

PHẦN I: MỞ ĐẦU

1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Kì thi THPT quốc gia năm 2017 là kì thi đầu tiên tổ chức thi môn Toán bằng hình thức trắc nghiệm khách quan với nội dung chủ yếu là chương trình lớp 12. Do đó có những lúng túng, khó khăn cho giáo viên và học sinh

Chương trình môn toán lớp 12 có rất nhiều nội dung, trong đó phần hàm số và ứng dụng của hàm số nằm trong chương I – Giải tích 12 là phần mà nội dung kiến thức nhiều trong các đề tuyển sinh hay các đề thi THPT QG, và dự báo đề thi THPT QG năm 2017 số lượng câu trắc nghiệm phần này có khoảng 10 câu. Đây cũng là một nội dung học sinh có hứng thú học nhất, kể cả học sinh yếu kém cũng thích học phần này Tuy nhiên khi thi bằng hình thức trắc nghiệm học sinh gặp phải khó khăn nhất định đòi hỏi giáo viên phải có những biện pháp giúp đỡ các em khắc phục. Đây là vấn đề khá nan giải song với kinh nghiệm một số năm giảng dạy lớp 12, với tinh thần nhiệt huyết yêu nghề, thương yêu học sinh tôi mạnh dạn chọn đề tài: **“Rèn luyện một số kỹ năng giải nhanh bài toán trắc nghiệm phần hàm số và ứng dụng của hàm số cho học sinh yếu kém”**.

2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

Nghiên cứu đề tài giúp học sinh củng cố kiến thức của phần hàm số và phát triển kỹ năng giải bài toán trắc nghiệm hàm số nhanh và chính xác. Ngoài ra cũng tìm hiểu những khó khăn của học sinh trong học tập toán lớp 12, bước đầu tìm ra những biện pháp giúp học sinh khi thực hành giải toán trắc nghiệm góp phần nâng cao chất lượng dạy học và kết quả trong kỳ thi THPT QG.

3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

Đề tài này nghiên cứu một số kỹ năng giải bài toán trắc nghiệm phần hàm số và ứng dụng của hàm số. Đối tượng hướng đến là học sinh khối 12, học sinh ôn thi THPT Quốc Gia và giáo viên dạy toán bậc THPT.

4. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Để thực hiện mục đích và nhiệm vụ của đề tài, trong quá trình nghiên cứu tôi đã sử dụng các nhóm phương pháp sau:

- **Phương pháp phân tích và hệ thống hóa các tài liệu**

Nhằm phân tích các tài liệu có liên quan đến biện pháp giúp đỡ học sinh yếu kém trong học tập môn toán ở lớp cuối cấp THPT, trong đó chú trọng sách giáo khoa, sách giáo viên, chương trình giảm tải toán lớp 12 để nắm chuẩn kiến thức, kỹ năng trong dạy học môn toán ở khối lớp này.

- Phương pháp phỏng vấn

Nhằm phỏng vấn các giáo viên đang dạy lớp 12 để đưa ra những giải pháp tối ưu khi giải toán trắc nghiệm hàm số và phỏng vấn những học sinh lớp 12 để nắm được mức độ học toán cũng như kỹ năng giải toán trắc nghiệm của các em.

- Phương pháp thực nghiệm

Nhằm khẳng định các biện pháp giúp đỡ học sinh khi thực hành giải toán đặc biệt là giải toán trắc nghiệm.

5. NHỮNG ĐIỂM MỚI CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

- Hướng dẫn học sinh biết vận dụng kiến thức căn bản về việc giải nhanh, chính xác một số dạng bài tập trắc nghiệm phần hàm số, ứng dụng của hàm số và một số “mẹo” khi giải toán trắc nghiệm nhằm giúp học sinh có hứng thú học tập môn toán.
- Đưa ra hệ thống bài tập vận dụng phương pháp giải trên.

PHẦN II: NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

1. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

- Các vấn đề về tâm sinh lý đã được Bộ GD-ĐT nghiên cứu và cụ thể hóa bằng khung phân phối chương trình cho chương I – giải tích 12.
- Một học sinh bình thường về mặt tâm lý không có bệnh tật đều có khả năng tiếp thu môn toán theo yêu cầu phổ cập của chương trình toán THPT.
- Những học sinh từ trung bình trở xuống: Các em có thể học đạt yêu cầu của chương trình nếu được hướng dẫn một cách thích hợp.

2. THỰC TRẠNG VẤN ĐỀ TRƯỚC KHI ÁP DỤNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Qua thực tế giảng dạy, tôi nhận thấy:

Với môn toán, hầu hết các học sinh yếu đều có một nguyên nhân chung là: kiến thức ở các lớp dưới bị hỏng; không có phương pháp học tập; tự ti, rụt rè, thiếu hào hứng trong học tập.

+ Ở mỗi học sinh yếu bộ môn toán đều có nguyên nhân riêng, rất đa dạng. Có thể chia ra một số loại thường gặp là:

- Do quên kiến thức cơ bản, kỹ năng tính toán yếu.
- Do chưa nắm được phương pháp học môn toán, năng lực tư duy bị hạn chế (loại trừ những học sinh bị bệnh lý bẩm sinh). Nhiều học sinh thể lực vẫn phát triển bình thường nhưng năng lực tư duy toán học kém phát triển.

- Do lười học.
- Do thiếu điều kiện học tập hoặc do điều kiện khách quan tác động, học sinh có hoàn cảnh đặc biệt (gia đình xảy ra sự cố đột ngột, hoàn cảnh éo le...).

+ Xác định rõ một trong những nguyên nhân trên đối với mỗi học sinh là điều quan trọng. Công việc tiếp theo là giáo viên có biện pháp để xoá bỏ dần các nguyên nhân đó, nhen nhóm lại lòng tự tin và niềm hứng thú của học sinh đối với việc học môn Toán.

3. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

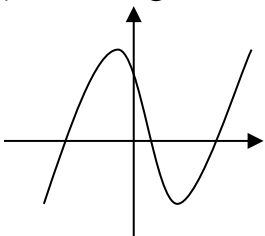
1. Dạng 1: Nhận dạng đồ thị hàm số, bảng biến thiên

Học sinh cần nắm rõ các dạng đồ thị và các dạng bảng biến thiên của các hàm

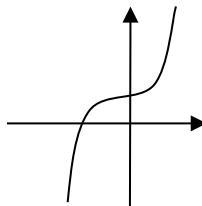
$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0); y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0); y = \frac{ax + b}{cx + d} (ad - bc \neq 0)$$

Cụ thể:

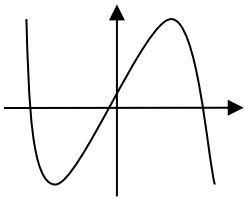
a) Các dạng đồ thị hàm bậc 3 : $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$



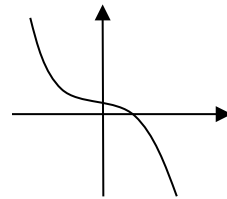
$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 2 nghiệm phân biệt} \\ a > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y' \geq 0 \quad \forall x \in R \\ a > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 2 nghiệm phân biệt} \\ a < 0 \end{cases}$$



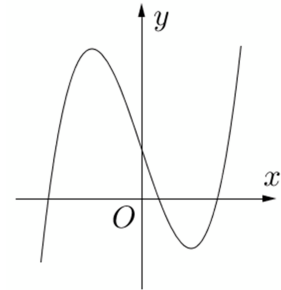
$$\begin{cases} y' \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ a < 0 \end{cases}$$

Chú ý: Đồ thị hàm bậc 3 luôn nhận điểm uốn làm tâm đối xứng

Ví dụ 1: (Câu 1 đề minh họa của Bộ GD-ĐT năm 2017):

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.

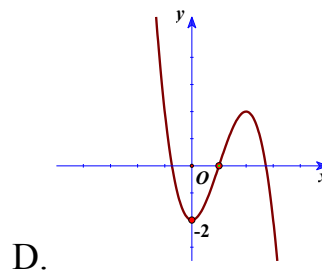
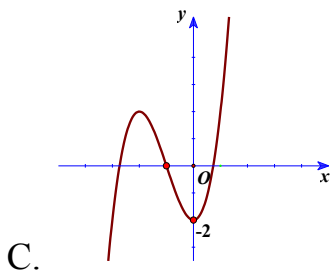
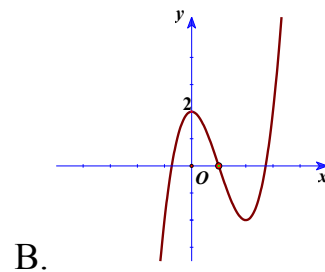
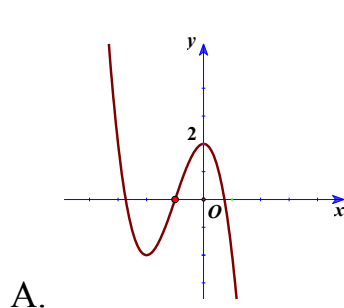
Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = -x^2 + x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

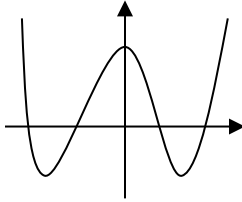
Phân tích bài toán: Quan sát đồ thị, ta nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3, có hệ số $a > 0$. Như vậy các phương án A, B, C đều loại. Đáp án đúng là **D**.

Ví dụ 2: Đường cong nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

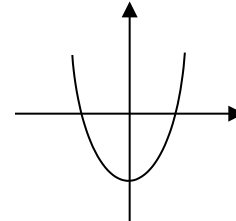


Phân tích bài toán: Trước hết ta kiểm tra hệ số $a > 0$, tức là đồ thị bắt đầu đi lên từ bên trái sang bên phải, lúc này phương án A và D (loại). Tiếp đến xét đồ thị giao với trục tung tại giá trị $y = 2$, lúc này phương án C (loại). Vậy đáp án là **B**.

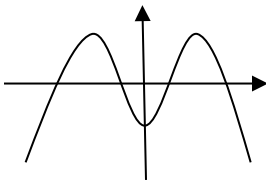
b) Các dạng đồ thị hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$:



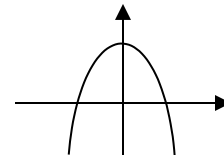
$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 3 nghiệm phân biệt} \\ a > 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 1 nghiệm} \\ a > 0 \end{cases}$$

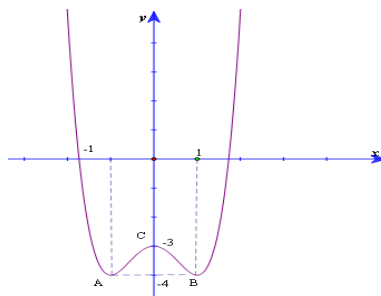


$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 3 nghiệm phân biệt} \\ a < 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y' = 0 & \text{cả 1 nghiệm} \\ a < 0 \end{cases}$$

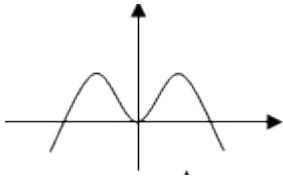
Ví dụ 3: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số:



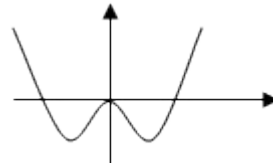
A. $y = x^4 - 3x^2 - 3$ B. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$ C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$ D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

Phân tích bài toán: Quan sát đồ thị, ta nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương, có hệ số $a > 0$, tức là phương án B (loại), Tiếp đến đồ thị hàm số có 3 cực trị nên phương án D (loại), vì đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = -1$ nên phương án A (loại). Vậy đáp án là **C**.

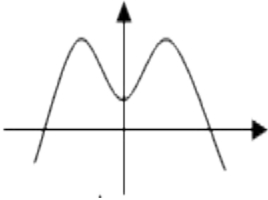
Ví dụ 4: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ (C).



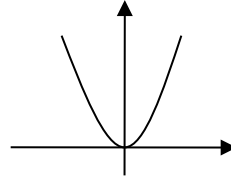
A.



B.



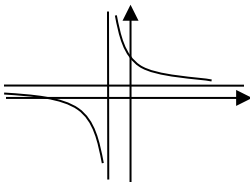
C.



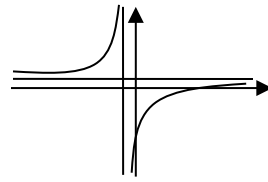
D.

Phân tích bài toán: Quan sát đồ thị, ta nhận thấy là đồ thị đi qua gốc tọa độ, nên phương án C (loại), hệ số $a < 0$ nên đồ thị bắt đầu từ trái sang phải đồ thị đi lên. Do đó phương án B và D (loại). Vậy đáp án là A.

3) Dạng đồ thị hàm số: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$)



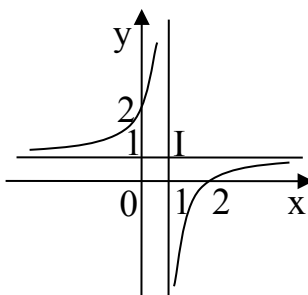
$y' < 0 \quad \forall x \in D$



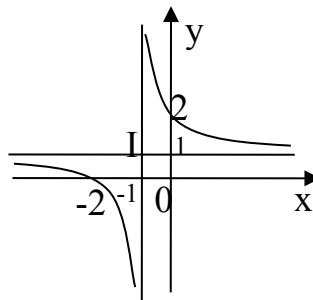
$y' > 0 \quad \forall x \in D$

Đồ thị hàm số: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) thì chúng ta để ý tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, dấu y' và giao điểm với trục $0x$ và $0y$.

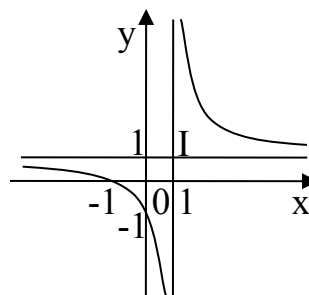
Ví dụ 5: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$?



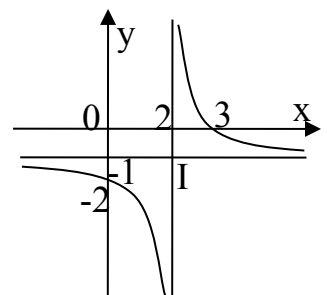
A.



B.



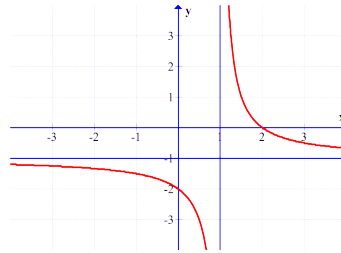
C.



D.

Phân tích bài toán: Dựa vào hàm số, ta nhận thấy rằng đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$ nên phương án D, B (loại), tiếp đến đồ thị giao với Oy tại điểm $(0;-1)$ và Ox tại điểm $(-1;0)$. Do đó phương án A (loại). Vậy đáp án là C.

Ví dụ 6: Đồ thị sau đây là của hàm số nào trong các hàm số sau



A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$ B. $y = x^3 - 3x + 2$ C. $y = \frac{x-2}{x-1}$ D. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 1$

Phân tích bài toán: Quan sát đồ thị, ta nhận thấy dạng đồ thị trên là hàm số phân thức nên phương án B và D (loại). Mặt khác đồ thị giao với trục Oy tại điểm $(0;-2)$ và Ox tại điểm $(2;0)$. Do đó, phương án C (loại). Vậy đáp án là A.

2. Dạng 2: Tính đơn điệu của hàm số

Loại 1: Đối với hàm số không chứa tham số thì khi xác định khoảng đồng biến hay nghịch biến ta tìm tập xác định, tính y' và xét dấu y' .

Ví dụ 7: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Ví dụ 8 (Câu 3 đề minh họa của Bộ GD-ĐT): Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào ?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ B. $(0; +\infty)$ C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $(-\infty; 0)$

Phân tích bài toán: Đối với ví dụ 7 và ví dụ 8, khi giải chúng ta lập bảng biến thiên sau đó dựa vào bảng biến thiên kết luận. Do đó, đáp án ví dụ 8 là **A**, đáp án ví dụ 9 là **B**.

Ví dụ 9: Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

A. $y = 5x + 2\cos 2x$ B. $y = x^3 + x^2 - 2x$ C. $y = \tan x$ D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

Phân tích bài toán: Tận dụng các phương án đã cho để dùng phương pháp loại trừ. Trước hết để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện cần là hàm số phải xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Từ đó loại được phương án C, D. Còn lại phương án A, B. B có

$y' = 3x^2 + 2x - 2$ có hai nghiệm phân biệt nên y' đổi dấu. Từ đó suy ra phương án A đúng

Loại 2: Đối với hàm số chứa tham số.

Sau khi học sinh đã được củng cố lại bài toán giải bất phương trình bậc 2 một ẩn.

+ Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ là một tam thức bậc hai.

Để hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tức là:
$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$$

Hoặc để hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tức là:
$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$$

Ví dụ 10: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. $m < -1$ B. $m \geq -1$ C. $m \leq -1$ D. $m > -1$

Phân tích bài toán: Ở ví dụ 10 ta có hệ số $a < 0$, ta tính đạo hàm cấp 1 sau đó giải điều kiện đã nêu trên. Khi đó, có đáp án, Với ví dụ 10 có đáp án: **C**

+ Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có: $ad - bc > 0$ thì hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó và có: $ad - bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

Ví dụ 11: Hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó khi:

- A. $m < 2$ B. $m > -2$ C. $-2 < m < 2$ D. $m < -2$ hoặc $m > 2$

Phân tích bài toán: Với ví dụ 11, ta chỉ cần giải điều kiện

$$ad - bc > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}. \text{ Do đó đáp án là: D.}$$

3. Dạng 3: Cực trị của hàm số.

Loại 1: Nếu hàm số đã cho không chứa tham số thì phương pháp tóm tắt là tìm TXĐ, tính y' và xét dấu y' , sau đó kết luận.

Ví dụ 12 (Câu 3 đề minh họa của Bộ GD-ĐT): Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x - 2$.

- A. $y_{\text{CD}} = 4$ B. $y_{\text{CD}} = 1$ C. $y_{\text{CD}} = 0$ D. $y_{\text{CD}} = -1$

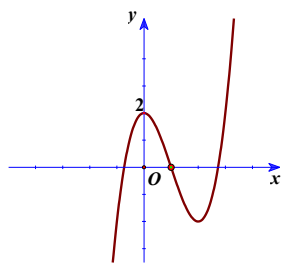
Phân tích bài toán: Bài này, ta tính y' , sau đó lập bảng biến thiên và căn cứ vào bảng biến thiên suy ra kết quả là: C.

Ví dụ 13: Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$ D. $y(-2) = -18$.

Phân tích bài toán: Để tính $y(-2) = ?$, ta cần dựa vào các yếu tố đã cho của bài toán. Do $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị, nên ta có: $M(0;2)$ là điểm cực đại, $N(2;-2)$ là điểm cực tiểu vậy đồ thị hàm số có dạng



Từ đó $\Rightarrow y(-2) < 2$. Vậy đáp án là: D.

Loại 2: Nếu hàm số đã cho chứa tham số

* Đối với hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$.

Tình huống 1: Điều kiện để hàm số đạt cực trị tại một điểm.

- Điều kiện để hàm số có cực trị tại x_0 là:
$$\begin{cases} y'_{(x_0)} = 0 \\ y''_{(x_0)} \neq 0 \end{cases}$$
- Điều kiện để hàm số có cực đại tại x_0 là:
$$\begin{cases} y'_{(x_0)} = 0 \\ y''_{(x_0)} < 0 \end{cases}$$
- Điều kiện để hàm số có cực tiểu tại x_0 là:
$$\begin{cases} y'_{(x_0)} = 0 \\ y''_{(x_0)} > 0 \end{cases}$$

Ví dụ 14 : Giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$:

A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 1$ hoặc $m = 2$ D. Không có giá trị m nào thỏa mãn.

Phân tích bài toán: Trước hết, ta tính $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1; y'' = 2x - 2m$. Sau

đó, giải điều kiện:
$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ Vậy đáp án là: B}$$

Tình huống 2:

+ Điều kiện để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có cực trị .

Phương pháp: Chỉ ra: $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} > 0$.

+ Điều kiện để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có cực trị thỏa mãn tính chất K

Phương pháp: Trước hết, chỉ ra: $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta_{y'} > 0$.

Sau đó, giải điều kiện K, rồi đối chiếu với $\Delta_{y'} > 0$ và kết luận.

Ví dụ 15 (Câu 3 đề thi THPT QG 2016): Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị. Gọi $x_1; x_2$ là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

Phân tích bài toán: Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$, $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$. Sau đó, phân tích $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - 2 \cdot \frac{m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{3}{2}$.

* Đối với hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Tình huống 1:

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho có 3 cực trị là a và b trái dấu tức là: $ab < 0$.

.

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho có 1 cực trị là: $ab \geq 0$.

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho có 3 cực trị mà trong đó gồm 2 cực đại và

1 cực tiểu là: $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho có 3 cực trị mà trong đó gồm 1 cực đại và

2 cực tiểu là: $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$.

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 cực tiểu là: $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$.

+) Dấu hiệu nhận biết đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 cực đại là: $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$.

Ví dụ 16: Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì hàm số có 3 điểm cực trị:

A. $m > 0$

B. $m < 0$

C. $m = 0$

D. $m \neq 0$

Phân tích bài toán: Là bài toán trắc nghiệm làm nhanh nên căn cứ vào dấu hiệu là a và b trái dấu, tức là: $m > 0$. Vậy đáp án là: **A**.

Ví dụ 17 (Câu 8 đề minh họa của Bộ GD-ĐT): Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$ B. $m = -1$ C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$ D. $m = 1$

Phân tích bài toán: Là bài toán trắc nghiệm làm nhanh nên căn cứ vào dấu hiệu là a và b trái dấu, tức là: $m < 0$. Khi đó ta giải tiếp là:

Vì $m < 0$ nên đáp án có thể là A hay B, ta lấy B. $m = -1$ thế vào bài toán và kiểm tra điều kiện còn lại, nếu đúng thì B là đáp án, ngược lại thì A. (Bài này đáp án là B).

4. Dạng 4: Tiệm cận của đồ thị hàm số.

+ Kiến thức cơ bản:

1) Nếu có $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$ hoặc có $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$ hoặc có $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ hoặc có

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = a$

2) Nếu có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ hoặc có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = b$.

Chú ý: Nếu đồ thị hàm số dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($ad - bc \neq 0$) thì luôn có tiệm cận ngang là

$y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$, ($c \neq 0$)

Ví dụ 18: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là:

A. $y = 1$ B. $x = -2$ C. $x = 2$ D. $y = -2$

Phân tích bài toán: Theo chú ý trên thì đồ thị hàm số luôn có tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$,

($c \neq 0$). Vậy đáp án là: **B**.

Ví dụ 19 (Câu 2 đề minh họa của Bộ GD-ĐT): Hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$

Phân tích bài toán: Căn cứ vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị, tức là nếu có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ hoặc có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = b$. Vậy đáp án bài toán là: **C**.

Chú ý: Xác định nhanh tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{h(x)}{g(x)}$.

1) Khi xác định đường tiệm cận ngang, ta tính các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{g(x)}$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{h(x)}{g(x)}$.

Nếu giới hạn đó hữu hạn thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang.

Ví dụ 20: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2 + \sqrt{x^2 - 1}}{2x + 2}$ là

- A. 3
- B. 2
- C. 1
- D. 0

Phân tích và giải bài toán: Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2 + x\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{2x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x} + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{2}{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 2 - x\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{2x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + \frac{2}{x} - \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{2}{x}} = 1$$

Vậy đáp án là: **B**.

2) Khi xác định tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{h(x)}{g(x)}$. Ta có thể giải nhanh theo cách trắc nghiệm như sau: Giải phương trình: $g(x) = 0$, nếu vô nghiệm thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng còn nếu có nghiệm đơn x_0 , ta lấy nghiệm đó thay vào biểu thức $h(x_0)$. Khi đó nếu $h(x_0) \neq 0$ thì $x = x_0$ là phương trình đường tiệm cận đứng ngoài ra nếu $h(x_0) = 0$ thì $x = x_0$ không phải là phương trình đường tiệm cận đứng (đây là cách làm theo hình thức trắc nghiệm).

Ví dụ 21: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.

Phân tích bài toán: Ta có: $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$. Thay từng nghiệm vào biểu thức

$h(x) = 2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}$. Ta có: $h(2) = 0$; $h(3) \neq 0$. Nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = 3$. Vậy đáp án là **D**.

5. Dạng 5: Phương trình tiếp tuyến.

a) Phương trình tiếp tuyến của đường cong tại điểm $M_0(x_0; y_0)$ là:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0).$$

Đối với loại bài tập này: học sinh thường không nắm được phương trình tiếp tuyến có dạng thế nào và nếu biết cũng không nắm được cần phải tìm yếu tố nào, cách tìm? Vì vậy học sinh cần xác định được rằng muốn lập được phương trình tiếp tuyến cần tìm tọa độ tiếp điểm M_0 : Tìm x_0, y_0 và hệ số góc của tiếp tuyến $y'(x_0)$

* Chú ý:

- Bài toán cho x_0 : Tìm y_0 và $y'(x_0)$

- Bài toán cho y_0 : Tìm x_0 và $y'(x_0)$

- Bài toán cho tiếp điểm là giao điểm của đồ thị với các trục: Tìm x_0, y_0 và $y'(x_0)$

Ví dụ 22: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x + 12$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(2; -2) \in (C)$ là:

A. $y = 5x - 12$ B. $y = 5x + 12$ C. $y = 5x + 8$ D. $y = -11x - 20$

Phân tích và giải bài toán:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 15 \Rightarrow f'(2) = 5.$$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại A có dạng: $y + 2 = 5(x - 2) \Rightarrow y = 5x - 12$. Vậy đáp án A.

$\Rightarrow$ Trong trường hợp khi biết hoành độ (hoặc tung độ) tiếp điểm ta tìm yếu tố còn lại và làm tương tự như trên.

b) Phương trình tiếp tuyến của đường cong biết hệ số góc của tiếp tuyến.

Đối với loại bài tập này: Học sinh thường không khai thác được giả thiết cho $y'(x_0)$.

Học sinh cần xác định được rằng muốn tìm x_0 phải khai thác từ $y'(x_0)$ và sau đó tính y_0

- Bài toán cho hệ số góc cụ thể

Ví dụ 23: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm

số biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5. (Đề thi tốt nghiệp THPT năm học 2008 - 2009)

Phân tích và giải bài toán: Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $(x_0; y_0) \Rightarrow x_0$ là

$$\text{nghiệm phương trình } y'(x_0) = -5 \Leftrightarrow \frac{-5}{(x_0 - 2)^2} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = -5x + 2$.

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = -5x + 22$.

* Chú ý: Bài toán cho hệ số góc gián tiếp cụ thể:

- Bài toán cho tiếp tuyến song song với đường thẳng: $y = ax + b \rightarrow k = a$

- Bài toán cho tiếp tuyến vuông với đường thẳng: $y = ax + b \rightarrow k = -1/a$

Ví dụ 24: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 + x$ song song với đường thẳng (d): $y = 13x + 8$ có phương trình là :

A. $y = 13x + 8$ B. $y = 13x - 8$ C. $\begin{cases} y = 13x - 8 \\ y = 13x + 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = 13x - 18 \\ y = 13x + 18 \end{cases}$

Phân tích và giải bài toán:

- Tiếp tuyến song song với (d): $y'(x_0) = 13 \Leftrightarrow 12x_0^2 + 1 = 13 \Leftrightarrow x = \pm 1$
- Với hai giá trị x_0 ta tìm được hai giá trị $y_0 = \pm 5$
- Tại (1;5) thì phương trình tiếp tuyến: $y = 13x - 8$
- Tại (-1;-5) thì phương trình tiếp tuyến: $y = 13x + 8$ (loại).

Vậy đáp án **B**.

* Chú ý: Qua ví dụ ở trên cho thấy nhiều bài toán viết phương trình tiếp tuyến dạng 2 nhưng không trực tiếp hệ số góc mà phải thông qua một giả thiết khác. Vì vậy, cần nhấn mạnh cho học sinh thấy tầm quan trọng của việc nắm kiến thức một cách liên mạch, biết vận dụng, liên hệ các phần với nhau.

6. Dạng 6: Bài toán tương giao.

1) Biện luận số nghiệm của phương trình $f(x, m) = 0$, m: tham số.

Dựa vào đồ thị (gồm một đường cong và một đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành) biện luận theo tham số số nghiệm của phương trình: $f(x, m) = 0$, m: tham số.

Phương pháp: Viết lại phương trình $g(x) = h(m)$. Với $y = g(x)$ có đồ thị (C) đã vẽ.

$y = h(m)$ có đồ thị là đường thẳng d song song hoặc trùng với trục hoành.

B1: Biến đổi phương trình hoành độ giao điểm của d và (C)

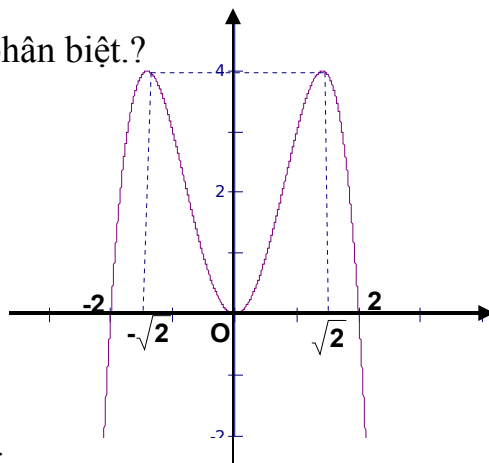
B2: Số nghiệm của phương trình chính bằng số giao điểm của hai đồ thị

B3: Dựa vào đồ thị tịnh tiến d song song hoặc trùng với ox $\rightarrow$ số giao điểm $\rightarrow$ số nghiệm phương trình.

B4: Kết luận.

Ví dụ 25: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ ©. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

- A. $0 < m < 4$
 B. $0 \leq m < 4$
 C. $2 < m < 6$
 D. $0 \leq m \leq 6$



Phân tích và giải bài toán:

Ta có: $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 = m - 2$.

Số nghiệm của phương trình đã cho chính bằng số giao điểm của đồ thị © với đường thẳng $y = m - 2$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì

$0 < m - 2 < 4 \Leftrightarrow 2 < m < 6$. Vậy đáp án C.

Chú ý: - Như vậy khi biện luận số giao điểm của đồ thị với đường thẳng, ta cần để ý đến giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số.

- Cũng có những bài toán biện luận nghiệm mà không có đồ thị, chỉ dựa vào bảng biến thiên để xác định số nghiệm của phương trình đã cho. Gặp bài toán này chúng ta cần để ý đến chiều biến thiên của hàm số, giá trị cực đại, cực tiểu của hàm số cũng như các giá trị các đầu mút bảng biến thiên để kết luận.

Ví dụ 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+ 0 -	
y	$+\infty$		2	$-\infty$
	$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$
		-1		

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. $[-1; 2]$ B. $(-1; 2)$ C. $(-1; 2]$ D. $(-\infty; 2]$

Phân tích và giải bài toán: Quan sát thật kỹ bảng biến thiên, Vì hàm số không liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta nhận thấy nếu vẽ đồ thị thì đồ thị có hai nhánh, trong đó có một nhánh có giá trị cực đại bằng 2. Vì thế để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $1 < m < 2$. Vậy đáp án là **B**.

2) Bài toán tìm số giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Phương pháp:

B1: Lập phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số

B2: Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

Ví dụ 27: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung.

A. 0

B. 4

C. 1

D. 2

Phân tích và giải bài toán: Ta có phương trình hoành độ giao điểm là:

$x^4 - 2x^2 + 2 = -x^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Vậy đáp án là **D**.

4. HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Để hiểu rõ hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm tôi tiến hành thực nghiệm sử dụng phương pháp trong sáng kiến kinh nghiệm dạy ở lớp 12A4 và dạy theo giáo án bình thường ở lớp đối chứng 12A7 sau đó tôi cho học sinh thực hiện bài kiểm tra 45 phút kết quả như sau:

STT	LỚP	SỐ SỐ	TB trở lên		Giỏi		Khá		T . Bình		Yếu		Kém	
			SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Lớp thực nghiệm	12A4	38	30	78.9	2	5.3	12	31.6	16	42.0	7	18.5	1	2.6
Lớp đối chứng	12A7	41	22	53.7	0	0	6	14.6	16	39.0	15	36.6	4	9.8

Nhận xét:

- * Tỉ lệ học sinh đạt loại giỏi tăng so với kết quả kiểm tra trước thực nghiệm.
- * Tỉ lệ học sinh đạt loại khá cũng không chênh lệch so với kết quả kiểm tra trước thực nghiệm.
- * Tỉ lệ học sinh trung bình ở lớp thực nghiệm nhiều hơn so với kết quả kiểm tra trước thực nghiệm và nhiều hơn.
- * Tỉ lệ học sinh chưa đạt yêu cầu đã giảm rõ ở lớp thực nghiệm khi so với kết quả kiểm tra trước thực nghiệm và lớp đối chứng.

Qua số liệu của bảng, chứng tỏ biện pháp giúp đỡ học sinh khi giải toán trắc nghiệm về một phần kiến thức ở lớp 12 đã cho kết quả đáng tin cậy. Tuy chưa làm tăng tỉ lệ học sinh giỏi, chỉ làm tăng nhẹ tỉ lệ học sinh khá và trung bình nhưng đã làm giảm tỉ lệ học sinh yếu kém. Và qua số liệu của bảng, tôi thấy tự tin và rất mừng vì đã giúp đỡ được các em học sinh thích học toán và chất lượng tăng lên rõ rệt, giúp các em tự tin hơn khi sắp bước vào kỳ thi THPT QG sắp tới. Trên cơ sở đó, để nâng cao chất lượng dạy học Toán ở lớp 12, giáo viên cần tìm hiểu và đề xuất những biện pháp mới.

PHẦN III: KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

KẾT LUẬN

Qua thời gian nghiên cứu sáng kiến và vận dụng sáng kiến vào giảng dạy tôi rút được một số kết quả sau:

- Đã hình thành phương pháp tư duy, suy luận toán học cho học sinh THPT.
- Bước đầu khẳng định tính khả thi, tính hiệu quả qua việc kiểm nghiệm thực nghiệm sư phạm.

Bên cạnh đó sáng kiến cũng giúp cho giáo viên và học sinh những yêu cầu nhằm thúc đẩy quá trình giảng dạy và học tập chương I – giải tích 12 được tốt hơn.

- Giáo viên:

Có thêm phương pháp mới để rèn luyện giải nhanh trắc nghiệm, hướng giáo viên tới tư tưởng thuật giải và sự định hướng trong giải toán giúp học sinh yếu kém tiếp thu kiến thức một cách linh hoạt hơn, sáng tạo hơn.

- Học sinh:

Học sinh yếu kém khi tiếp thu cách làm này giúp các em giải nhanh và chính xác các bài tập trắc nghiệm cơ bản của chương I – giải tích 12 đem lại hứng thú học tập và đem lại hiệu quả, đồng thời giúp các em hệ thống hóa kiến thức.

Tuy nhiên khi đứng trước một bài toán khó không chỉ có một phương pháp giải duy nhất mà tùy vào trình độ của mỗi giáo viên và học sinh mà có thể tìm ra được những cách giải phù hợp và hiệu quả nhằm giúp các học sinh yếu kém thích học toán. Rất mong với danh nghĩa là “Những kỹ sư tâm hồn” chúng ta sẽ thường xuyên trau dồi kiến thức, luôn suy nghĩ sáng tạo để tìm ra những cách giải hay, những phương pháp giảng dạy hiệu quả nhằm giúp các em học sinh yếu kém đạt tới phương châm “dễ hiểu – nhớ lâu – vận dụng tốt” .

KIẾN NGHỊ

Qua đề tài này tôi có một số kiến nghị sau:

- + Về phía học sinh: Cần vượt qua mọi khó khăn về hoàn cảnh, sự tự ti mặc cảm và cùng với sự cố gắng nỗ lực không mệt mỏi của bản thân sau 12 năm miệt mài đèn sách, có như vậy mới đạt được thành công trong các kì thi, đặc biệt là kì thi THPT QG năm 2017.
- + Về phía giáo viên: Khuyến khích giáo viên sáng tạo về phương pháp, phương tiện dạy học, tránh đánh giá giáo viên bằng cách học có thực hiện đúng nhưng chỉ dẫn của sách giáo viên. Thường xuyên tổ chức cho giáo viên trao đổi kinh nghiệm, thực hiện các chuyên đề, trong đó chú trọng các biện pháp giúp đỡ học sinh yếu kém trong học tập các môn học.
- + Về phía nhà trường: Thống kê và tổ chức phụ đạo riêng cho học sinh ngay từ đầu năm, nhưng phải đảm bảo số lượng học sinh vừa phải trên từng lớp thì mới có chất lượng tốt.

Do kinh nghiệm còn thiếu, thời gian nghiên cứu và ứng dụng chưa dài của tôi không tránh khỏi còn nhiều hạn chế. Rất mong được sự góp ý của các đồng nghiệp. Tôi xin chân thành cảm ơn sự đánh giá của ban giám khảo và đồng nghiệp./.

