

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

(giả thiết các biểu thức đều có nghĩa)

Ví dụ 1. Không dùng máy tính, hãy tính:

a) $\cos 75^\circ$;

b) $\tan \frac{\pi}{12}$.

Giải

a)
$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

b)
$$\tan \frac{\pi}{12} = \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{3 - 1} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

Ví dụ 2. Chứng minh rằng

Giải

Ta có

$$\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sin x + \cos x.$$

Đẳng thức được chứng minh.

2. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}.$$

Ví dụ 3. Cho $\cos a = -\frac{1}{3} \left(\frac{\pi}{2} < a < \pi \right)$. Tính $\sin 2a$.

Giải

$$\begin{aligned} \text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ nên } \sin a > 0. \Rightarrow \sin a &= \sqrt{1 - \cos^2 a} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ \Rightarrow \sin 2a &= 2 \sin a \cos a = 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9} \end{aligned}$$

Công thức hạ bậc:

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}.$$

3. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TÍCH THÀNH TỔNG

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$$

Ví dụ 4. Tính giá trị của các biểu thức:

$$A = \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}; \quad B = \cos 75^\circ \sin 15^\circ.$$

Giải

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \cos \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12} = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{5\pi}{12} - \frac{7\pi}{12} \right) + \cos \left(\frac{5\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\cos \left(-\frac{\pi}{6} \right) + \cos \pi \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) = \frac{\sqrt{3} - 2}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{2} [\sin (15^\circ - 75^\circ) + \sin (15^\circ + 75^\circ)] \\ &= \frac{1}{2} [\sin (-60^\circ) + \sin 90^\circ] = \frac{1}{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

4. CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI TỔNG THÀNH TÍCH

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}.$$

Ví dụ 5. Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức $A = \sin \frac{\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9}$.

Giải

$$A = \left(\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9} \right) - \sin \frac{5\pi}{9} = 2 \sin \frac{4\pi}{9} \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{9} = \sin \frac{4\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} = 0.$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Công thức cộng

Câu 1. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Chứng minh rằng:

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right);$$

a)

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$$

b)

Câu 2. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Sử dụng $15^\circ = 45^\circ - 30^\circ$, hãy tính các giá trị lượng giác của góc 15° .

Câu 3. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Tính:

- a) $\cos\left(a + \frac{\pi}{6}\right)$, biết $\sin a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$;
 b) $\tan\left(a - \frac{\pi}{4}\right)$, biết $\cos a = -\frac{1}{3}$ và $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 4. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Một thiết bị trễ kỹ thuật số lặp lại tín hiệu đầu vào bằng cách lặp lại tín hiệu đó trong một khoảng thời gian cố định sau khi nhận được tín hiệu. Nếu một thiết bị như vậy nhận được nốt thuần $f_1(t) = 5\sin t$ và phát lại được nốt thuần $f_2(t) = 5\cos t$ thì âm kết hợp là $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$, trong đó t là biến thời gian. Chứng tỏ rằng âm kết hợp viết được dưới dạng $f(t) = k \sin(t + \varphi)$, tức là âm kết hợp là một sóng âm hình sin. Hãy xác định biên độ âm k và pha ban đầu φ ($-\pi \leq \varphi \leq \pi$) của sóng âm.

Câu 5. Tính các giá trị lượng giác sau:

- a) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ khi $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
 b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ khi $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
 c) $\cos(a + b)\cos(a - b)$ khi $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$.
 d) $\sin(a - b)$, $\cos(a + b)$, $\tan(a + b)$ khi $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

Câu 6. Tính giá trị của biểu thức lượng giác, khi biết:

- a) $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\tan 2\alpha$ khi $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
 b) $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\tan 2\alpha$ khi $\tan \alpha = 2$.
 c) $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ khi $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
 d) $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\tan 2\alpha$ khi $\tan \alpha = \frac{7}{8}$.

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức

- a. $A = \sin^2 20^\circ + \sin^2 100^\circ + \sin^2 140^\circ$
 b. $B = \cos^2 10^\circ + \cos^2 110^\circ + \cos^2 130^\circ$
 c. $C = \tan 20^\circ \cdot \tan 80^\circ + \tan 80^\circ \cdot \tan 140^\circ + \tan 140^\circ \cdot \tan 20^\circ$
 d. $D = \tan 10^\circ \cdot \tan 70^\circ + \tan 70^\circ \cdot \tan 130^\circ + \tan 130^\circ \cdot \tan 190^\circ$
 e. $E = \frac{\cot 225^\circ - \cot 79^\circ \cdot \cot 71^\circ}{\cot 259^\circ + \cot 151^\circ}$
 f. $F = \cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$
 g. $G = \frac{1 - \tan 15^\circ}{1 + \tan 15^\circ}$
 h. $H = \tan 15^\circ + \cot 15^\circ$.

Câu 8. Chứng minh rằng:

- a) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$;
- b) $\sin(a+b)\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a$;
- c) $4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 4 \sin^2 x - 3$;
- d) $\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos x$.

Câu 9. Chứng minh các đẳng thức sau

- a) $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$;
- b) $\tan x + \tan y = \frac{2 \sin(x+y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)}$;
- c) $\tan x \cdot \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \tan \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) + \tan \left(x + \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \tan x = -3$;
- d) $\cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(x + \frac{3\pi}{4} \right) \cdot \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{2}}{4} (1 - \sqrt{3})$;
- e) $(\cos 70^\circ + \cos 50^\circ)(\cos 230^\circ + \cos 290^\circ) - (\cos 40^\circ + \cos 160^\circ)(\cos 320^\circ + \cos 380^\circ) = 0$;
- f) $\tan x \cdot \tan 3x = \frac{\tan^2 2x - \tan^2 x}{1 - \tan^2 x \cdot \tan^2 2x}$.

Câu 10. Chứng minh các hệ thức sau với điều kiện cho trước

- a.) $2 \tan a = \tan(a+b)$ khi $\sin b = \sin a \cdot \cos(a+b)$
- b.) $2 \tan a = \tan(a+b)$ khi $3 \sin b = \sin(2a+b)$
- c.) $\tan a \cdot \tan b = -\frac{1}{3}$ khi $\cos(a+b) = 2 \cos(a-b)$
- d.) $\tan(a+b) \cdot \tan b = \frac{1-k}{1+k}$ khi $\cos(a+2b) = k \cdot \cos a$

Dạng 2. Công thức nhân đôi

Câu 11. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Không dùng máy tính, tính $\cos \frac{\pi}{8}$.

Câu 12. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Tính $\sin 2a, \cos 2a, \tan 2a$, biết:

- a) $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$;
- b) $\sin a + \cos a = \frac{1}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \frac{3\pi}{4}$.

Câu 13. Tính giá trị biểu thức:

a. $A = \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{8}$

b. $B = \frac{1 - \tan^2 \frac{\pi}{8}}{\tan \frac{\pi}{8}}$

c. $C = \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$

d. $D = \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ$

e. $E = 16 \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$

Câu 14. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. Cho $\tan \frac{x}{2} = -2$. Tính $A = \frac{3 \sin x + 4 \cos x}{4 \cot x + 3 \tan x}$

b. Cho $\sin x = -\frac{4}{5}$ và $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Tính $\cos \frac{x}{2}$ và $\sin \frac{x}{2}$

c. Cho $\tan x = \frac{1}{15}$. Tính $B = \frac{\sin 2x}{1 + \tan 2x}$

d. Cho $\tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$. Tính $C = \frac{2 \sin 2x - \cos 2x}{\tan 2x + \cos 2x}$

Câu 15. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $G = \cos \frac{2\pi}{31} \cdot \cos \frac{4\pi}{31} \cdot \cos \frac{8\pi}{31} \cdot \cos \frac{16\pi}{31} \cdot \cos \frac{32\pi}{31}$

b) $H = \sin 5^\circ \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin 25^\circ \dots \sin 75^\circ \cdot \sin 85^\circ$

c) $I = \cos 10^\circ \cdot \cos 20^\circ \cdot \cos 30^\circ \dots \cos 70^\circ \cdot \cos 80^\circ$

d) $K = 96\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{48} \cdot \cos \frac{\pi}{24} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{6}$

e) $L = \cos \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{3\pi}{15} \cdot \cos \frac{4\pi}{15} \cdot \cos \frac{5\pi}{15} \cdot \cos \frac{6\pi}{15} \cdot \cos \frac{7\pi}{15}$

f) $M = \sin \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$

Câu 16. Chứng minh các hệ thức sau:

a) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4x$ b) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$

c) $\sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \cdot \sin^3 x = \frac{1}{4} \sin 4x$

d) $\sin^6 \frac{x}{2} - \cos^6 \frac{x}{2} = \frac{1}{4} (4 - \sin^2 x)$ e) $1 - \sin x = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$

f) $\frac{1 - \sin^2 x}{2 \cot \left(\frac{\pi}{4} + x \right) \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)} = \frac{\cos^2 x}{\cos 2x}$

g) $\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \cdot \frac{1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right)}{\sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right)} = 1$ h) $\tan \left(\frac{\pi}{4} + x \right) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$

i) $\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$ k) $\tan x \cdot \tan 3x = \frac{\tan^2 2x - \tan^2 x}{1 - \tan^2 x \cdot \tan^2 2x}$

l) $\sin^3 x \cdot (1 + \cot x) + \cos^3 x \cdot (1 + \tan x) = \sin x + \cos x$

m) $\cot x + \tan x = \frac{2}{\sin 2x}$

n) $\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}} = \cos \frac{x}{8}$, với $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Dạng 3. Biến đổi tích thành tổng**Câu 17. (SGK-KNTT-11-Tập 1)** Không dùng máy tính, tính giá trị của các biểu thức:

$$A = \cos 75^\circ \cos 15^\circ; \quad B = \sin \frac{5\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}.$$

Câu 18. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}};$$

$$B = \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8}.$$

Câu 19. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Chứng minh đẳng thức sau:

$$\sin(a+b)\sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b = \cos^2 b - \cos^2 a.$$

Câu 20. Biến đổi thành tổng

$$a) 2\sin(a+b)\cos(a-b) \quad b) 2\cos(a+b)\cos(a-b)$$

$$c) 4\sin 3x \sin 2x \cos x \quad d) 4\sin \frac{13x}{2} \cos x \cos \frac{x}{2}$$

$$e) \sin(x+30^\circ)\cos(x-30^\circ) \quad f) \sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5}$$

$$g) 2\sin x \sin 2x \sin 3x \quad h) 8\cos x \sin 2x \sin 3x$$

$$i) \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cos 2x \quad k) 4\cos(a-b)\cos(b-c)\cos(c-a)$$

Dạng 4. Biến đổi tổng thành tích**Câu 21. (SGK-KNTT-11-Tập 1)** Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức

$$B = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9}.$$

Câu 22. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Khi nhấn một phím trên điện thoại cảm ứng, bàn phím sẽ tạo ra hai âm thuần, kết hợp với nhau để tạo ra âm thanh nhận dạng duy nhất phím. Hình cho thấy tần số thấp f_1 và tần số cao f_2 liên quan đến mỗi phím. Nhấn một phím sẽ tạo ra sóng âm $y = \sin(2\pi f_1 t) + \sin(2\pi f_2 t)$, ở đó t là biến thời gian (tính bằng giây).

		Tần số cao		
		1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz
		↓	↓	↓
	697 Hz →	1	2	3
	770 Hz →	4	5	6
Tần số thấp	852 Hz →	7	8	9
	941 Hz →	*	0	#

a) Tìm hàm số mô hình hoá âm thanh được tạo ra khi nhấn phím 4.

b) Biến đổi công thức vừa tìm được ở câu a về dạng tích của một hàm số sin và một hàm số cosin.

Câu 23. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động.

Xét hai dao động điều hoà có phương trình:

$$x_1(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) (cm),$$

$$x_2(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) (cm).$$

Tìm dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

Câu 24. Biến đổi thành tích

a, $A = 2 \sin 4x + \sqrt{2}$

b, $B = 3 - 4 \cos^2 x$

c, $D = \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x$

d, $E = 3 + 4 \cos 4x + \cos 8x$

e, $F = \sin 5x + \sin 6x + \sin 7x + \sin 8x$

f, $G = 1 + \sin 2x - \cos 2x - \tan 2x$

g, $H = \sin^2(x + 90^\circ) - 3 \cos^2(x - 90^\circ)$

h, $L = 1 + \sin x + \cos x$

Câu 25. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{\pi}{30} \sin \frac{7\pi}{30} \sin \frac{13\pi}{30} \sin \frac{19\pi}{30} \sin \frac{25\pi}{30}$

b) $B = 16 \cdot \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ$

c) $C = \cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ$

d) $D = \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$

e) $E = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7}$

f) $F = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9} + \cos \frac{7\pi}{9}$

g) $G = \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$

h) $H = \cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$

Câu 26. Tính các tổng sau

a. $S_1 = \cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \dots + \cos (2n - 1)\alpha \quad (\alpha \neq k\pi)$

b. $S_2 = \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{3\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n - 1)\pi}{n}$

c. $S_3 = \cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{3\pi}{n} + \cos \frac{5\pi}{n} + \dots + \cos \frac{(2n - 1)\pi}{n}$

d. $S_4 = \frac{1}{\cos a \cdot \cos 2a} + \frac{1}{\cos 2a \cdot \cos 3a} + \dots + \frac{1}{\cos 4a \cdot \cos 5a}$, với $a = \frac{\pi}{5}$.

e. $S_5 = \left(1 + \frac{1}{\cos x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 2x}\right) \left(1 + \frac{1}{\cos 4x}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{\cos 2^{n-1}x}\right)$

Câu 27. Tính $\sin^2 2x$, biết: $\frac{1}{\tan^2 x} + \frac{1}{\cot^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$

Câu 28. Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\cos 7x - \cos 8x - \cos 9x + \cos 10x}{\sin 7x - \sin 8x - \sin 9x + \sin 10x}$$

a/

$$b / B = \frac{\sin 2x + 2\sin 3x + \sin 4x}{\sin 3x + 2\sin 4x + \sin 5x}$$

$$c / C = \frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{\cos x + 2\cos^2 x - 1}$$

$$d / D = \frac{\sin 4x + \sin 5x + \sin 6x}{\cos 4x + \cos 5x + \cos 6x}$$

Câu 29. Chứng minh các đẳng thức lượng giác:

a. $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ = 4$

b. $\tan 20^\circ - \tan 40^\circ + \tan 80^\circ = 3\sqrt{3}$

c. $\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 60^\circ + \tan 70^\circ = 2\sqrt{3}$

d. $\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 20^\circ$

e. $\tan^6 20^\circ - 33\tan^4 20^\circ + 27\tan^2 20^\circ - 3 = 0$

Câu 30. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\cot x - \tan x - 2\tan 2x = 4\cot 4x$. b) $\frac{1 - 2\sin^2 2x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}$

c) $\frac{1}{\cos^6 x} - \tan^6 x = \frac{3\tan^2 x}{\cos^2 x} + 1$. d) $\tan 4x - \frac{1}{\cos 4x} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}$

e) $\tan 6x - \tan 4x - \tan 2x = \tan 2x \cdot \tan 4x \cdot \tan 6x$

f) $\frac{\sin 7x}{\sin x} = 1 + 2\cos 2x + 2\cos 4x + 2\cos 6x$

g) $\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos 4x$

Câu 31. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\cot x - \tan x - 2\tan 2x = 4\cot 4x$. b) $\frac{1 - 2\sin^2 2x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 + \tan 2x}{1 - \tan 2x}$

c) $\frac{1}{\cos^6 x} - \tan^6 x = \frac{3\tan^2 x}{\cos^2 x} + 1$. d) $\tan 4x - \frac{1}{\cos 4x} = \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}$

e) $\tan 6x - \tan 4x - \tan 2x = \tan 2x \cdot \tan 4x \cdot \tan 6x$

f) $\frac{\sin 7x}{\sin x} = 1 + 2\cos 2x + 2\cos 4x + 2\cos 6x$

g) $\cos 5x \cdot \cos 3x + \sin 7x \cdot \sin x = \cos 2x \cdot \cos 4x$

h) Cho $\sin(2a + b) = 5\sin b$. Chứng minh: $\frac{2\tan(a + b)}{\tan a} = 3$

i) Cho $\tan(a + b) = 3\tan a$. Chứng minh: $\sin(2a + 2b) + \sin 2a = 2\sin 2b$

Dạng 5. Bài toán tam giác

Qui ước: Cho tam giác ABC gọi a, b, c là ba cạnh đối diện của ba góc A, B, C ; h_a, h_b, h_c là ba đường cao; m_a, m_b, m_c là ba đường trung tuyến; l_A, l_B, l_C là ba đường phân giác; r là bán kính đường tròn nội tiếp; R là bán kính đường tròn ngoại tiếp và $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.

Điều kiện A, B, C là ba góc của một tam giác là $\begin{cases} A, B, C \\ A+B+C = \pi \end{cases}$ nên suy ra

$$A+B = \pi - C, \quad \frac{A+B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \dots$$

Định lý hàm số cosin $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Suy ra $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$, $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

Định lý hàm số sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ suy ra $a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$

Công thức tính diện tích $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Công thức phân giác $l_A = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c}, \dots$

Công thức trung tuyến $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}, \dots$

Câu 32. (SGK-KNTT-11-Tập 1) Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 75^\circ; \hat{C} = 45^\circ$ và $a = BC = 12 \text{ cm}$.

a) Sử dụng công thức $S = \frac{1}{2} ab \sin C$ và định lý sin, hãy chứng minh diện tích của tam giác

ABC cho bởi công thức $S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$.

b) Sử dụng kết quả ở câu a và công thức biến đổi tích thành tổng, hãy tính diện tích S của tam giác ABC .

Câu 33. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

a) $\sin C = \sin A \cos B + \sin B \cos A$

b) $\frac{\sin C}{\cos A \cos B} = \tan A + \tan B (A, B \neq 90^\circ)$

c) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C (A, B, C \neq 90^\circ)$

d) $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$

e) $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$

f) $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}$

g) $\cot B + \frac{\cos C}{\sin B \cos A} = \cot C + \frac{\cos B}{\sin C \cos A} (A \neq 90^\circ)$

h) $\cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} + \cos \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

$$i) \sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}.$$

Câu 34. Cho tam giác ABC chứng minh:

- a) $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$
 b) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$
 c) $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$
 d) $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cos B \cos C)$
 e) $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cos B \cos C$
 f) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$

Câu 35. Tìm các góc của tam giác ABC , biết:

- a) $B - C = \frac{\pi}{3}, \sin B \sin C = \frac{1}{2}$
 b) $B + C = \frac{2\pi}{3}, \sin B \cos C = \frac{1 + \sqrt{3}}{4}$

Câu 36. Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có

- a) $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$;
 b) $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2(1 + \cos A \cos B \cos C)$

Câu 37. Chứng minh trong mọi tam giác ABC không vuông ta đều có

- a) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C$;
 b) $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A = 1$

Câu 38. Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có

- a) $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1$
 b) $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cot \frac{B}{2} \cot \frac{C}{2}$

Câu 39. Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có

- a) $\sin A + \sin B \leq 2 \cos \frac{C}{2}$;
 b) $\cos A + \cos B \leq 2 \sin \frac{C}{2}$

Câu 40. Chứng minh trong mọi tam giác ABC nhọn ta đều có

- a) $\cot A + \cot B \geq 2 \tan \frac{C}{2}$;
 b) $\sin A \sin B \geq \cos C$

Câu 41. Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có

- a) $\tan A \tan B \tan C \geq 3\sqrt{3}$ với ABC là tam giác nhọn;
 b) $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$

Câu 42. Tam giác ABC là tam giác gì nếu

- a) $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$

$$b) 3(\cos B + \sin A) + 4(\sin B + \cos A) = 10$$

Câu 43. Tam giác ABC là tam giác gì nếu

$$a) a \sin(B - C) + b \sin(C - A) = 0 \quad b) \tan A + \cot A = (\sin B + \cos B)^2$$

Câu 44. Tam giác ABC là tam giác gì nếu

$$a) \begin{cases} a = 2b \cos C & (1) \\ \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 & (2) \end{cases} \quad b) \begin{cases} \cos B \cos C = \frac{1}{4} & (1) \\ \frac{a^3 - b^3 - c^3}{a - b - c} = a^2 & (2) \end{cases}$$

Câu 45. Tam giác ABC là tam giác gì nếu

$$a) \frac{b}{\cos B} + \frac{c}{\cos C} = \frac{a}{\sin B \sin C} \quad b) \frac{\sin A + \cos B}{\sin B + \cos A} = \tan A$$

Câu 46. Chứng minh với mọi tam giác ABC , ta có

$$a) 1 + \frac{r}{R} = \cos A + \cos B + \cos C \quad b) a \cot A + b \cot B + c \cot C = 2(R + r)$$

Câu 47. Chứng minh với mọi tam giác ABC , ta có

$$a) \frac{\cos \frac{A}{2}}{\ell_A} + \frac{\cos \frac{B}{2}}{\ell_B} + \frac{\cos \frac{C}{2}}{\ell_C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c};$$

$$b) bc \cos^2 \frac{A}{2} + ca \cos^2 \frac{B}{2} + ab \cos^2 \frac{C}{2} = p$$

Dạng 6. Bài toán min-max

- Sử dụng phương pháp chứng minh đại số quen biết.

- Sử dụng các tính chất về dấu của giá trị lượng giác một góc.

- Sử dụng kết quả $|\sin \alpha| \leq 1, |\cos \alpha| \leq 1$ với mọi số thực α

Câu 48. Chứng minh rằng với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì

$$a) 2 \cot^2 \alpha \geq 1 + \cos 2\alpha \quad b) \cot \alpha \geq 1 + \cot 2\alpha$$

Câu 49. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng $\left(\sin \alpha + \frac{1}{2 \cos \alpha} \right) \left(\cos \alpha + \frac{1}{2 \sin \alpha} \right) \geq 2$

Câu 50. Chứng minh rằng với $0 \leq \alpha \leq \pi$ thì

$$(2 \cos 2\alpha - 1)^2 - 4 \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) > (\sqrt{2 \sin \alpha} - 2)(3 - 2 \cos 2\alpha)$$

Câu 51. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức sau:

$$a) A = \sin x + \cos x \quad b) B = \sin^4 x + \cos^4 x$$

Câu 52. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức $A = 2 - 2 \sin x - \cos 2x$

Câu 53. Cho $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Chứng minh rằng $\tan x + \cot x \geq 2$

Câu 54. Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của biểu thức $B = \cos 2x + \sqrt{1 + 2 \sin^2 x}$

Câu 55. Chứng minh rằng $\cos x (\sin x + \sqrt{\sin^2 x + 2}) \leq \sqrt{3}$

Câu 56. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2 \sin x + \sin 2x$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)**1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá**

Câu 1. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\cos(a - b) = \cos a \cdot \sin b + \sin a \cdot \sin b$

B. $\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

C. $\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$

D. $\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

Câu 2. Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\tan(a - b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

B. $\tan(a - b) = \tan a - \tan b$

C. $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

D. $\tan(a + b) = \tan a + \tan b$

Câu 3. Biểu thức $\sin x \cos y - \cos x \sin y$ bằng

A. $\cos(x - y)$

B. $\cos(x + y)$

C. $\sin(x - y)$

D. $\sin(y - x)$

Câu 4. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. $\cos(a + b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

B. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

B. $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

D. $2 \cos a \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b)$

Câu 6. Biểu thức $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)}$ bằng biểu thức nào sau đây? (Giả sử biểu thức có nghĩa)

A. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a + \sin b}{\sin a - \sin b}$

B. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b}$

C. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\tan a + \tan b}{\tan a - \tan b}$

D. $\frac{\sin(a+b)}{\sin(a-b)} = \frac{\cot a + \cot b}{\cot a - \cot b}$

Câu 7. Rút gọn biểu thức: $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ)$, ta được:

A. $\sin 2a$

B. $\cos 2a$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

Câu 9. Đẳng thức nào sau đây là đúng.

A. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \alpha + \frac{1}{2}$

B. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$

C. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha - \frac{1}{2}\cos\alpha$

D. $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$

Câu 10. Cho $\tan\alpha = 2$. Tính $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-\frac{1}{3}$

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 11. Kết quả nào sau đây sai?

A. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

B. $\sin x - \cos x = -\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

C. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

D. $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

Câu 12. Đẳng thức nào **không đúng** với mọi x ?

A. $\cos^2 3x = \frac{1 + \cos 6x}{2}$

B. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

C. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$

D. $\sin^2 2x = \frac{1 + \cos 4x}{2}$

Câu 13. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cot 2x = \frac{\cot^2 x - 1}{2\cot x}$

B. $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$

C. $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

D. $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

Câu 14. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

D. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

Câu 15. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

B. $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a$

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a + 1$

D. $\cos 2a = 2\sin^2 a - 1$

Câu 16. Cho góc lượng giác a . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$

B. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

C. $\cos 2a = 1 - 2\cos^2 a$

D. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

Câu 17. Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$

B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$

D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

Câu 18. Chọn đáp án đúng.

A. $\sin 2x = 2\sin x \cos x$

B. $\sin 2x = \sin x \cos x$

C. $\sin 2x = 2\cos x$

D. $\sin 2x = 2\sin x$

Câu 19. Cho $\cos x = \frac{4}{5}$, $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. Giá trị của $\sin 2x$ là

A. $\frac{24}{25}$.

B. $-\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 20. Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 21. Biết rằng $\sin^6 x + \cos^6 x = a + b \sin^2 2x$, với a, b là các số thực. Tính $T = 3a + 4b$.

A. $T = -7$.

B. $T = 1$.

C. $T = 0$.

D. $T = 7$.

Câu 22. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$.

B. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) - \cos(a + b)]$.

C. $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)]$.

D. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a - b) + \sin(a + b)]$.

Câu 23. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

B. $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$.

C. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$.

D. $\cos a + \cos b = 2 \cos(a + b) \cos(a - b)$.

Câu 24. Công thức nào sau đây là sai?

A. $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

B. $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

C. $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

D. $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Câu 25. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin 3x + \cos 2x - \sin x}{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}$ ($\sin 2x \neq 0; 2 \sin x + 1 \neq 0$) ta được:

A. $A = \cot 6x$.

B. $A = \cot 3x$.

C. $A = \cot 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 26. Rút gọn biểu thức $P = \sin \left(a + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(a - \frac{\pi}{4} \right)$.

A. $-\frac{3}{2} \cos 2a$.

B. $\frac{1}{2} \cos 2a$.

C. $-\frac{2}{3} \cos 2a$.

D. $-\frac{1}{2} \cos 2a$.

Câu 27. Biến đổi biểu thức $\sin \alpha - 1$ thành tích.

A. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$.

B. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$.

C. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$.

D. $\sin \alpha - 1 = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

Câu 28. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\cos a + 2 \cos 3a + \cos 5a}{\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a}$.

A. $P = \tan a$. B. $P = \cot a$. C. $P = \cot 3a$. D. $P = \tan 3a$.

Câu 29. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = -\sqrt{3}$.

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 30. Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ khi đó $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng.

A. $\frac{2}{7}$. B. $-\frac{1}{7}$.
C. $-\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 31. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Giá trị của $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ bằng

A. $\frac{2 - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$. B. $\sqrt{6} - 3$. C. $\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{2}$. D. $\sqrt{6} - \frac{1}{2}$.

Câu 32. Cho hai góc α, β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{3}{5}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Tính giá trị đúng của $\cos(\alpha - \beta)$.

A. $\frac{16}{65}$. B. $-\frac{18}{65}$. C. $\frac{18}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 33. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{21\pi}{4}\right)$?

A. $\frac{\sqrt{2}}{10}$. B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$. D. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Câu 34. Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin 307^\circ \cdot \sin 113^\circ$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cdot \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cdot \cos 86^\circ$, ta được:

A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Câu 36. Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 37. Cho x, y là các góc nhọn, $\cot x = \frac{3}{4}$, $\cot y = \frac{1}{7}$. Tổng $x + y$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. π .

Câu 38. Biểu thức $A = \cos^2 x + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - x \right)$ không phụ thuộc x và bằng:

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 39. Biết $\sin \beta = \frac{4}{5}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ và $\alpha \neq k\pi$. Giá trị của biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3} \sin(\alpha + \beta) - \frac{4 \cos(\alpha + \beta)}{\sqrt{3}}}{\sin \alpha}$ không phụ thuộc vào α và bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 40. Nếu $\tan \frac{\beta}{2} = 4 \tan \frac{\alpha}{2}$ thì $\tan \frac{\beta - \alpha}{2}$ bằng:

A. $\frac{3 \sin \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. B. $\frac{3 \sin \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$. C. $\frac{3 \cos \alpha}{5 - 3 \cos \alpha}$. D. $\frac{3 \cos \alpha}{5 + 3 \cos \alpha}$.

Câu 41. Cho $\cos a = \frac{3}{4}$; $\sin a > 0$; $\sin b = \frac{3}{5}$; $\cos b < 0$. Giá trị của $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$. B. $-\frac{3}{5} \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$. C. $\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$. D. $-\frac{3}{5} \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{4} \right)$.

Câu 42. Biết $\cos \left(a - \frac{b}{2} \right) = \frac{1}{2}$ và $\sin \left(a - \frac{b}{2} \right) > 0$; $\sin \left(\frac{a}{2} - b \right) = \frac{3}{5}$ và $\cos \left(\frac{a}{2} - b \right) > 0$. Giá trị $\cos(a + b)$ bằng:

A. $\frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$. B. $\frac{7 - 24\sqrt{3}}{50}$. C. $\frac{22\sqrt{3} - 7}{50}$. D. $\frac{7 - 22\sqrt{3}}{50}$.

Câu 43. Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2 \cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 44. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$; $\cos a < 0$; $\cos b = \frac{3}{4}$; $\sin b > 0$. Giá trị $\sin(a - b)$ bằng:

A. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$. B. $-\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$. C. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} + \frac{9}{4} \right)$. D. $\frac{1}{5} \left(\sqrt{7} - \frac{9}{4} \right)$.

Câu 45. Biết $\alpha + \beta + \gamma = \frac{\pi}{2}$ và $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tích số $\cot \alpha \cdot \cot \gamma$ bằng:

A. 2. B. -2. C. 3. D. -3.

Câu 46. Cho $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

A. $A = \frac{4}{3}$. B. $A = \frac{2}{3}$. C. $A = \frac{8}{3}$. D. $A = \frac{16}{3}$.

- Câu 47.** Cho a, b là hai góc nhọn. Biết $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $\cos(a+b)\cos(a-b)$ bằng
- A. $-\frac{119}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{113}{144}$. D. $-\frac{117}{144}$.
- Câu 48.** Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính $(\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha)\cos \alpha$
- A. $\frac{25}{128}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{255}{128}$. D. $\frac{225}{128}$.
- Câu 49.** Cho $\cot a = 15$, giá trị $\sin 2a$ có thể nhận giá trị nào dưới đây:
- A. $\frac{11}{113}$. B. $\frac{13}{113}$. C. $\frac{15}{113}$. D. $\frac{17}{113}$.
- Câu 50.** Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.
- Câu 51.** Giá trị đúng của $\tan \frac{\pi}{24} + \tan \frac{7\pi}{24}$ bằng:
- A. $2(\sqrt{6} - \sqrt{3})$. B. $2(\sqrt{6} + \sqrt{3})$. C. $2(\sqrt{3} - \sqrt{2})$. D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{2})$.
- Câu 52.** Biểu thức $A = \frac{1}{2\sin 10^\circ} - 2\sin 70^\circ$ có giá trị đúng bằng:
- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.
- Câu 53.** Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng:
- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 54.** Tích số $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ bằng:
- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.
- Câu 55.** Giá trị đúng của biểu thức $A = \frac{\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ}{\cos 20^\circ}$ bằng:
- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.
- Câu 56.** Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}, \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:
- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.
- Câu 57.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A. $A = \tan 6x$. B. $A = \tan 3x$.
 C. $A = \tan 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 58. Biến đổi biểu thức $\sin a + 1$ thành tích.

- A. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$. B. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(\frac{a}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{a}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.
 C. $\sin a + 1 = 2 \sin \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$. D. $\sin a + 1 = 2 \cos \left(a + \frac{\pi}{2} \right) \sin \left(a - \frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 59. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \tan \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$.

- A. $A = \frac{1}{3}$. B. $A = -\frac{1}{3}$. C. $A = 3$. D. $A = -3$.

Câu 60. Cho $\cos x = \frac{1}{3} \left(-\frac{\pi}{2} < x < 0 \right)$. Giá trị của $\tan 2x$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$. C. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 61. Cho $\cos x = 0$. Tính $A = \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 62. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{19}{13}$. B. $P = \frac{25}{13}$. C. $P = -\frac{25}{13}$. D. $P = -\frac{19}{13}$.

Câu 63. Cho $\sin \alpha \cdot \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ với $\alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$, $(k, l \in \mathbb{Z})$. Ta có

- A. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \alpha$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \cot \beta$.
 C. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Câu 64. Biết rằng $\frac{1}{\cos^2 x - \sin^2 x} + \frac{2 \cdot \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cos(ax)}{b - \sin(ax)}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. $P = 4$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Câu 65. Cho $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \alpha \cdot \cos 3\alpha$.

- A. $P = \frac{7}{18}$. B. $P = \frac{7}{9}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 66. Cho $\tan x = 2 \left(\pi < x < \frac{3\pi}{2} \right)$. Giá trị của $\sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ là

A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. B. $-\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. C. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$. D. $\frac{-2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

Câu 67. Tổng $A = \tan 9^\circ + \cot 9^\circ + \tan 15^\circ + \cot 15^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ$ bằng:
A. 4. B. -4. C. 8. D. -8.

Câu 68. Cho hai góc nhọn a và b với $\sin a = \frac{1}{3}$, $\sin b = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\sin 2(a+b)$ là:
A. $\frac{2\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. B. $\frac{3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. C. $\frac{4\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{5\sqrt{2} + 7\sqrt{3}}{18}$.

Câu 69. Biểu thức $A = \frac{2\cos^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}{2\sin^2 2\alpha + \sqrt{3}\sin 4\alpha - 1}$ có kết quả rút gọn là:
A. $\frac{\cos(4\alpha + 30^\circ)}{\cos(4\alpha - 30^\circ)}$. B. $\frac{\cos(4\alpha - 30^\circ)}{\cos(4\alpha + 30^\circ)}$. C. $\frac{\sin(4\alpha + 30^\circ)}{\sin(4\alpha - 30^\circ)}$. D. $\frac{\sin(4\alpha - 30^\circ)}{\sin(4\alpha + 30^\circ)}$.

Câu 70. Kết quả nào sau đây SAI?
A. $\sin 33^\circ + \cos 60^\circ = \cos 3^\circ$. B. $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ} = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 81^\circ}$.
C. $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ = 1 + \sqrt{2}\sin 65^\circ$. D. $\frac{1}{\cos 290^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3}\sin 250^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 71. Nếu $5\sin \alpha = 3\sin(\alpha + 2\beta)$ thì:
A. $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan \beta$. B. $\tan(\alpha + \beta) = 3\tan \beta$.
C. $\tan(\alpha + \beta) = 4\tan \beta$. D. $\tan(\alpha + \beta) = 5\tan \beta$.

Câu 72. Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng:
A. $A = 2\cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$. B. $A = 2\sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.
C. $A = 2\cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$. D. $A = 2\sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b)$.

Câu 73. Xác định hệ thức SAI trong các hệ thức sau:
A. $\cos 40^\circ + \tan \alpha \cdot \sin 40^\circ = \frac{\cos(40^\circ - \alpha)}{\cos \alpha}$.
B. $\sin 15^\circ + \tan 30^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\cos^2 x - 2\cos a \cdot \cos x \cdot \cos(a+x) + \cos^2(a+x) = \sin^2 a$.
D. $\sin^2 x + 2\sin(a-x) \cdot \sin x \cdot \cos a + \sin^2(a-x) = \cos^2 a$.

Câu 74. Giá trị nhỏ nhất của $\sin^6 x + \cos^6 x$ là
A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 75. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng:
A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 76. Cho $M = 3\sin x + 4\cos x$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $-5 \leq M \leq 5$. B. $M > 5$. C. $M \geq 5$. D. $M \leq 5$.

Câu 77. Giá trị lớn nhất của $M = \sin^6 x - \cos^6 x$ bằng:

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 78. Cho biểu thức $M = \frac{1 + \tan x^3}{(1 + \tan x)^3}$, $\left(x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right)$, mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **đúng**?

- A. $M \leq 1$. B. $M \geq \frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4} \leq M \leq 1$. D. $M < 1$.

Câu 79. Cho $M = 6\cos^2 x + 5\sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

- A. 11. B. 1. C. 5. D. 6.

Câu 80. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7\cos^2 x - 2\sin^2 x$ là

- A. -2. B. 5. C. 7. D. 16.

Câu 81. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì.

- A. $\sin 2A + \sin 2B > 2\sin C$. B. $\sin 2A + \sin 2B \leq 2\sin C$.
C. $\sin 2A + \sin 2B \geq 2\sin C$. D. $\sin 2A + \sin 2B = 2\sin C$.

Câu 82. Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

- A. Tam giác đó vuông. B. Tam giác đó đều.
C. Tam giác đó cân. D. Không có gì đặc biệt.

Câu 83. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cot B + \cot B \cot C + \cot C \cot A$ bằng :

- A. $(\cot A \cot B \cot C)^2$. B. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên.
C. 1. D. -1.

Câu 84. Cho A, B, C là ba góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$; $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 85. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

- A. $\cot \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cot \frac{C}{2}$. B. $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}$.
C. $\cos \left(\frac{A+B}{2} \right) = -\cos \frac{C}{2}$. D. $\tan \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cot \frac{C}{2}$.

Câu 86. A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy tìm hệ thức **sai**:

- A. $\sin A = -\sin(2A + B + C)$. B. $\sin A = -\cos \frac{3A + B + C}{2}$.
C. $\sin A = \cos \frac{3A + B + C}{2}$. D. $\sin A = \sin(2A + B + C)$.

C. $\cos C = \sin \frac{A+B+3C}{2}$

D. $\sin C = \sin(A+B+2C)$

Câu 87. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ B. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$

C. $\tan A + \tan B + \tan C = -\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$ D. $\tan A + \tan B + \tan C = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2}$

Câu 88. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

A. $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \cos \frac{C}{2}$ B. $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = -\cos \frac{C}{2}$

C. $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = \sin \frac{C}{2}$ D. $\sin \left(\frac{A+B}{2} \right) = -\sin \frac{C}{2}$

Câu 89. Nếu $a=2b$ và $a+b+c=\pi$. Hãy chọn kết quả **đúng**.

A. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin 2a$

B. $\sin b(\sin b + \sin c) = \sin^2 a$

C. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos^2 a$

D. $\sin b(\sin b + \sin c) = \cos 2a$

Câu 90. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC thì:

A. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ B.

$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

C. $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = -4 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

D.

$\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$

Câu 91. A, B, C , là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ hệ thức **sai**:

A. $\cot \left(\frac{4A+B+C}{2} \right) = -\tan \frac{3A}{2}$

B. $\cos \left(\frac{A-2B+C}{2} \right) = -\sin B$

C. $\sin \left(\frac{A+B-3C}{2} \right) = \cos 2C$

D. $\tan \left(\frac{A+B+6C}{2} \right) = -\cot \frac{5C}{2}$

Câu 92. Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC khi đó.

A. $\cos C = \cos(A+B)$ B. $\tan C = \tan(A+B)$

C. $\cot C = -\cot(A+B)$ D. $\sin C = -\sin(A+B)$

Câu 93. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không là tam giác vuông) thì $\cot A \cdot \cot B + \cot B \cdot \cot C + \cot C \cdot \cot A$ bằng

A. Một kết quả khác các kết quả đã nêu trên. B. 1.

C. -1. D. $(\cot A \cdot \cot B \cdot \cot C)^2$

Câu 94. Cho A, B, C là các góc của tam giác ABC (không phải tam giác vuông) thì:

A. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$. B.

$\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = - \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$.

C. $\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$. D.

$\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = - \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$.

Câu 95. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau.

A. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

B. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

C. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

D. $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$.

Câu 96. Hãy chỉ ra công thức sai, nếu A, B, C là ba góc của một tam giác.

A. $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}$.

B. $\cos B \cdot \cos C - \sin B \cdot \sin C + \cos A = 0$.

C. $\sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2}$.

D.

$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C = 1$.

Câu 97. Cho tam giác ABC có $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A .

B. Tam giác ABC cân tại A .

C. Tam giác ABC đều. D. Tam giác ABC là tam giác tù.

Câu 98. Cho bất đẳng thức $\cos 2A + \frac{1}{64 \cos^4 A} - (2 \cos 2B + 4 \sin B) + \frac{13}{4} \leq 0$ với A, B, C là ba góc của tam giác ABC . Khẳng định đúng là:

A. $B + C = 120^\circ$.

B. $B + C = 130^\circ$.

C. $A + B = 120^\circ$.

D. $A + C = 140^\circ$.

Câu 99. Cho A, B, C là các góc nhọn và $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{5}$, $\tan C = \frac{1}{8}$. Tổng $A + B + C$ bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{5}$.

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 100. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A. $\sin \frac{A+B+3C}{2} = \cos C$.

B. $\cos(A+B-C) = -\cos 2C$.

C. $\tan \frac{A+B-2C}{2} = \cot \frac{3C}{2}$.

D. $\cot \frac{A+B+2C}{2} = \tan \frac{C}{2}$.

Câu 101. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức SAI.

A. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$.

B. $\cos(A+B+2C) = -\cos C$.

C. $\sin(A+C) = -\sin B$.

D. $\cos(A+B) = -\cos C$.

Câu 102. Cho A, B, C là ba góc của một tam giác không vuông. Hệ thức nào sau đây SAI?

- A.** $\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$
- B.** $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A. \tan B. \tan C.$
- C.** $\cot A + \cot B + \cot C = \cot A. \cot B. \cot C.$
- D.** $\tan \frac{A}{2}. \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2}. \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2}. \tan \frac{A}{2} = 1.$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>