



Chương

Bài 1.

ĐIỂM - ĐƯỜNG VÀ MẶT PHẪNG



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Trong hình học không gian:, cho trước một mặt phẳng (P) . Khẳng định nào đúng?

- A. Điểm luôn phải thuộc mặt phẳng (P) .
- B. Điểm luôn không thuộc mặt phẳng (P) .
- C. Điểm vừa thuộc, đồng thời vừa không thuộc mặt phẳng (P) .
- D. Điểm có thể thuộc mặt phẳng (P) , có thể không thuộc mặt phẳng (P) .

👉 **Lời giải**

Chọn D

Điểm có thể nằm trên mặt phẳng đã cho hoặc không nằm trên mặt phẳng đó.

» **Câu 2.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

👉 **Lời giải**

Chọn C

- A sai. Qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho.
- B sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng.
- D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

» **Câu 3.** Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Xác định được 3 mặt phẳng gồm $(a, b), (A, a), (B, b)$.

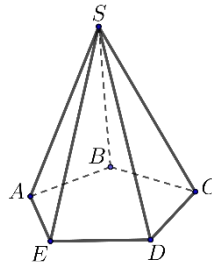
» **Câu 4.** Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là:

- A. 5 mặt, 5 cạnh.
- B. 6 mặt, 5 cạnh.
- C. 6 mặt, 10 cạnh.
- D. 5 mặt, 10 cạnh.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Hình chóp ngũ giác có 5 mặt bên + 1 mặt đáy. 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

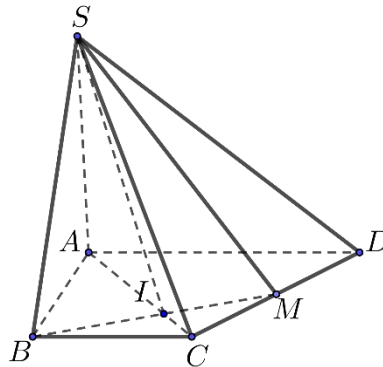


- » **Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD (AD // BC)$. Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:
- A.** SI (I là giao điểm của AC và BM). **B.** SJ (J là giao điểm của AM và BD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD). **D.** SP (P là giao điểm của AB và CD).

👉 **Lời giải**

Chọn A

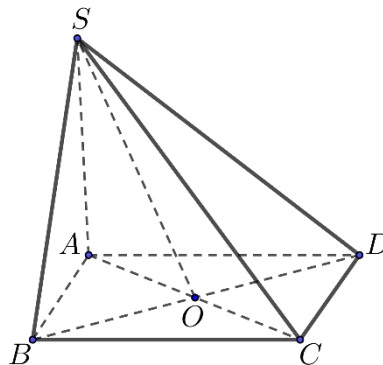
Ta có $(MSB) \cap (SAC) = SI$.



- » **Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là
- A.** SO . **B.** SC . **C.** SD . **D.** SA .

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1).

Lại có $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$ nên $O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2).

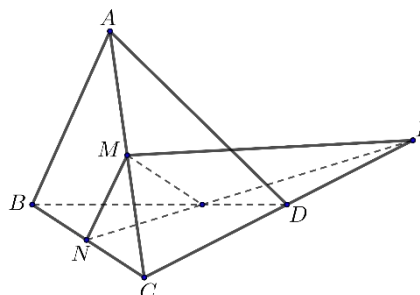
Từ (1) và (2) suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .



- » Câu 7. Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP) là giao điểm của
- A.** CD và NP . **B.** CD và MN . **C.** CD và MP . **D.** NP và AP .

👉 **Lời giải**

Chọn A



Xét mặt phẳng BCD chứa CD .

Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại I .

Điểm $I \in NP \Rightarrow I \in (MNP)$.

Vậy CD cắt (MNP) tại I là giao điểm của CD và NP .

- » Câu 8. Trong mặt phẳng (a) cho tứ giác $ABCD$, điểm $E \notin (a)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong năm điểm A, B, C, D, E ?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Điểm E và 2 điểm bất kì trong 4 điểm A, B, C, D tạo thành $C_4^2 = 6$ mặt phẳng.

Bốn điểm A, B, C, D tạo thành 1 mặt phẳng.

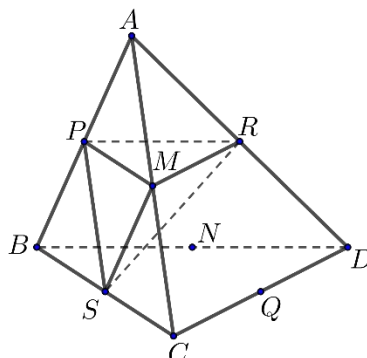
Vậy có tất cả 7 mặt phẳng.

- » Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC có trung điểm lần lượt là M, N, P, Q, R, S . Bốn điểm nào sau đây **không** cùng thuộc một mặt phẳng?

A. M, P, R, S . **B.** M, N, P, Q . **C.** M, R, S, N . **D.** P, Q, R, S .

👉 **Lời giải**

Chọn A



Ta có: $R \in AD, AD \notin (ABC) \Rightarrow R \notin (ABC)$.



$$\begin{cases} M \in AC, AC \subset (ABC) \\ P \in AB, AB \subset (ABC) \Rightarrow M, P, S \in (ABC) \\ S \in BC, BC \subset (ABC) \end{cases}$$

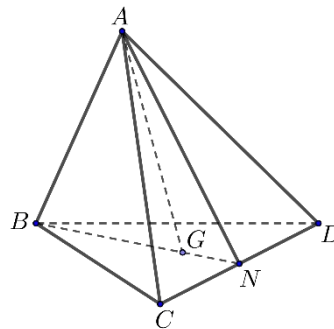
Mà
phẳng.

nên M, P, R, S không cùng thuộc mặt

- » **Câu 10.** Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là
- A.** AN , N là trung điểm CD . **B.** AM , M là trung điểm AB .
C. AH , H là hình chiếu của B trên CD . **D.** AK , K là hình chiếu của C trên BD .

👉 **Lời giải**

Chọn A

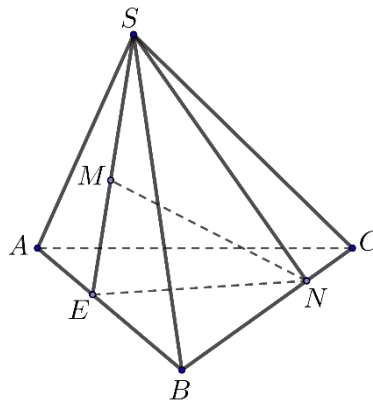


A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)
 G là trọng tâm tam giác BCD , N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB) .
 Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN .

- » **Câu 11.** Cho hình chóp $SABC$. Gọi M nằm trong tam giác SAB , N thuộc đoạn BC . Giao tuyến của (SMN) và (ABC) là
- A.** NA . **B.** NE với $E = SM \cap AB$.
C. NF với $F = SM \cap AC$. **D.** NK với K nằm trong tam giác ABC .

👉 **Lời giải**

Chọn B



Trong mặt phẳng (SAB) , gọi $E = SM \cap AB$.



Ta có:
$$\begin{cases} E \in SM \subset (SMN) \\ E \in AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SMN) \cap (ABC) \quad (1);$$

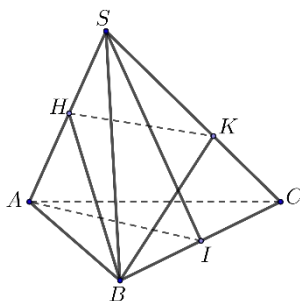
Và
$$\begin{cases} N \in (SMN) \\ N \in BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow N \in (SMN) \cap (ABC) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $NE = (SMN) \cap (ABC)$.

- » **Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi H, K lần lượt là hai điểm trên hai cạnh $SA; SC$ ($H \neq A; H \neq S$ và $K \neq S, K \neq C$) sao cho HK không song song với AC . Gọi I là trung điểm của BC . Giao điểm của đường thẳng BK và mặt phẳng (SAI) là
- A.** J với $J = SI \cap BK$. **B.** J với $J = SI \cap BH$.
C. J với $J = SI \cap HK$. **D.** J với $J = SI \cap HK$.

👉 **Lời giải**

Chọn A



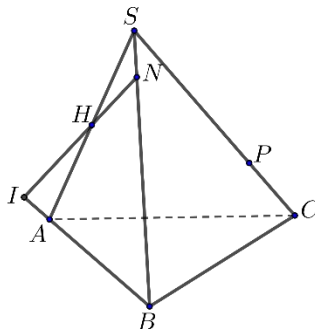
Trong mặt phẳng (SBC) , gọi $J = BK \cap SI$.

Ta có:
$$\begin{cases} J \in BK \subset (BHK) \\ J \in SI \end{cases} \Rightarrow J = SI \cap (BHK)$$

- » **Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm SA ; N và P lần lượt là điểm bất kì trên cạnh SB, SC (không trùng với trung điểm và hai đầu mút của đoạn thẳng tương ứng). Giao điểm của MN với (ABC) là
- A.** Giao điểm của MN với BC . **B.** Giao điểm của MP với BC .
C. Giao điểm của MN với AB . **D.** Giao điểm của MP với AC .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Trong mặt phẳng (SAB) , gọi $MN \cap AB = I$.



Ta có:
$$\begin{cases} I \in MN \\ I \in AB \Rightarrow I \in (ABC) \Rightarrow I = MN \cap (ABC) \end{cases}$$

» **Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2BM$ và N là trung điểm AD . Gọi O là một điểm thuộc miền trong của $DBCD$ và giả sử MN cắt DB tại F .

Giao điểm của BC với (OMN) là

A. Giao điểm của BC với OM .

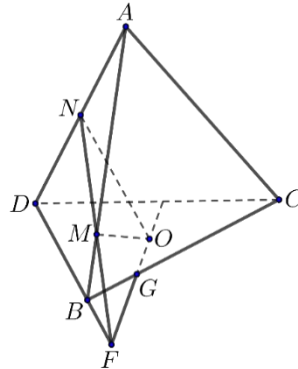
B. Giao điểm của BC với MN .

C. Giao điểm của BC với OF .

D. Giao điểm của BC với ON .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có:
$$\begin{cases} F \in MN \subset (MNO) \Rightarrow F \in (MNO) \\ F \in BD \subset (BDC) \Rightarrow F \in (BDC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} NF \subset (MNO) \\ FO \subset (BDC); FO \subset (MNO) \end{cases}$$

Trong mặt phẳng (BDC) , gọi $FO \cap BC = G$.

Khi đó:
$$\begin{cases} G \in BC \\ G \in FO \subset (MNO) \end{cases} \Rightarrow G = BC \cap (MNO)$$

» **Câu 15.** Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó ba đường thẳng nào đồng quy?

A. AB, MN, CD .

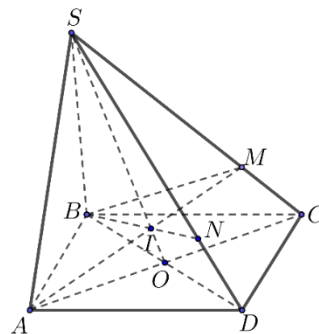
B. SO, BD, AM .

C. SO, AM, BN .

D. SO, AC, BN .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Gọi $I = BN \cap AM$ nên
$$\begin{cases} I \in BN \subset (SBD) \\ I \in AM \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBD) \cap (SAC) \quad (1)$$



$$\text{Mà } \begin{cases} O \in BD \subset (SBD) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SBD) \cap (SAC) \quad (2)$$

$$\text{Mà } (SBD) \cap (SAC) = SO \quad (3)$$

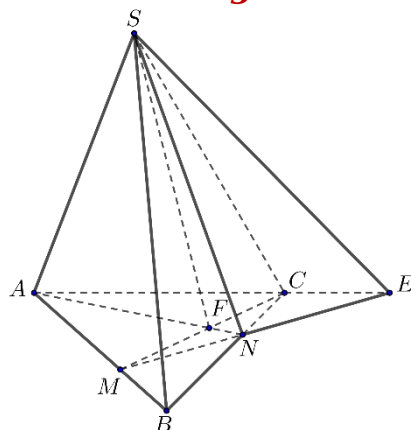
Vậy ba đường thẳng SO , AM , BN đồng quy.

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» **Câu 16.** Cho tứ diện $SABC$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm trên hai cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC .		
(b)	Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .		
(c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		
(d)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .		

🔗 **Lời giải**



(a) Đường thẳng MN cắt đường thẳng AC .

Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của MN và AC .

Trong mặt phẳng (ABC) , vẽ giao điểm E của MN và AC .

Ta có $E \in AC$, suy ra $E \in (SAC)$.

Vậy E là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC) .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

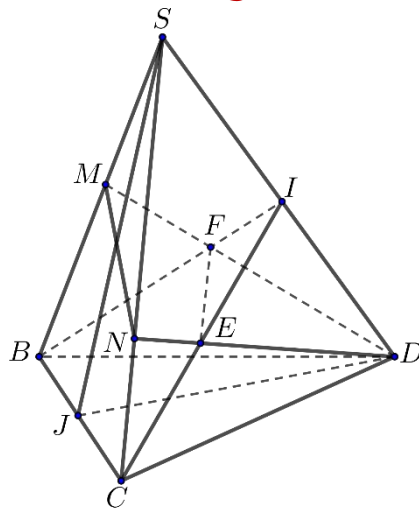
Suy ra $(SMN) \cap (SAC) = SE$.

(d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAN) và (SCM) là đường thẳng đi qua giao điểm của MN và AC .

Suy ra $(SAN) \cap (SCM) = SF$.

» **Câu 17.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC sao cho MN không song song BC . Khi đó:

 **Lời giải**



Suy ra $(MND) \cap (ADC) = ND$.

Trang



Ta có: B và I là hai điểm chung của hai mặt phẳng (BCI) và (ABD) .

Suy ra $(BCI) \cap (ABD) = BI$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.

Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$;

$J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$. Vậy $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Gọi $E = DN \cap CI$ (trong $mp(ACD)$) và $F = DM \cap BI$ (trong $mp(ABD)$).

Ta có: $\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases}$

$\Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC)$ (1)

Tương tự: $\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$.

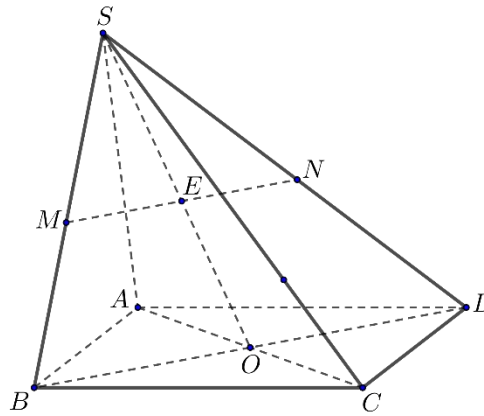
Khi đó EF cắt IJ .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 18.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD ; M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD ; P thuộc đoạn SC và không là trung điểm của SC . Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .		
(b)	Giao điểm E của đường thẳng SO và (MNP) là giao điểm của MN và SO .		
(c)	Giao điểm Q của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của PE và SO .		
(d)	Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB , QP và AC , QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.		

» **Lời giải**



(a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .

$$\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SBD) \\ O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$$

Ta có:

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giao điểm E của đường thẳng SO và (MNP) là giao điểm của MN và SO .
Trong $(SBD): SO \cap MN = E$.

$$\begin{cases} E \in SO \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in SO \cap (MNP).$$

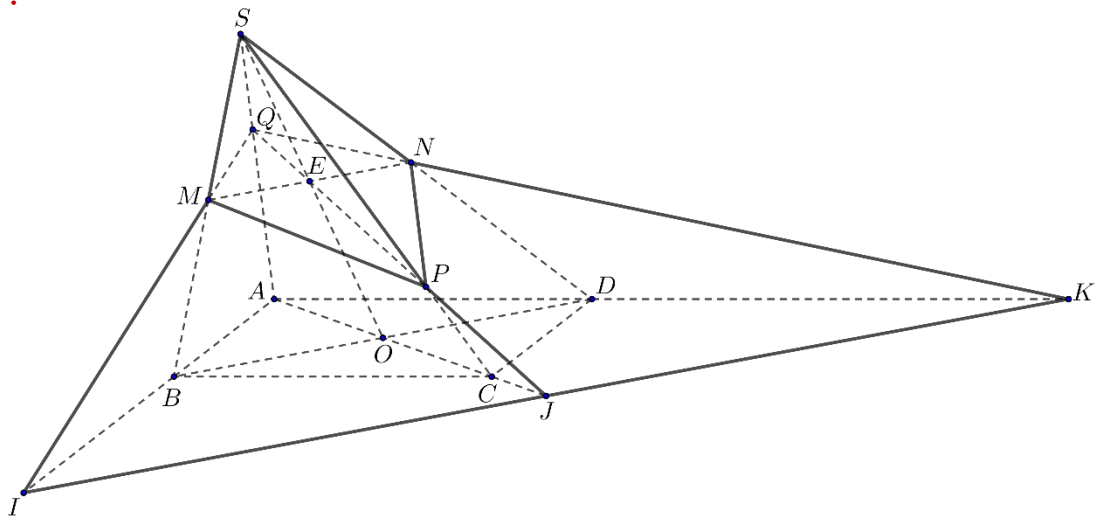
Ta có

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Giao điểm Q của đường thẳng SA và (MNP) là giao điểm của PE và SO .
Trong $(SAC): PE \cap SA = Q$.

$$\begin{cases} Q \in SA \\ Q \in PE \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow Q \in SA \cap (MNP).$$

» **Chọn SAI.**



(d) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB , QP và AC , QN và AD . Vậy I, J, K thẳng hàng.



Từ giả thiết ta có
$$\begin{cases} I \in QM \subset (MNP) \\ J \in QP \subset (MNP) \Rightarrow I, J, K \in (MNP) (1) \\ K \in QN \subset (MNP) \end{cases}$$

Mặt khác
$$\begin{cases} I \in AB \subset (ABCD) \\ J \in AC \subset (ABCD) \Rightarrow I, J, K \in (ABCD) (2) \\ K \in AD \subset (ABCD) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra $I, J, K \in (MNP) \cap (ABCD)$.

Suy ra I, J, K thẳng hàng.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 19.** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , O là giao điểm của AC và BD . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D .		
(b)	Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC .		
(c)	Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D .		
(d)	Gọi I giao điểm của SO và mặt phẳng $(MNCD)$. Khi đó $SI = 2IO$		

» **Lời giải**

(a) Giao điểm của đường thẳng SA và $(ABCD)$ là điểm D .

Giao điểm $SA \cap (ABCD) = \{A\}$.

» **Chọn SAI.**

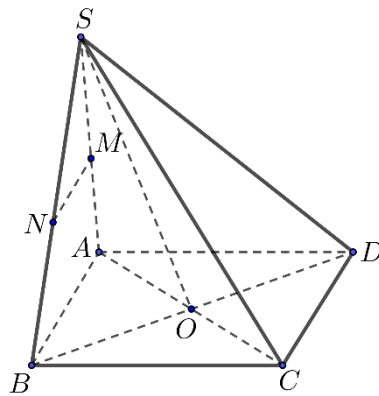
(b) Giao điểm của đường thẳng BD và (SAC) là trung điểm của đoạn thẳng AC .

Ta có
$$\begin{cases} O \in BD \\ O \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BD \cap (SAC) = \{O\}$$

, với O là trung điểm của đoạn thẳng AC

» **Chọn ĐÚNG.**

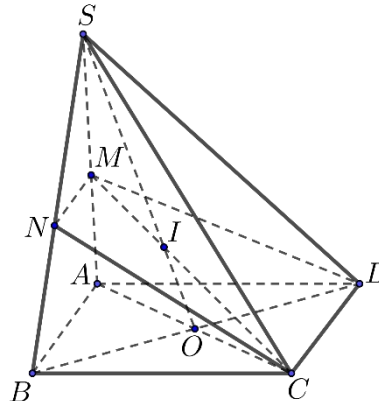
(c) Giao điểm của đường thẳng SO và $(ABNM)$ là điểm D .



$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in SO \\ S \in AM \subset (ABNM) \end{cases} \Rightarrow SO \cap (ABNM) = \{S\}.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Gọi I giao điểm của SO và mặt phẳng $(MNCD)$. Khi đó $SI = 2IO$



$$I = SO \cap CM \Rightarrow \begin{cases} I \in SO \\ I \in CM \subset (MNCD) \end{cases} \Rightarrow I = SO \cap (MNCD)$$

Gọi

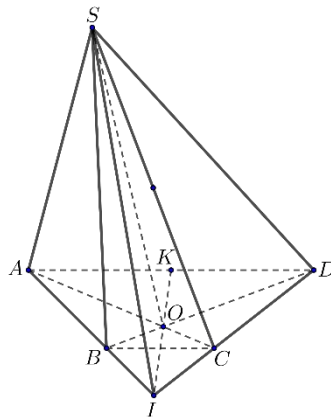
Ta lại có O, M lần lượt là trung điểm $BD, SA \Rightarrow I$ trọng tâm $\Delta SAC \Rightarrow SI = 2IO$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 20.** Cho hình chóp tứ giác $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC, AD > BC$). I là giao điểm của AB và DC . O là giao điểm của AC và BD . M, K lần lượt là trung điểm của SC và AD . Xét tính đúng sai các khẳng định sau:.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Ba điểm S, O, I thẳng hàng.		
(b)	Ba điểm K, O, I thẳng hàng.		
(c)	DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J , khi đó S, J, I thẳng hàng		
(d)	Mặt phẳng (a) qua M cắt các cạnh SA, SB, SD lần lượt tại P, N, Q thì SO, MP, NQ đồng quy.		

» **Lời giải**



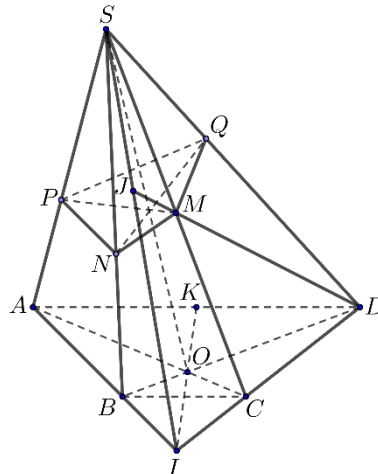
(a) Ba điểm S, O, I thẳng hàng.

Dễ thấy S, O, I không cùng thuộc 1 mặt phẳng nên không thể thẳng hàng.

» **Chọn SAI.**

(b) Ba điểm K, O, I thẳng hàng.

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J , khi đó S, J, I thẳng hàng

Dễ thấy S, J, I là điểm chung 2 mặt phẳng phân biệt (SAB) và (SCD) .

Suy ra S, J, I thẳng hàng, vì cùng nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Mặt phẳng (a) qua M cắt các cạnh SA, SB, SD lần lượt tại P, N, Q thì SO, MP, NQ đồng quy.

Khi đó SO, MP, NQ là các giao tuyến của các cặp mặt phẳng của ba mặt phẳng phân biệt $(SBD), (SAC), (MNPQ)$.

Mà hai giao tuyến MP, NQ cắt nhau. Suy ra SO, MP, NQ đồng quy.

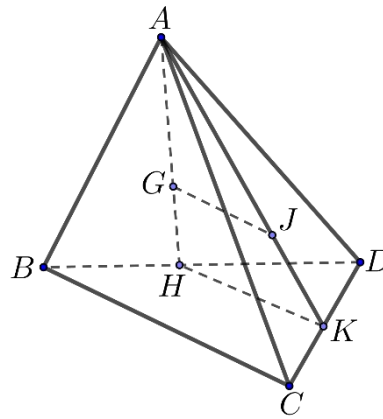
» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 21.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, J lần lượt là trọng tâm $DABD, DACD$. Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (AGJ) và (BCD) . Biết $\triangle BCD$ là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ D đến đường thẳng d .

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,75**



Gọi H, K lần lượt là trung điểm BD, CD .

Ta có:
$$\begin{cases} H \in AG \subset (AGJ) \\ H \in BD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (BCD) \cap (AGJ) \quad (1)$$

Tương tự:
$$\begin{cases} K \in AJ \subset (AGJ) \\ K \in CD \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow K \in (BCD) \cap (AGJ) \quad (2)$$

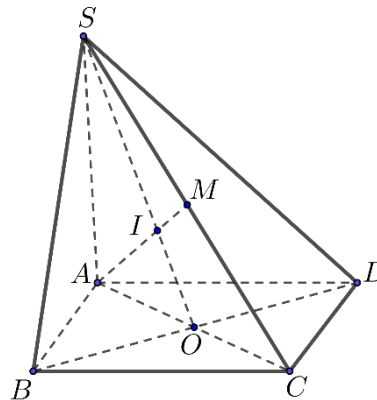
Từ (1) và (2) $\Rightarrow (BCD) \cap (AGJ) = HK \equiv d$.

$DBCD$ đều nên $\Rightarrow d(D, d) = d(D, HK) = \frac{1}{2} \cdot d(D, BC) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,75$

» **Câu 22.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SC và I là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD) . Biết rằng $DSAC$ vuông tại S và $AC = 6$. Tính độ dài đoạn OI .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



Trong (SAC) , gọi $I = AM \cap SO$

Ta có:
$$\begin{cases} I \in AM \\ I \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$$

Vì I là giao điểm của SO và AM là hai trung tuyến của $DSAC$ nên suy ra I là trọng tâm $DSAC$

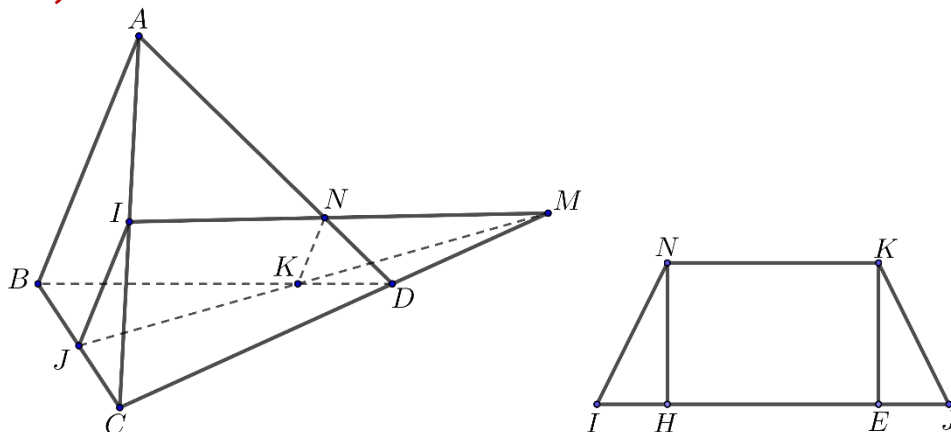
Suy ra $OI = \frac{1}{3} SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 = 1$



» **Câu 23.** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC, K là một điểm trên cạnh BD sao cho $KB=2KD$. Tính diện tích của thiết diện tạo bởi (IJK) và tứ diện $ABCD$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,25**



Trong (BCD) : gọi $M = JK \cap CD$.

Trong (ACD) : gọi $N = IM \cap AD$.

Ta có:

$$(IJK) \cap (ABC) = IJ$$

$$(IJK) \cap (BCD) = JK$$

$$(IJK) \cap (ABD) = KN$$

$$(IJK) \cap (ACD) = NI$$

Suy ra thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK) là tứ giác $(IJKN)$.

Ta có I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC .

Suy ra IJ là đường trung bình của $\triangle ABC$.

Do đó $IJ \parallel AB$.

$$\text{Mà } (IJK) \cap (ABD) = KN$$

$$\text{Vì vậy } KN \parallel AB \parallel IJ \quad (1)$$

Áp dụng định lý Thales, ta có $\frac{AN}{DA} = \frac{BK}{DB} = \frac{2}{3}$.

Mà $BD = AD$ (do $ABCD$ là tứ diện đều).

Suy ra $AN = BK$.

Ta có $\triangle AIN = \triangle BJK$ (c.g.c).

$$\text{Suy ra } IN = JK \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $IJKN$ là hình thang cân.

Kẻ $NH \perp IJ$ tại H và $KE \perp IJ$ tại E .

Ta có $IH = EJ$ và $NK = HE$.

Suy ra $IH = \frac{IJ - NK}{2} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{12}$.

Suy ra $NI = JK = \frac{\sqrt{13}}{6}$.

$$NH = \sqrt{NI^2 - IH^2} = \sqrt{\frac{13}{36} - \frac{1}{144}} = \frac{\sqrt{51}}{12}$$

Diện tích hình thang $IJKN$ là:
$$S = \frac{NH.(NK + IJ)}{2} = \frac{\frac{1\sqrt{51}}{12} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{5\sqrt{51}}{144} \approx 0,25$$

đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) . Tỉ số $\frac{SN}{SD}$ bằng

Trong (SBD) lấy $N = BK \cap SD$ thì $N = SD \cap (ABM)$.



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a nên $AC = BD = a\sqrt{2}$

Do đó : $DSAC$ và $DSBD$ là các tam giác đều.

Mà $K = AM \cap SO \Rightarrow K$ là trọng tâm $DSAC$

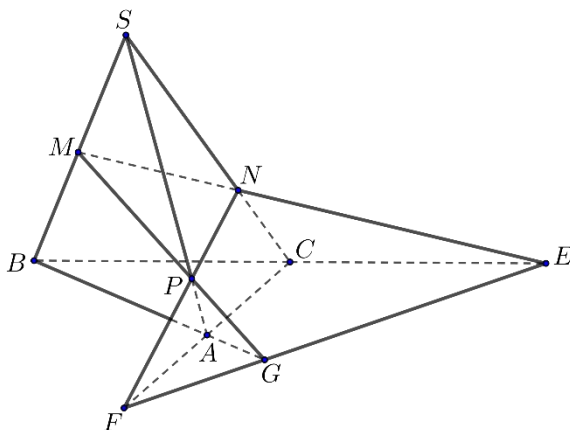
$\Rightarrow K$ là trọng tâm $DSBD \Rightarrow BN$ là trung tuyến của $DSBD \Rightarrow N$ là trung điểm SD

$$\Rightarrow \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} = 0,5$$

» **Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 2$. Lấy điểm M là trung điểm SB , lấy điểm E đối xứng với B qua C , N là giao điểm của SC và BE . Lấy điểm F đối xứng với C qua A , đường thẳng NF cắt SA tại P . Trong mặt phẳng (SAB) đường thẳng MP cắt AB tại G . Khi đó độ dài $EG + GF$ bằng? (làm tròn đến hàng phần trăm)

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6,32**



Ta có :
$$\begin{cases} E \in (MEF) \\ E \in BC \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow E \in (MEF) \cap (ABC) (1)$$

$$\begin{cases} F \in (MEF) \\ F \in AC \subset (ABC) \Rightarrow F \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow F \in (MEF) \cap (ABC) (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EF = (MEF) \cap (ABC)$

$$\begin{cases} G \in MP \subset (MEF) \Rightarrow G \in (MEF) \\ G \in AB \subset (ABC) \Rightarrow G \in (ABC) \end{cases} \Rightarrow G \in (MEF) \cap (ABC)$$

Mặt khác

$\Rightarrow G \in EF \Rightarrow G, E, F$ thẳng hàng $\Rightarrow EG + GF = EF$

Vì E đối xứng với B qua $C \Rightarrow CE = BC = 2\sqrt{2}$

F đối xứng với C qua $A \Rightarrow AF = AC = 2 \Rightarrow CF = 4$

$DABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow FCE = 135^\circ$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác $DCEF$ ta có :

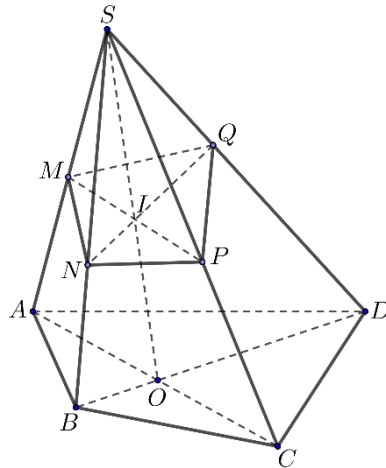
$$EF = \sqrt{CE^2 + CF^2 - 2CE.CF.\cos FCE} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2.4.2\sqrt{2}.\cos 135^\circ} = 2\sqrt{10} \approx 6,32$$



» **Câu 26.** Cho hình chóp tứ giác $SABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . M, P lần lượt là trung điểm SA và SC , một mặt phẳng (a) qua MP cắt SB, SD lần lượt tại N và Q . Gọi I là giao điểm MP và NQ , khi đó tỉ số $\frac{SI}{IO}$ bằng?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**



Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$

$$\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$$

Mặt khác

$$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD) \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} I \in MP, MP \subset (SAC) \\ I \in NQ, NQ \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $I \in SO$ hay các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy tại điểm I .

Ta có M, P lần lượt là trung điểm $SA, SC \Rightarrow \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2}$

$$\text{Mà } \begin{cases} I \in SO \\ I \in MP \end{cases} \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow I \text{ là trung điểm } SO \Rightarrow \frac{SI}{IO} = 1$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>