Cho biểu thức : $P = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

1. Rút gọn P.
2. Tìm x để $P = \frac{9}{2}$

Bài 2 : (2 điểm)

Cho bất phương trình : 3(m -1)x + 1 > 2m + x (m là tham số)

1. Giải phương với $m = 1 - 2\sqrt{2}$
2. Tìm m để ất phương trình nhận mọi giá trị x > 1 là nghiệm.

Bài 3 : (2 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường thẳng (d) : $2x - y - a^2 = 0$ và Parabol (P) : $y = ax^2$ (a là tham số dương).

1. Tìm a để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Chứng minh rằng khi đó A và B nằm bên phải trục tung.
2. Gọi x_A và x_B là hoành độ của A và B, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{4}{x_A + x_B} + \frac{1}{x_A x_B}$$

Bài 4 : (3 điểm)

Đường tròn tâm O có dây cung AB cố định và I là điểm chính giữa của cung lớn AB. Lấy điểm M bấy kỳ trên cung lớn AB, dựng tia Ax vuông góc với đường thẳng MI tại H và cắt tia BM tại C.

1. Chứng minh các ΔAIB và ΔAMC là tam giác cân.
2. Khi điểm M di động , chứng minh rằng điểm C di chuyển trên một cung tròn cố định.
3. Xác định vị trí của diểm M để chu vi ΔAMC đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 : (2 điểm)

Cho ΔABC vuông ở A có AB < AC và trung tuyến AM, góc ACB bằng α, góc AMB bằng β. Chứng minh rằng : $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin\beta$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN THPT

HÀ NÔI **Năm học `2006 -2007**

Môn Toán Ngày thi 17/6/2006 Thời gian 150 phút

Bài 1 : (2 điểm)

Cho phương trình ẩn x : $\frac{x^6-1}{x^3}-(2a+1)\frac{x^2-1}{x}+2a-3=0$ (*)

1. Giải phương trình (*) khi a = 1
2. Tìm a để phương trình (*) có nhiều hơn 2 nghiệm dương phân biệt.

Bài 2 : (2 điểm)

Cho dãy các số tự nhiên 2, 6, 30, 210, ... được xác định như sau : số hạng thứ k bằng tích k số nguyên tố đầu tiên (k = 1, 2 , 3, ...). Biết rằng tồn tại 2 số hạng của dãy có hiệu bằng 30000, tìm 2 số hạng đó.

Bài 3 : (2 điểm)

Tìm các số nguyên x, y, z thoả mãn :

$$\begin{cases}\sqrt{2x}y^2-z^4\geq 7\\ \sqrt{-x^2y^2+8xy+9}-\sqrt{x^2-4}\geq 2\left(x+\frac{1}{x}\right)\end{cases}$$

Bài 4 : (3 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R. Gọi C là điểm tuỳ ý trên nửa đường tròn , D là hình chiếu vuông góc của C trên AB. Tia phân giác góc ACD cắt đường tròn đường kính AC tại điểm thứ hai là E, cắt tia phân giác góc ABC tại H.

1. Chứng minh AE // BH.
2. Tia phân giác góc CAB cắt đường tròn đường kính AC tại điểm thứ hai là F, cắt CE tại I. Tính diện tích tam giác FID trong trường hợp tam giác đó đều.

3. Trên đoạn BH lấy điểm K sao cho HK = HD , gọi J là giao điểm AF và BH. Xác định vị trí của C để tổng các khoảng cách từ các điểm I, J, K đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 : (1 điểm)

Chứng minh rằng trong 2007 số khác nhau tuỳ ý được lấy ra từ tập hợp

A = {1, 2, 3, ... , 2006^{2007}}, có ít nhất hai số x, y thảo mãn : $0 < \left|\sqrt[2007]{x} - \sqrt[2007]{y}\right| < 1$

PHẦN 4.
TS CHUYÊN NGOẠI NGỮ

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1991

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 180 phút**

***Ngày thi* : ... - ... -......**

Bài 1 : (2 điểm)

Dùng phương pháp ẩn số phụ giải phương trình sau :

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} + 4 = \frac{-3x}{x^2 + x - 5}$$

Bài 2 : (2 điểm)

Cho biểu thức: $C = 1 - \dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{m-1}} - \sqrt{m+1}}{\dfrac{1}{\sqrt{m+1}} - \dfrac{1}{\sqrt{m-1}}} : \dfrac{\sqrt{m-1}.\sqrt{m^2-1}}{(m-1)\sqrt{m+1} - (m+1)\sqrt{m-1}}$ với m > 1

1. Kí hiệu $\sqrt{m-1} = a$, $\sqrt{m+1} = b$. Viết biểu thức C theo a , b.

2. Rút gọn biểu thức C, từ đó chứng minh C > 0.

Bài 3 : (2 điểm)

1. Vẽ đồ thị hai hàm số y= $x^2 - 1$ (1)

$$y = -x^2 - 2x + 3 \qquad (2)$$

Trên cùng một hệ trục toạ độ.

2. Chứng minh các giao điểm của hai đồ thị (1) và (2) thuộc đồ thi của hàm số :

$$y = \frac{1}{k+1}\left[(1-k)x^2 - 2kx + 3k - 1\right] \qquad \text{với } k \neq \pm 1$$

Bài 4 : (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A ở ngoài đường tròn. Từ một điểm M chuyển động trên đường thẳng d vuông góc với OA tại A vẽ các tiếp tuyếnMI, MJ với đường tròn. Dây IJ cắt OM tại N và cắt OA tại B.

1. Chứng minh OA.OB = OM.ON = R^2.
2. Gọi C là tâm đường tròn nội tiếp ΔMIJ. Chứng minh C thuộc nửa đường tròn cố định.
3. Cho góc MIJ = α. Chứng minh diện tích tứ giác MOIJ bằng R^2.tgα.

Bài 5 : (1 điểm)

Cho ba số nguyên dương a, b, c khác nhau và xếp theo thứ tự tăng dần. Biết rằng tổng các nghịch đảo của chúng là một số nguyên k. Tìm k, a, b, c.

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1992

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 02 - 8 -1992**

Bài 1 :

Tìm các số nguyên a, b để $x = 1 + \sqrt{3}$ là một nghiệm của phương trình :

$3x^3 + ax^2 + bx + 12 = 0$

Bài 2 :

Hai đội học sinh tham gia lao động. Nếu làm chung thì sẽ hoàn thành công việc trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình thì đội này có thể làm xong việc nhanh hơn đội kia 6 giờ. Tính xem nếu mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài 3 :

Cho k và n là hai số tự nhiên, k ≥ 2, n ≥ 2. Chứng minh :

a) $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$

b) $1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n}$

Bài 4 :

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A ở ngoài đường tròn là đường thẳng vuông góc với OA tại A. Từ M thuộc d, vẽ hai tiếp tuyến MP và MP/ với đường tròn. Dây PP/ cắt OM tại N , cắt OA tại B.

a) Chứng minh OA.OB = OM.ON = R^2.

b) Tìm tập hợp I tâm đường tròn nội tiếp ΔMPP/ khi M di động trên d.

c) Giả sử Δ MPP/ cố định và góc MPP/ = 2α. Tính diện tích tứ giác MPOP/ theo R và α.

Bài 5 :

Hai đường chéo của một tứ giác ABCD chia tứ giác làm 4 tam giác nhỏ có diện tích là 4 số tự nhiên. Chứng minh tích của các số tự nhiên ấy là bình phương của một số tự nhiên.

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1993

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 08 - 8 -1993**

Bài 1 : (*2,5 điểm*)

Cho $A = 1 + \left(\frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1 - x} - \frac{2x\sqrt{x} - \sqrt{x} + x}{1 - x\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$

a) Tìm điều kiện để A có nghĩa.

b) Tìm x nếu $A = \frac{6 - \sqrt{6}}{5}$

c) Chứng tỏ rằng $A \le \frac{2}{3}$ là bất đẳng sai.

Bài 2 : (*2 điểm*)

Tìm đa thức f(y) biết rằng :

f(y) chia cho (y - 1) còn dư –3

f(y) chia cho (y + 1) còn dư 3

f(y) chia cho (y -1)(y + 1) được thương là 3y và còn dư

Bài 3 : (*1 điểm*)

Giải phương trình : $x^2 - 2x - 7 + 3\sqrt{(x+1)(x-3)} = 0$

Bài 4 : (3,5 *điểm*)

a) Cho ΔABC với trung trung tuyến AM. Chứng minh rằng :

$$AB^2 + AC^2 = \frac{BC^2}{2} + 2.AM^2$$

b) Từ kết quả trên giải bài toán :

Cho ΔABC đều cạnh là a nội tiếp đường tròn .

- Cho I là một điểm thuộc đường tròn, chứng minh giá trị của biểu thức : $IA^2 + IB^2 + IC^2$ không phụ thuộc vào vị trí vị trị điểm I.
- Cho điểm M thoả mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 13a^2$, hãy tìm tập hợp điểm M.

Bài 5 : (*1 điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số sau :

$$y = \frac{1993}{4x^2 + 12x + 29}$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1994

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 08 - 8 -1994**

Bài 1 : (***1,5 điểm***)

Chứng minh rằng : $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7} = 2$

Bài 2 : (***1,5 điểm***)

Giải phương trình : $x^4 - 4x^3 + 8x + 3 = 0$

Bài 3 : (***2 điểm***)

Tìm đa thức f(x) biết rằng :

f(x) chia cho (x - 1) còn dư –3

f(x) chia cho (x + 1) còn dư 3

f(x) chia cho (x -1)(x + 1) được thương là 2x và còn dư

Bài 4 : (***4 điểm***)

Cho ΔABC có ba góc nhọn và các đường cao $AA^/$, $BB^/$, $CC^/$ cắt nhau tại H. Vẽ hình bình hành BHCD. Đường thẳng qua D và song song với BC cắt đường thẳng AH tại M.

a) Chứng minh các điểm A, B, C, D, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Chứng minh góc BAM = góc OAC và BM = CD.

c) Gọi E là trung điểm của BC, đường thẳng AE cắt OH tại G, chứng minh G là trọng tâm của ΔABC.

d) Tìm hệ thức liên hệ giữa các tỷ số lượng giác góc B, C để OH // BC.

Bài 5 : (***1 điểm***)

Chứng minh rằng hàm số $y = \dfrac{-2x^2 + x + 3}{1 - x}$ đồng biến trong khoảng (1945 ; 1994)

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1995

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 30 - 7 - 1995**

Bài 1 : (***2 điểm***)

Tìm các số nguyên a, b để $x = 1 + \sqrt{3}$ là một nghiệm của phương trình :

$3x^3 + ax^2 + bx + 12 = 0$

Bài 2 : (***2 điểm***)

a) Chứng minh rằng : $M = \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{\left|7 - 5\sqrt{2}\right|}$ là một số nguyên.

b) Giải phương trình :

$$\sqrt{(3x-3)(x+3)+16} + \sqrt{5(x-2)(x+4)+54} = 5 - (x+1)^2$$

Bài 3 : (***3,5 điểm***)

Cho hai đường tròn tâm O tâm I cắt nhau tại M, N. Một đường thẳng d quay quanh M, cắt đường tròn (O) và (I) lần lượt tại A và B.

1. Chứng minh rằng góc ANB có giá trị không đổi.
2. Gọi C là giao điểm của AO, BI. Chứng minh rằng các điểm O, C, N, I cùng thuộc một đường tròn.
3. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của MA, MB. K là trung điểm của EF. Khi đường thẳng d quay quanh M thì K chuyển động trên đường nào ? vì sao ?
4. Tìm vị trí của đường thẳng d để chu vi tam giác ABN là lớn nhất.

Bài 4 : (***1 điểm***)

Cho hình vuông ABCD thuộc mặt phẳng (P) và SA vuông góc với mp(P). Gọi AE, AF lần lượt là đường cao của tam giác SAB, SAD.

1. Chứng minh AE $\perp$ mp(SBC).
2. Chứng minh SC $\perp$ mp(AEF).

Bài 5 : (***1 điểm***)

Cho a, b, c thoả mãn điều kiện a + b + c = 0. Chứng minh rằng :

$$a^5(b^2+c^2)+b^5(a^2+c^2)+c^5(b^2+a^2)=\frac{1}{2}\left(a^4+c^4+b^4\right).\left(a^3+c^3+b^3\right)$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1996

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 28 - 7 -1996**

Bài 1 : (***2 điểm***)

Cho biểu thức : $A=\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa và rút gọn biểu thức A.
2. Tìm các số nguyên x để giá trị biểu thức A cũng là số nguyên.

Bài 2 : (***2,5 điểm***)

Cho hàm số y = ax^2 + bx + c (a $\neq$ 0)

1. Xác định các hệ số a, b, c ; biết rằng giá trị của hàm số bằng 1 khi x = 0 và x = 1; đồng thời đồ thị của hàm số đi qua điểm (-1; 3)
2. Gọi (d) là đường thẳng đi qua gốc toạ độ có phương trình y =mx. Với giá trị nào của m thì (d) tiếp xúc với đồ thị hàm số y = x^2 - x + 1.

3. Gọi M và M/ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ với đường thẳng (d). Tìm tập hợp các trung điểm I của đoạn MM/ khi m thay đổi.

Bài 3 : (***1,5 điểm***)

Cho hai phương trình : $x^2 - (a + 3b)x - 6 = 0$ (1)

$x^2 - (2a + b)x - 3a = 0$ (2)

Tìm a và b để hai phương trình có cùng tập hợp nghiệm.

Bài 4 : (***3 điểm***)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm P chuyển động trên đường tròn đó (P ≠ A, B). Trên tia PB lấy Q sao cho PQ = PA. Dựng hình vuông APQR. Tia PR cắt đường tròn ở C.

1. Chứng minh AC = BC và C là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AQB.
2. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác APB. Chứng minh 4 điểm I, A, Q, B cùng thuộc một đường tròn.
3. Gọi H là chân đường cao hạ từ P xuống cạnh huyền AB của tam giác vuông PAB. Gọi r_1 , r_2 , r_3 là các bán kính đường tròn nội tiếp các tam giác APB, APH, BPH. Xác định vị trí điểm P để tổng $r_1 + r_2 + r_3$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 : (***1 điểm***)

Phần nguyên [x] của số x là số nguyên lớn nhất, nhỏ hơn hoặc bằng x. Hãy tìm phần nguyên của số : $B = \sqrt{x^2 + \sqrt{4x^2 + \sqrt{36x^2 + 10x + 3}}}$.

Trong đó x là số nguyên dương.

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1997

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 3 - 8 -1997**

Bài 1 : (***2 điểm***)

Cho $M = \dfrac{a^2 - \sqrt{a}}{a + \sqrt{a} + 1} - \dfrac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1}$

Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{M + a + 1} - 1$

Bài 2 : (***1,5 điểm***)

Tìm các giá trị của a sao cho hai phương trình $x^2 - ax + 2a + 1 = 0$ (1) và $ax^2 - (2a + 1)x + 1 = 0$ (2) có nghiệm chung.

Bài 3 : (***2,5 điểm***)

Cho hàm số $y = x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 9/4$

a. Khi m =3 , hãy tính giá trị của x thoả mãn y = 0.

b. Chứng minh đồ thị của hàm số không thể cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x_0 = 1 - \sqrt{2}$.

c. Tìm giá trị của m để hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A và B sao cho A là trung điểm của đoạ OB.

Bài 4 : (***3 điểm***)

Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng (theo thứ tự đó). Một đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua B và C. Từ A kẻ tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) . I là trung điểm BC. MN cắt AO và AC lần lượt ở H, K.

a. Chứng minh M, N di động trên đường tròn cố định khi đường tròn(O) thay đổi .

b. NI cắt đường tròn(O) ở P. Chứng minh MP // BC.

c. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp ΔOHK luôn đi qua hai điểm cố định khi đường tròn(O) thay đổi.

d. Cho góc MON = 2α. Tính bán kính r của đường tròn nội tiếp ΔAMN theo α và bán kính R của đường tròn(O).

Bài 5 : (***1 điểm***)

Tìm các số nguyên a, b, c thoả mãn các điều kiện :

$$\begin{cases} a < b \\ a + 3 = b + c \\ a^3 = b^3 + c^3 + 1 \end{cases}$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1998

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 19 - 7 - 1998**

Câu 1: (***2,5 điểm***)

Cho biểu thức $A = 1 + \left(\dfrac{2xy\sqrt{x} + 2xy\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) : \left(\dfrac{2xy}{x + \sqrt{xy}} + \dfrac{2xy}{y + \sqrt{xy}} \right)$

1. Rút gọn A.
2. Tìm m để phương trình A = m –1 có nghiệm x, y thoả mãn $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 6$

Câu 2: (***2,5 điểm***)

1. Tìm m để phương trình sau : $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ có nghiệm x_1 ; x_2 sao cho : $x_1^2 + x_2^2 = 5$
2. Cho hàm số $y = x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 1$, tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ x_1 ; x_2 thoả mãn $x_1 < 0$, $x_2 > 0$ và $x_2 > |x_1|$

Câu 3: (***4 điểm***)

Cho đường tròn tâm O và điểm A cố định thuộc đường tròn. Hai điểm B và C chuyển động trên đường tròn (O) sao cho góc BAC = α không đổi ($\alpha > 90^0$).Qua B dựng một tia song song với tia AC, Qua C dựng một tia song song với tia AB. Hai tia này cắt nhau ở D. Gọi E là trực tâm ΔBCD, F là trực tâm ΔABC và I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng :

1. Độ dài dây BC không đổi.
2. Điểm E cố định.
3. Ba điểm E, I, F thẳng hàng.
4. Điểm I thuộc một đường tròn cố định.

Câu 4: (***1 điểm***)

Cho các số dương x, y, z thoả mãn : $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{x^3}{y} + \frac{y^3}{z} + \frac{z^3}{x} \geq 1$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 1999

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 25 - 7 - 1999**

Câu 1: (***2 điểm***)

Cho biểu thức : $P = \dfrac{1+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}} : \dfrac{1}{\sqrt{x}-x^2}$

1. Tìm điều kiện của x để P có nghĩa và hãy rút gọn P.
2. Tìm các số nguyên x để giá trị của biểu thức Q = $\dfrac{P+2x^2}{x+1}$ cũng là số nguyên.

Câu 2: (***2 điểm***)

Cho phương trình : $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ (với m là tham số)

1. Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 . Khi đó tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 ; x_2 không phụ thuộc vào m.
2. Tìm m để phương trình trên có 2 nghiệm phận biệt x_1 ; x_2 thoả mãn hệ thức : $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}+6=0$

Câu 3: (***2 điểm***)

Cho hàm số $y = mx^2 + 3(m - 1)x + 2m +1$ (1)

1. Khi m =1 , hàm số (1) có đồ thị (C). Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm A(0; 2) và có hệ số góc k. Tìm k để đường thẳng (d) tiếp xúc với đồ thị (C).
2. Chứng minh rằng đồ thị hàm số (1) luôn đi qua hai điểm cố định với mọi giá trị của m.

Câu 4: (***3 điểm***)

Cho đường tròn tâm O bán kính. Đường kính AB cố định. Đường thẳng xy là tiếp tuyến với đường tròn tại B. Đường kính MN quay quanh O (MN khác AB và MN không vuông góc với AB). Gọi C, D lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AM, AN với xy.

1. Chứng minh tứ giác MNDC nội tiếp được trong một đường tròn.
2. Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác MNDC và K là trung điểm của CD. Chứng minh AOIK là hình bình hành.
3. Gọi H là trực tâm ΔMCD. Chứng min H thuộc một đường tròn cố định.

Câu 5: (***1 điểm***)

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức : $\dfrac{x^4+1}{\left(x^2+1\right)^2}$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2000

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 23 - 7 - 2000**

Bài 1:(***3 điểm***)

Cho biểu thức : $M = 1 - \left(\dfrac{2x - 1 + \sqrt{x}}{1 - x} + \dfrac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1 + x\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\dfrac{(x - \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{2\sqrt{x} - 1} \right)$

1. Tìm các giá trị của x để M có nghĩa, khi đó hãy rút gọn M.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức (2000 - M) khi đó x ≥ 4.
3. Tìm các số nguyên x để giá trị của M cũng là số nguyên.

Bài 2:(1,5 ***điểm***)

Giải phương trình : (x - 1)(x+ 2)(x- 6)(x - 3) = 34.

Bài 3:(***1,5 điểm***)

Tìm phương trình các đường thẳng đi qua điểm I(0; 1) và cắt Parabol y = x2 tại hai điểm phân biệt M và N sao cho độ dài đượn thẳng MN bằng $2\sqrt{10}$

Bài 4:(***3 điểm***)

Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn O. Trên đoạn BC lấy điểm M; trên đoạn BA lấy điểm N , trên đoạn CA lấy P sao cho BM = BN và CM = CP.

1. Chứng minh rằng O là tâm vòng tròn ngoại tiếp ΔMNP.
2. Chứng minh rằng tứ giác ANOP nội tiếp được.
3. Tìm một vị trí của M, N, P sao cho độ dài NP nhỏ nhất.

Bài 5:(***1 điểm***)

Giải hệ phương trình sau với ẩn số x, y :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \sqrt[1999]{x} - \sqrt[1999]{y} = \left(\sqrt[2000]{y} - \sqrt[2000]{x}\right)(x + y + xy + 2001) \end{cases}$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2001

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 1 - 7 - 2001**

Bài 1: (***2 điểm***)

Cho biểu thức : $P=\left(\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}-2\right):\frac{1}{x-1}$

1. Tìm điều kiện của x để P có nghiã, Khi đó hãy rút gọn P.
2. Tìm các số tự nhiên x để $\frac{1}{P}$ là số tự nhiên.
3. Tím giá trị của P với $x=4-2\sqrt{3}$

Bài 2: (***2 điểm***)

Giải phương trình : $\sqrt{x+\sqrt{2x-5}-2}+\sqrt{x-3\sqrt{2x-5}+2}=2\sqrt{2}$

Bài 3: (***2 điểm***)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình $y=-\frac{1}{2}x^2$,

điểm I(0; -2) và điểm M(m; 0) với m là tham số khác 0.

1. Hãy vẽ Parabol (P).
2. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm M, I. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có độ dài AB > 4.

Bài 4: (***3 điểm***)

Cho đường tròn (O; R) và điểm A cố định với OA = 2R, đường kính BC quay quanh O sao cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Đường tròn ngoại tiếp ΔABC cắt đường thẳng OA tại điểm thứ hai I. Đường thẳng AB, AC lại cắt (O, R) lần lượt tại D, E. Nối DE cắt đường thẳng OE tại K.

1. Chứng minh rằng OI.OA = OB.OC và AK.AI = AE.AC.
2. Tính độ dài đoạn OI và đoạn AK theo R.
3. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp ΔADE luôn đi qua một điểm cố định F Khác A khi BC quay quanh O

Bài 5: (***1 điểm***)

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2}{x^2-2x+2002}$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2002

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 30 - 6 - 2002**

Bài 1: (***2 điểm***)

1. Chứng minh rằng : $(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x + y)(y + z)(z + x)$
2. Chứng minh rằng với mọi a, b, c $\in$ Z thì:
3. $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$ chia hết cho 24

Bài 2: (***2 điểm***)

Giải phương trình : $4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12) = 3x^2$

Bài 3: (***2 điểm***)

Chứng minh rằng :

1. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$
2. $x^4 + y^4 + z^4 \geq xyz(x + y + z)$

Bài 4: (***3 điểm***)

Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BP, CK cắt nhau tại H.

1. Chứng minh : gócHAB = góc OAC
2. Gọi E, M tương ứng là trung điểm của AH, BC. Chứng minh rằng KEPM nội tiếp.
3. Qua A dựng đường thẳng Ax vuông góc với KP . Chứng minh rằng đường thẳng Ax luôn đi qua điểm cố định khi A, B, C của tam giác thay đổi trên đường tròn (O)

Bài 5: (***1 điểm***)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình :

$$2x^6 - 2x^3y + y^2 = 64$$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2003

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 17 - 6 - 2003**

Bài 1 : (***2,5 điểm***)

Cho biểu thức : $A = \dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

1. Tìm điều kiện của x để P có nghiã, Khi đó hãy rút gọn P.
2. Tính A với $x = 33 - 8\sqrt{2}$
3. Chứng minh rằng : $A < \dfrac{1}{3}$

Bài 2 : (***2 điểm***)

1. Phân tích biểu thức $x^2 + x - xy - 2y^2 - 2y$ thành nhân tử.
2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + x - xy - 2y^2 - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Bài 3 : (***1,5 điểm***)

Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x^2 + 6\sqrt{(x^2+1)(x-2)} + 5}{x^2 + 3x - 4}$

1. Tìm tập xác định của hàm số y = f(x)
2. Chứng minh rằng $y \le 3$. Chỉ rõ dấu bằng xảy ra khi x bằng bao nhiêu ?

Bài 4 : (***3 điểm***)

Cho đường tròn (O) và dây AB. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB; điểm C bất kỳ nằm giữa A và B. Tia MC cắt đường tròn (O) tại D.

1. Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.
2. Kẻ Bt tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔBCD. Chứng minh BM và Bt cùng thuộc một đường thẳng.
3. Gọi O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBCD; O_2 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACD . Chứng minh rằng khi C chuyển động trên AB thì tổng bán kính của hai đường tròn (O_1) và (O_2) không đổi.

Bài 5 : (***1 điểm***)

Cho phương trình (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = m.

Biết rằng phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4 . Chứng minh :

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 24 - m$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2004

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 13 - 6 - 2004**

Câu 1: (*2, 0 điểm*)

Cho biểu thức $$M = \left(\frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - 1}{2x + \sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1}$$

a. Hãy tìm điều kiện của x để biểu thức M có nghĩa, sau đó rút gọn M.

b. Với giá trị nào của x thì biểu thức M đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó của M ?

Câu 2: (*2, 0 điểm*)

a. Giải phương trình : $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$

b. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = 1 - 5x^2 - y^2 - 4xy + 2x$

Câu 3: (*2, 0 điểm*)

Giải hệ phương trình $$\begin{cases} 6x^2 - 3xy + x = 1 - y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Câu 4: (*3, 0 điểm*)

Cho đường tròn (O) và day cung BC cố định. Gọi A là điểm di động trên cung lớn BC của đường tròn (O), (A khác B, C). Tia phân giác của góc ACB cắt đường tròn (O) tại điểm D khác C, lấy điểm I thuộc đoạn CD sao cho DI + DB. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại K khác điểm B.

a. Chứng minh ΔKAC cân.

b. Chứng minh đường thẳng AI luôn đi qua một điểm J cố định, từ đó hãy xác định vị trí của A để độ dài AI là lớn nhất.

c. Trên tia đối của tia AB lấy M sao cho AM = AC. Tìm tập hợp các điểm M khi A di động trên cung lớn BC của đường tròn (O).

Câu 5: (*1, 0 điểm*)

Hãy tìm cặp số (x; y) sao cho y nhỏ nhất thoả mãn: $x^2 + 5y^2 + 2y - 4xy - 3 = 0$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2005

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 12 - 6 - 2005**

Câu 1: (*2, 0 điểm*)

1. Rút gọn biểu thức :

$$A=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+.......+\frac{1}{2005\sqrt{2004}+2004\sqrt{2005}}$$

2. Cho đẳng thức :

$(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = (x + y -2z)^2 + (y+ z -2x)^2 + (x + z- 2y)^2$

Chứng minh rằng x = y = z

Câu 2: (*3, 0 điểm*)

1. Giải phương trình : $(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 2x + 3) = 2x^2$
2. Cho phương trình : $x^2 - (m + 5)x - m + 6 = 0$ (1) , với m là tham số.

   Tìm m để giữa hai nghiệm x_1 ; x_2 của phương trình (1) có hệ thức

   $2x_1 + 3x_2 = 13$

Câu 3: (*1, 0 điểm*)

Cho phương trình : $(m^2 +1)x^2 + 2(m^2 + 1)x - m = 0$ (1) , với m là tham số. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của : $A = x_1^2 + x_2^2$ với x_1 ; x_2 là nghiệm của phương trình (1)

Câu 4: (*3, 0 điểm*)

Cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm (O), có các đường phân giác cắt nhau tại I. Các đường thẳng AI, BI, CI cắt đường tròn (O) tương ứng tại các điểm M, N, P.

1. Chứng minh ΔNIC cân tại N
2. Chứng minh rằng điểm I là trực tâm của ΔMNP.
3. Gọi E là giao điểm của MN và AC , F là giao điểm của PM và AB. Chứng minh rằng : ba điểm E, I, F thẳng hàng.
4. Gọi K là trung điểm của BC và giả sử rằng BI vuông góc với IK, BI = 2. IK. Hãy tính góc A của ΔABC.

Câu 5: (*1, 0 điểm*) Giải phương trình : $5x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ NĂM 2006

MÔN THI : TOÁN

***Thời gian*: 150 phút**

***Ngày thi* : 11 - 6 - 2006**

Câu 1: (*2, điểm*)Cho biểu thức : $P=\left(1+\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}\right)-1$

a) tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $Q=P-\sqrt{x}$ nhận giá trị nguyên

Câu 2 : (***2 điểm***)

a) Giải phương trình : $x^4-4x^3-2x^2+4x+1=0$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ 2x^2-3xy+5=0 \end{cases}$

Câu 3 : (***2 điểm***)Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho parabol (**P**) có phương trình $y=\frac{-x^2}{2}$. Gọi (**d**) là đường thẳng đi qua điểm I(0; -2) và có hệ số góc *k*.

a) Viết phương trình đường thẳng (**d**). Chứng minh rằng đường thẳng (**d**) luôn cắt parabol (**P**) tại hai điểm phân biệt A và B khi *k* thay đổi.

b) Gọi H , K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A và B lên trục hoành. Chứng minh rằng tam giác IHK vuông tại I.

Câu 4 : (***3 điểm***)Cho đường tròn tâm O, bán kính R và AB là đường kính cố định của đường tròn (O). Đường thẳng ***d*** là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B. MN là đường kính thay đổi của đường tròn (O) sao cho MN không vuông góc với AB và M ≠A, M ≠ B. Các đường thẳng AM và AN cắt đường thẳng ***d*** tương ứng tại C và D. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD, H là giao điểm của AI và MN. Khi MN thay đổi, chứng minh rằng :

a) Tích AM.AC không đổi.

b) Bốn điểm C, M, N, D cùng thuộc một đường tròn.

c) Điểm H luôn thuộc một đường tròn cố định.

d) Tâm J của đường tròn ngoại tiếp tam giác HIB luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5 : (***1 điểm***)Cho hai số dương x, y thoả mãn điều kiện x + y = 1. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A=\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{xy}$