

Lời giải 50 câu trắc nghiệm

1) $\int 6^x dx$ bằng

Lời giải

$$\int 6^x dx = \frac{6^x}{\ln 6} + C$$

2) Hàm số $F(x) = x^2 - e^x$ là một nguyên hàm của hàm số

Lời giải

$$f(x) = F'(x) = 2x - e^x$$

3) Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \cos x$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \cos x \right) dx = \ln x + \sin x + C.$$

4) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 3]$ và có nguyên hàm $F(x)$ trên đoạn $[-4; 3]$, $F(-4) = 25$ và $F(3) = 81$. Tích phân $\int_{-4}^3 f(x) dx$ có giá trị bằng

Lời giải

$$\int_{-4}^3 f(x) dx = F(3) - F(-4) = 56.$$

5) Biết $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Giá trị của $\int_1^3 3f(x) dx$ bằng

Lời giải

$$\int_{-3}^2 3f(x) dx = 3 \int_{-3}^2 f(x) dx = 3 \cdot 8 = 24$$

6) Tích phân $\int_2^7 \frac{1}{t} dt$ bằng

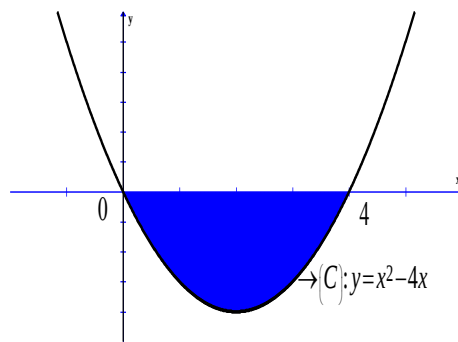
Lời giải

$$\int_2^7 \frac{1}{t} dt = \ln t \Big|_2^7 = \ln \frac{7}{2}$$

7) Diện tích của phần gạch chéo trong hình

Lời giải

$$S = - \int_0^4 (x^2 - 4x) dx$$



8) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^{-2x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox có thể tích bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$V = \pi \int_0^2 \left(3^{-2x}\right)^2 dx = \pi \int_0^2 3^{-4x} dx$$

9) Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$.

Lời giải

$$\text{SGK trang 115 : } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b |g(x) - f(x)| dx.$$

10) Một vật thể (Φ) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với Ox tại điểm x ($a \leq x \leq b$) cắt (Φ) theo thiết diện có diện tích $S(x)$. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể (Φ) giới hạn bởi mặt phẳng (P) và (Q) .

Lời giải

$$\text{SGK trang 117 : } V = \int_a^b S(x) dx$$

11) Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 5i$ có phần ảo là

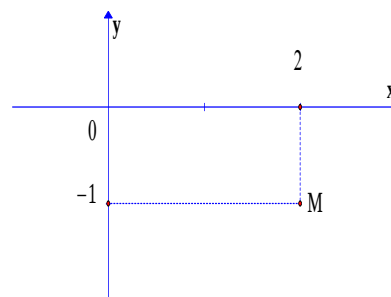
Lời giải

$$\bar{z} = \overline{6 - 5i} = 6 + 5i \Rightarrow \text{Im}(\bar{z}) = 5.$$

12) Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên dưới?

Lời giải

Ta có điểm $M(2; -1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - i$



13) Cho số phức $z = 45 - 28i$. Tính $|z|$.

Lời giải

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 53.$$

14) Cho hai số phức $z_1 = 5 + 2i$ và $z_2 = -4 + 9i$. Số phức $z = 2z_1 + z_2$ có phần thực là

Lời giải

$$z = 2z_1 + z_2 = 6 + 13i \text{ có phần thực là } 6.$$

15) Cho số phức $z = -1 + 3i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $(7 - 11i)\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

$$\text{Ta có : } (7 - 11i)\bar{z} = (7 - 11i)(-1 - 3i) = -40 - 10i \Rightarrow \text{điểm biểu diễn là } (-40; -10).$$

16) Tìm số phức z , biết $(1+3i)z=10i$.

Lời giải

$$(1+3i)z=10i \Leftrightarrow z=3+i.$$

17) Các số thực x, y thỏa mãn $-4x+15+(2y-17)i=5x-3+(y+8)i$. Tính $T=2x+y$

Lời giải

$$-4x+15+(2y-17)i=5x-3+(y+8)i \Leftrightarrow \begin{cases} 15-4x=5x-3 \\ 2y-17=y+8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=25 \end{cases} \Rightarrow T=29$$

18) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) .

Lời giải

$$H \text{ là hình chiếu vuông góc của điểm } M \text{ lên } Oy \Rightarrow H(0; y_M; 0) \Rightarrow H(0; 3; 0)$$

19) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;-5;-1)$, $B(10;7;-3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

Lời giải

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}; \frac{z_A+z_B}{2}\right) \Rightarrow I(6;1;-2).$$

20) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+12z+24=0$ có tâm I là

Lời giải

$$\text{Ta có: } I(2;0;-6).$$

21) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3;2;1)$, bán kính $R=4$ có phương trình là

$$\text{Phương trình mặt cầu: } (x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16.$$

22) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x-3y-2z+1=0$ có một vector pháp tuyến là:

Lời giải

$$\vec{n}=(5;-3;-2).$$

23) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) song song với trục Oy có dạng:

Lời giải

$$\Rightarrow pmp(\alpha): Ax+Cz+D=0 \text{ (SGK)}.$$

24) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+5}{1} = z$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

Lời giải

$$\vec{u}=(-1;1;1).$$

25) Trong không gian Oxyz, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(7; -4; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(3; 2; 5)$ là:

Lời giải

$$\text{Phương trình : } \begin{cases} x = 3t + 7 \\ y = 2t - 4 \\ z = 5t + 3 \end{cases}$$

26) Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{2x^2}$ là

Lời giải

$$F(x) = \int f(x)dx = \int xe^{2x^2}dx = \frac{1}{4} \int e^{2x^2}d(2x^2) = \frac{1}{4}e^{2x^2} + C$$

27) Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x) = 6x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = -4$, khi đó $\int_{-3}^5 f(x)dx$ bằng

Lời giải

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (6x^2 + 4)dx = 2x^3 + 4x + C$$

$$f(2) = -4 \Leftrightarrow C = -28$$

$$\int_{-3}^5 f(x)dx = 80$$

28) Biết $F(x) = 3x^2 + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(4x)dx$ bằng

Lời giải

$$f(x) = F'(x) = 6x + 2 \Rightarrow f(4x) = 24x + 2 \Rightarrow \int f(4x)dx = 12x^2 + 2x + C.$$

29) Biết $\int_{-7}^9 [3f(x) + 2x]dx = 3248$. Khi đó $\int_{-7}^9 f(x)dx$ bằng

Lời giải

$$\int_{-7}^9 [3f(x) + 2x]dx = 3248 \Leftrightarrow 3 \int_{-7}^9 f(x)dx + 2 \int_{-7}^9 xdx = 3248 \Leftrightarrow \int_{-7}^9 f(x)dx = \frac{1}{3} \left[3248 - 2 \int_{-7}^9 xdx \right] \Leftrightarrow \int_{-7}^9 f(x)dx = 1072$$

30) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 5x$ và trục hoành bằng

Lời giải

Xét phương trình: $x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 5$

$$S = \int_0^5 |x^2 - 5x|dx = - \int_0^5 (x^2 - 5x)dx = \frac{125}{6} \text{ (đvdt)}$$

31) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 3$. Quay (H) quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

Lời giải

$$V = \pi \int_0^{\ln 3} (e^x)^2 dx = \pi \int_0^{\ln 3} (e^{2x}) dx = \frac{\pi}{2} (e^{2x}) \Big|_0^{\ln 3} = 4\pi.$$

32) Cho số phức $z = m + 7 + mi$ trong đó m là tham số thực. Tính tổng các giá trị m thỏa $|z| = \sqrt{37}$.

Lời giải

$$|z| = \sqrt{37} \Leftrightarrow (7+m)^2 + (m)^2 = 37 \Leftrightarrow 2m^2 + 14m + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -6 \end{cases} \Rightarrow \text{tổng các giá trị là } -7$$

33) Cho số phức z thỏa $(1+i)\bar{z} + z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

Lời giải

Đặt số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$(1+i)\bar{z} + z = 1 - 2i \Leftrightarrow (2x + y - 1) + (x + 2)y i = 0 + 0i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow y = 5.$$

34) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 10z + 169 = 0$. Khi đó $2|z_1| + 3|z_2|$ bằng

Lời giải

$$z^2 + 10z + 169 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -5 + 12i \\ z_2 = -5 - 12i \end{cases} \Rightarrow 2|z_1| + 3|z_2| = 65$$

35) Cho số phức $z = \frac{8}{5} - \frac{\sqrt{3}}{5}i$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm z và $\bar{z}$.

Lời giải

$$z = 6 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 5i; S = z + \bar{z} = 12, P = z\bar{z} = 61.$$

$$z \text{ và } \bar{z} \text{ là nghiệm của phương trình: } z^2 - Sz + P = 0 \Leftrightarrow z^2 - 12z + 61 = 0$$

36) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2; -3; -1)$, $B(-1; 4; -3)$, $C(-5; -2; 7)$ và $D(a; b; c)$. Tính tổng của a, b, c .

Lời giải

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow D(-2; -9; 9) \Rightarrow x_D + y_D + z_D = -2$$

37) Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(5; 0; 0)$, $B(0; -6; 0)$, $C(0; 0; 7)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

Lời giải

$$\text{Ta có: } A(5; 0; 0), B(0; -6; 0), C(0; 0; 7) \Rightarrow \text{Phương trình mặt phẳng } (ABC): \frac{x}{5} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{7} = 1$$

$$\text{KL: } (ABC): 42x - 35y + 30z - 210 = 0$$

38) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 9z - 3 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm là M và (S) có bán kính bằng $\frac{9}{11}$. Biết M nằm trên trục Oy . Tính tổng các tung độ của các điểm M .

Lời giải

$$M \in Oy \Rightarrow M(0; t; 0)$$

$$d(M, (P)) = \frac{9}{11} \Leftrightarrow \frac{|-6t-3|}{11} = \frac{9}{11} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases} \Rightarrow 1+(-2) = -1$$

39) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(3; 2; -5)$ và mặt phẳng $(P): -2x + 7y + 4z + 219 = 0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P) .

Lời giải

Gọi d đi qua A và d vuông góc với $(P) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2t + 3 \\ y = 7t + 2 \\ z = 4t - 5 \end{cases}$.

H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-2t+3; 7t+2; 4t-5) \in (P) \Leftrightarrow t = -3$

KL: $H(9; -19; -17)$

40) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{1}$ và

$d_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y-5}{4} = z-2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $A(1; 1; 1)$ có VTCP $\vec{v} = (3; 4; 1)$

Đường thẳng d_2 đi qua $B(4; 5; 2)$ có VTCP $\vec{u} = (3; 4; 1)$

Ta có: $\vec{u}$ cùng phương $\vec{v}$ và $\vec{u}$ cùng phương $\vec{AB} = (3; 4; 1) \Rightarrow d_1$ trùng d_2 .

41) Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $4z^2 + (m+2)z - m + 9 = 0$ (1) (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị m thuộc $\mathbb{R}$ để phương trình (1) có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = \frac{3}{2}$. Tính tổng các phần tử trong S

Lời giải

(1) có $\Delta' = m^2 + 20m - 140$.

+ Trường hợp 1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -10 + 4\sqrt{15}$ hay $m \leq -10 - 4\sqrt{15}$.

Phương trình (1) có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = \frac{3}{2}$ suy ra $z_0 = \frac{3}{2}$ hoặc $z_0 = -\frac{3}{2}$.

Nếu $z_0 = \frac{3}{2}$ suy ra $4z_0^2 + (m+2)z_0 - m + 9 = 0 \Leftrightarrow \frac{m}{2} + 21 = 0 \Leftrightarrow m = -42$ (nhận).

Nếu $z_0 = -\frac{3}{2}$ suy ra $4z_0^2 + (m+2)z_0 - m + 9 = 0 \Leftrightarrow 15 - \frac{5m}{2} = 0 \Leftrightarrow m = 6$ (nhận).

+ Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -4\sqrt{15} - 10 < m < 4\sqrt{15} - 10$.

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_0 = z_1 = \overline{z_2}$.

Suy ra $|z_0| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow z_0 \cdot \overline{z_0} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \frac{9-m}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow m = 0$ (nhận).

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn $\Rightarrow -42 + 6 + 0 = -36$

42) Cho số phức $z = x + yi$ ($x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 1$. Khi đó số phức $\frac{z^2 - 1}{z}$ có phần ảo bằng

Lời giải

$$\frac{z^2 - 1}{z} = z - \frac{1}{z} = z - \frac{\bar{z}}{|z|^2} = z - \bar{z} = x + yi - (x - yi) = 2yi$$

43) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 4z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua

$$M, \text{ cắt đường thẳng } d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = t \\ z = -3 \end{cases} \text{ và song song với } (P) \text{ có phương trình là}$$

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$$\text{Gọi } K = \Delta \cap d \Rightarrow K(2 - 3t; t; -3); \overrightarrow{MK} = (1 - 3t; 1 + t; -5), \vec{n}_P = (2; -1; 4)$$

$$\Delta \parallel (P) \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \overrightarrow{MK} = 0 \Leftrightarrow -7t - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{19}{7} \Rightarrow \overrightarrow{MK} = \left(\frac{64}{7}; -\frac{12}{7}; -5\right)$$

$$\Rightarrow \Delta \text{ có một VTCP } \vec{u} = (64; -12; -35)$$

$$\text{Phương trình chính tắc của } d \text{ đi qua } M: \frac{x-1}{64} = \frac{y+1}{-12} = \frac{z-2}{-35}.$$

44) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+28}{2}$. Tìm tọa độ điểm H nằm trên đường thẳng d sao cho độ dài đoạn AH ngắn nhất.

Lời giải

$$H \in d \Rightarrow H(-t-1; 2t+2; 2t-28)$$

$$\text{đoạn } AH \text{ ngắn nhất} \Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow (-t-3)(-1) + (2t+5)2 + (2t-29)2 = 0 \Leftrightarrow t = 5$$

$$KL: H(-6; 12; -18)$$

45) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x^3 + x + 2) = 2x^3 + 2x + 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính

$$\int_{-8}^4 f(x) dx$$

Lời giải

$$\text{Đặt } x = t^3 + t + 2 \Rightarrow dx = (3t^2 + 1)dt; x = -8 \Rightarrow t = -2, x = 4 \Rightarrow t = 1$$

$$\int_{-8}^4 f(x) dx = \int_{-2}^1 f(t^3 + t + 2)(3t^2 + 1)dt = \int_{-2}^1 (2t^3 + 2t + 4)(3t^2 + 1)dt = \int_{-2}^1 (6t^5 + 8t^3 + 12t^2 + 2t + 4)dt = -48.$$

46) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-9) = -15$, $f(3) = 9$ và $\int_{-3}^1 x^2 f(3x) dx = -92$, khi đó $\int_{-9}^3 x^3 f'(x) dx$ bằng

Lời giải

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$, $x = -3 \Rightarrow t = -9$, $x = 1 \Rightarrow t = 3$

$$\int_{-3}^1 x^2 f(3x) dx = \int_{-9}^3 \left(\frac{t}{3}\right)^2 \frac{1}{3} f(t) dt = \frac{1}{3^3} \int_{-9}^3 x^2 f(x) dx \Rightarrow \int_{-9}^3 x^2 f(x) dx = -2484$$

$$\int_{-9}^3 x^3 f'(x) dx = \int_{-9}^3 x^3 d[f(x)] = x^3 f(x) \Big|_{-9}^3 - 3 \int_{-9}^3 x^2 f(x) dx = 3^3 f(3) - (-9)^3 f(-9) - 3 \int_{-9}^3 x^2 f(x) dx = -3240.$$

47) Cho hàm số $y = x^4 + (m+2)x^2 + m+10$ có đồ thị (C_m) với m là tham số và a là số nguyên dương và b là số nguyên âm. Tồn tại $m = \frac{a}{b}$ là phân số tối giản để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Tính tổng của a và b .

Lời giải

Xét phương trình : $x^4 + (m+2)x^2 + m+10 = 0$ (1)

Đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3, x_4 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 36 > 0 \\ P = m+10 > 0 \text{ (I)} \\ S = -m-2 > 0 \end{cases}$

Giả sử $x_1 < x_2 < 0 < x_3 < x_4$ và theo giả thiết :

$$\int_0^{x_3} f(x) dx = - \int_{x_3}^{x_4} f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^{x_3} f(x) dx + \int_{x_3}^{x_4} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} f(x) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x_4)^5}{5} + \frac{m+2}{3}(x_4)^3 + (m+10)x_4 = 0 \Leftrightarrow \frac{(x_4)^4}{5} + \frac{m+2}{3}(x_4)^2 + (m+10) = 0 \text{ (2)}$$

Do x_4 là nghiệm của phương trình (1) $\Leftrightarrow x_4^4 + (m+2)x_4^2 + m+10 = 0$ (3)

Lấy (3) trừ (2) $\Rightarrow \frac{4}{5}(x_4)^4 + \frac{2(m+2)}{3}(x_4)^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = -\frac{5m}{6} - \frac{5}{3}$ thế vào (3)

(3) trở thành : $-\frac{5}{36}m^2 + \frac{4}{9}m + \frac{85}{9} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -\frac{34}{5} \end{cases} \text{ (So sánh với ĐK (I)) } \Rightarrow m = -\frac{34}{5} \Rightarrow \begin{cases} b = -5 \\ a = 34 \end{cases}$

$\Rightarrow a + b = 29$

48) Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa $|z_1| = \sqrt{20}$, $|z_2| = \sqrt{10}$, $|2z_1 + 3z_2| = 5\sqrt{2}$. Tính $\left| 2 - \frac{4z_2}{z_1} \right|$.

Lời giải

$z_1 \overline{z_1} = |z_1|^2 = 20$, $z_2 \overline{z_2} = |z_2|^2 = 10$

$$(5\sqrt{2})^2 = |2z_1 + 3z_2|^2 = (2z_1 + 3z_2)(\overline{2z_1 + 3z_2}) = (2z_1 + 3z_2)(2\overline{z_1} + 3\overline{z_2}) = 2^2 |z_1|^2 + 3^2 |z_2|^2 + 2.3(z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2)$$

$\Rightarrow z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = -20$

$$\left| 2 - \frac{4z_2}{z_1} \right|^2 = \left| \frac{2z_1 - 4z_2}{z_1} \right|^2 = \frac{(2z_1 - 4z_2)(2\bar{z}_1 - 4\bar{z}_2)}{|z_1|^2} = \frac{2^2|z_1|^2 + 4^2|z_2|^2 - 8(z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2)}{|z_1|^2} = 20$$

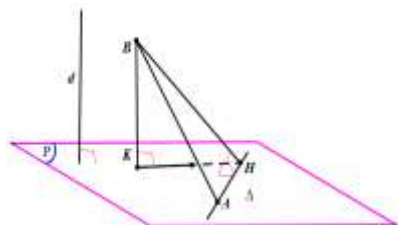
$$KL : \left| 2 - \frac{4z_2}{z_1} \right| = 2\sqrt{5}$$

49) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đường thẳng Δ đi qua $A(-2; 3; 1)$ và Δ vuông góc với đường thẳng

$$d : \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{-3} = z+2 \text{ và khoảng cách từ } B(-3; -1; 4) \text{ đến } \Delta \text{ là nhỏ nhất. Đường thẳng } \Delta \text{ có vector chỉ}$$

phương $\vec{u} = (a, b, c)$ (Trong đó b là số nguyên tố). Tính $T = a + b + c$.

Lời giải



Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với d

$$\Rightarrow (P) : \text{cố định và } \vec{n}_p = \vec{u}_d = (2; -3; 1)$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của B lên (P) $\Rightarrow BK \perp (P)$

Lúc đó

$$AB \subset (ABK), (ABK) \perp (P) \Rightarrow (ABK) \text{ có vtpt } \vec{n}_1 = \overrightarrow{AB} \wedge \vec{n}_p = (5; 7; 11)$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên Δ

$$\Rightarrow d(B, \Delta) = BH \geq BK : \text{không đổi.}$$

$$\Rightarrow d(B, \Delta)_{\min} = BH_{\min} = BK \text{ khi } H \equiv K \Rightarrow \Delta \text{ đi qua A và } \Delta = (P) \cap (ABK) \Rightarrow \text{Đường thẳng } \Delta \text{ có vector chỉ}$$

$$\text{phương } \vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_p] = (40; 17; -29) \Rightarrow a = 40, b = 17, c = -29 \Rightarrow T = a + b + c = 28$$

Cách 2 : Viết ptmp(P), tìm K $\Rightarrow \Delta$ đi qua A và K.

$$50) \text{ Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng } d : \begin{cases} x = (m+2)t + 1 \\ y = 2t + 2 \\ z = (m-1)t - 3 \end{cases} \text{ và mặt phẳng}$$

$$(P) : (m+1)x + (m+3)y + 2z + 2 = 0. \text{ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để d chứa trong (P).}$$

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (m+2; 2; m-1)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (m+1; m+3; 2)$

$$d \subset (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 7m + 6 = 0 \\ -3m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ hay } m = -6 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$$