**SỞ GD&ĐT LONG AN KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2023-2024**

 **ĐỀ CHÍNH THỨC Môn TOÁN ( CHUYÊN)**

 **Đề thi gồm có 01 trang Ngày thi: 08/06/2023**

 **Thời gian: 150 phút ( không kể phát đề)**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Câu 1 ( 1,5 điểm) Cho biểu thức T=$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)\left(\frac{√a}{4}-\frac{1}{4√a}\right)$2  với a$>0, a\ne 0$

1. Rút gọn biểu thức T.
2. Tìm tất cả các giá trị của a để T =$ -\sqrt{a}-1$

Câu 2 ( 2 điểm)

1. Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GHN có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hang X là 20% và tiềm mặt Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả với số tiền là 395000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cữa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hang Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603000 đồng. tính theo giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá ).
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

 $x^{2}-\left(2m-1\right)x+m^{2}-7=0 có hai nghiệm phân biệt $x1,x2 thỏa mản điều kiện 4x1+3x2 = 1

Câu 3( 1 điểm )

 Giải phương trình x2 $-$5x + 2 +(3$-2x$)$\sqrt{x^{2}+x+2}=0$.

Câu 4 (2,5 điểm )

Cho nữa đường tròn tâm O có đường kính AB= 2R. Từ A đến B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au,Bv với nữa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nữa đường tròn ( C khác A và B ), kẻ tiếp tuyến với nữa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự M và N.

1. Chứng minh tứ giác AMCO nội tiếp đường tròn và  $\hat{CBO }$=  $\hat{CNO}$.
2. Kẻ CH vuông góc với AB tại H, gọi K là giao điểm của CH với AN, chứng minh ba điểm M,K,B thẳng hang.
3. Gọi S là diện tích của tam giác ABC, S1 là diện tích của tam giác MON. hãy tính tỉ số $\frac{S\_{1}}{S}$ khi

 AM = 1,5R.

Câu 5(1,0 điểm)

 Ông Tuệ khóa két sắt bằng mật khẩu có 4 chữ số. ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được két sắt đó ?

Câu 6 ( 1,0 điểm) cho a$\geq 0, b\geq 0$ thỏa mãn 2a+3b $\leq 6 và 2a+b\leq 4. chứng minh rằng$ $-\frac{22}{9}\leq a^{2}-2a-b\leq 0.$

Câu 7(1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. gọi M là điểm trên cạnh BC, I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.

**ĐÁP ÁN**

Bài 1 ( 1,5 điểm). Cho biểu thức T=$\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)\left(\frac{√a}{4}-\frac{1}{4√a}\right)$2  với a$>0, a\ne 0$

1. Rút gọn biểu thức T.
2. Tìm tất cả các giá trị của a để T =$ -\sqrt{a}-1$

Lời giải:

1. Với a$>0,a\ne 1, ta có$

 T= $\left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)$2

 $=\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)2-(\sqrt{a}-1)2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}$ $∙$ $\left(\frac{\sqrt{a}2-1 }{4\sqrt{a}}\right)$2

 $=\frac{a+2\sqrt{a}+1-a+2\sqrt{a}-1 }{a-1}∙\frac{\left(a-1\right)2}{16a}$

 $=\frac{4\sqrt{a }}{1}∙\frac{a-1}{16a}$

 $=\frac{a-1}{4\sqrt{a}}$

Vậy với a$>0, a\ne 1 thì T=\frac{a-1}{4\sqrt{a}}$ .

1. Với a$>0, a\ne 1, ta có$

 $T=-\sqrt{a}-1$ $⟺ \frac{a-1}{4\sqrt{a}}=-\sqrt{a}-1$

 $ ⟺a-1=4\sqrt{a}∙(-\sqrt{a}-1)$

 $⇔\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}-1\right)=-4\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)$

 $⟺\sqrt{a}-1=-4\sqrt{a}$ ( do $\sqrt{a}+1>0)$

 $⟺ \sqrt{a}=\frac{1}{5}$

 $⟺a=\frac{1}{25}$(nhận).

Vậy x= $\frac{1}{25}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 2( 2,0 điểm).$Type equation here.$

1. Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GHN có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hang X là 20% và tiềm mặt Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả với số tiền là 395000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cữa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hang Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603000 đồng. tính theo giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá ).
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

 $x^{2}-\left(2m-1\right)x+m^{2}-7=0 có hai nghiệm phân biệt $x1,x2 thỏa mản điều kiện 4x1+3x2 = 1

Lời giải:

1. Gọi x,y lần lượt là giá niêm yết của 2 món hàng X,Y.

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\left\{\begin{array}{c}2x∙80\%+y∙85\%=395 000\\3x∙70\%+2y∙75\%=603 000\end{array}⟺\left\{\begin{array}{c}1,6x+0.85y=395 000\\2,1x+1,5y=603 000\end{array}\right.\right.⟺\left\{\begin{array}{c}x=130 000\\y=220 000\end{array}\right.$$

với giá niêm yết của mặt hàng X là 130 000 đồng và mặt hàng Y là 220 000 đồng.

b) Ta có $△=b^{2}-4ac=\left(2m-1\right)$2$-4∙1∙\left(m^{2}-7\right)=4m^{2}-4m+1-4m+1-4m^{2}+28=-4m+29.$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x1,x2 khi và chỉ khi

 $-4m+29>⟺-4m>-29⟺m<\frac{29}{4}.$

Theo hệ thức Vi-ét , ta có $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=2m-1 (1)\\x\_{1}x\_{2}=m^{2}-7 (2)\end{array}\right.$

Theo đề bài , ta lại có 4$4x\_{1}+3x\_{2}=1. kết hợp với \left(1\right),ta được hệ phương trình$

$$\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=2m-1\\4x\_{1}+3x\_{2}=1\end{array}⟺\left\{\begin{array}{c}3x\_{1}+3x\_{2}=6m-3\\4x\_{1}+3x\_{2}=1\end{array}⟺\left\{\begin{array}{c}x\_{1}=4-6m\\4∙\left(4-6m\right)+3x\_{2}=1\end{array}\left\{\begin{array}{c}x\_{1}=4-6m\\x\_{2}=8m-5.\end{array}\right.\right.\right.\right.$$

Thế vào phương trình (2) ta được

($4-6m)∙(8m-5)=m^{2}-7⟺32m-20-48m^{2}+30m=m^{2}-7$

 $⟺49m^{2}-62m+13=0$

 $⟺ \left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m=1(nhận)}{m=\frac{13}{49} (nhận)}\right.$

Vậy m=1 và m=$\frac{13}{49}thỏa mãn yêu cầu bài toán.$

Bài 3(1,0 điểm ) giải phương trình: $x^{2}-5x+2+\left(3-2x\right)\sqrt{x^{2}+x+2}=0.$

Lời giải.

Ta có : $x^{2}-5x+2+\left(3-2x\right)\sqrt{x^{2}+x+2}=0 ⟺\left(x^{2}+x+2\right)-6x+\left(3-2x\right)\sqrt{x^{2}+x+2}=0.$

Đặt t = $\sqrt{x^{2}+x+2}\left(t\geq \frac{\sqrt{7}}{2}\right).khi đó phương trình đã cho trở thành$

$$t^{2}-6x+\left(3-2x\right)∙t=0⟺t^{2}-6x+3t-2xt=0$$

 $⟺\left(t^{2}-2xt\right)+\left(3t-6x\right)=0$

 $⟺t\left(t-2x\right)+3\left(t-2x\right)=0$

 $⟺\left(t-2x\right)\left(t+3\right)=0$

 $⟺t-2x=0\left(vì t\geq \frac{\sqrt{7}}{2} nên t+3>0\right)$

 $⟺t=2x$

 $⟺\sqrt{x^{2}+x+2}=2x$

 $⟺\left\{\begin{array}{c}x\geq 0\\x^{2}+x+2=4x^{2}\end{array}⟺\left\{\begin{array}{c}x\geq 0\\3x^{2}-x-2=0\\\end{array}\right.\right.$ $⟺\left\{\begin{array}{c}x\geq 0\\\left[x=\frac{-2}{3}\right.\end{array}\right.$

 Vậy tập nghiệm của phương trình là S =(1).

Bài 4(2,5 điểm). Cho nữa đường tròn tâm O có đường kính AB= 2R. Từ A đến B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au,Bv với nữa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nữa đường tròn ( C khác A và B ), kẻ tiếp tuyến với nữa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự M và N.

1. Chứng minh tứ giác AMCO nội tiếp đường tròn và  $\hat{CBO }$=  $\hat{CNO}$.
2. Kẻ CH vuông góc với AB tại H, gọi K là giao điểm của CH với AN, chứng minh ba điểm M,K,B thẳng hang.
3. Gọi S là diện tích của tam giác ABC, S1 là diện tích của tam giác MON. hãy tính tỉ số $\frac{S\_{1}}{S}$ khi

 AM = 1,5R.

LỜI GIẢI



a)Xét tứ giác AMCO có

* $\hat{OAM}=90°\left(Au là tiếp tuyến của \left(O\right)\right);$
* $\hat{OCM}=90°$ ( CM là tiếp tuyến của (O));

Suy ra $\hat{OAM}+\hat{OCM}=90°+90°=180°.$

Suy ra tứ giác AMCO nội tiếp đường tròn .

Chứng minh tương tự ta cũng được tứ giác BNCO nội tiếp được đường tròn.

Suy ra $\hat{CBO}=\hat{CNO}\left( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung OC\right).$

1. Ta có CK $∥$ AM ( cùng vuông góc với AB ) nên theo $\frac{KN}{KA}=\frac{NB}{MA}(định lý TA-lét)$.

Mà MC=MA và NC = NB ( tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\frac{KN}{KA}=\frac{NB}{MA}.$

Xét $∆KNB và ∆KAM có$

* $ \frac{KN}{KA}=\frac{NB}{MA}\left( chứng minh trên\right)$
* $\hat{KNB}=\hat{KAM }(AM∥$ NB,2 góc so le trong)

Suy ra $∆KNB\~∆KAM \left(cạnh-góc-cạnh\right).$

Suy ra $\hat{NKB}=\hat{AKM}.khi đó$

$$\hat{MKB}=\hat{MKN}+\hat{BKN}=\hat{MKN}+\hat{MKA}=\hat{AKN}=180°.$$

Vậy 3 điểm M,K,B thẳng hàng.

1. Ta có AM=AC=1,5R (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Vì tứ giác AMCO nội tiếp đường tròn nên $\hat{CMO}=\hat{CAO}\left( 2 góc nội tiếp cùng chắn cung OC\right)$

Xét $∆OMN và ∆CAB có$

* $\hat{CNO}=\hat{CBO}\left( chứng minh trên\right).$
* $\hat{CMO}=\hat{CAO}\left( chứng minh trên\right).$

Suy ra $∆OMN\~∆CAB\left( góc-góc\right),suy ra \hat{MON}=\hat{ACB}.$

Mà $\hat{ACB}=90°$ $°\left( góc nội tiếp chắn nữa đường tròn\right)nên \hat{MON}90°.$

$$do đó tam giác OMN vuông tại O, có OC là đường cao nên $$

$$OC^{2}=CM∙CN⟹CN=\frac{OC^{2}}{CM}=\frac{R^{2}}{1,5R}=\frac{2}{3}R.$$

Suy ra MN =MC+NC=1,5R+$\frac{2}{3}R=\frac{13}{6}R.$

Khi đó $\frac{S\_{1}}{S}=\left(\frac{MN}{AB}\right)^{2}=\left[\frac{13}{6}R÷(2R\right]^{2}=\frac{169}{144}.$

Câu 5(1,0 điểm)

 Ông Tuệ khóa két sắt bằng mật khẩu có 4 chữ số. ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được két sắt đó ?

LỜI GIẢI

Giả sử số cần tìm để mở két sắt có dạng $\overbar{abcd} \left(a,b,c,d\leq 9\right).$

Vì a,b,c,d đều khác 0 và a+b+c+d=9 nên $\overbar{abcd} thuộc các tổ hợp như sau$

(1;1;1;6),(1;1;2;5),(1;1;3;4),(1;1;3;3),(1;2;2;4),(1;2;3;3),(2;2;2;3).

* Mỗi tổ hợp (1;1;1;6) và (2;2;2;3) có 4 cách để thử.
* Mỗi tổ hợp (1;1;2;5),(1;1;3;4),(1;2;2;4) và (1;2;3;3)có 12 cách để thử.

Vậy ông Tuệ phải thử tối đa 2$∙4+4∙12=56 lần.$

Câu 6 ( 1,0 điểm) cho a$\geq 0, b\geq 0$ thỏa mãn 2a+3b $\leq 6 và 2a+b\leq 4. chứng minh rằng$

 $-\frac{22}{9}\leq a^{2}-2a-b\leq 0$

$$LỜI GIẢI$$

* Ta có 2a+3b$\leq 6⟺3b\leq -2a+6⟺b\leq \frac{-2}{3}a+2⟺-b\geq \frac{2}{3}a-2.$

Khi đó a2-2a-b$\geq a^{2}-2a+\frac{2}{3}a-2=a^{2}-\frac{4}{3}a-2=\left(a-\frac{2}{3}\right)^{2}-\frac{22}{9}\geq \frac{-22}{9}.$ (1)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a=$\frac{2}{3} và b=\frac{14}{9}.$

* Ta có 2a+b$\leq 4⟺2a^{2}$+ab$\leq 4a⟺a^{2}-2a\leq -\frac{ab}{2}.$

Khi đó a2-2a-b $\leq -\frac{ab}{2}$-b=$-\left(\frac{ab}{2}+b\right)\leq 0.$ (2)

 Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a=2, b=0.

 Từ (1) và (2) suy ra $\frac{-22}{9}\leq a^{2}-2a-b\leq 0.$

Câu 7(1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. gọi M là điểm trên cạnh BC, I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.

Lời giải



Gọi I và K lần lượt là đường tròn ngoại tiếp $∆ABM và ∆ACM.$

Khi đó IK là đường trung trực của AM và

$$\hat{AIK}=\hat{MIK}=\frac{1}{2}\hat{AIK}$$

$$\hat{AKI}=\hat{MKI}=\frac{1}{2}\hat{AKM}$$

Ta có $\hat{ABC}=\frac{1}{2}\hat{AIM}=\hat{AIK}$

Và$\hat{ACB}=\frac{1}{2}\hat{AKM}=\hat{AKI}$

Suy ra $\hat{AIK}+\hat{AKI}=\hat{ABC}+\hat{ACB}=90°$

Suy ra $∆AIK vuông tại A.$

Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB và AC, ta có

S$∆\_{AIK}=\frac{1}{2}AI∙AK\geq \frac{1}{2}AE∙AF=\frac{1}{2}∙\frac{1}{2}AB∙\frac{1}{2}AC=\frac{1}{8}AB∙AC=\frac{1}{4}S\_{∆ABC.}$

DẤU “=” xảy ra khi và chỉ khi I=E,K=F hay M+H ( với H là chân đường cao hạ từ A của$ ∆\_{ABC}).$

Vậy nếu M là đường chân cao hạ từ A của$ ∆\_{ABC}$ thì diện tích của tam giác AIK nhỏ nhất.