



Chương

Bài 2.

GIỚI HẠN HÀM SỐ



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

- » Câu 1. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$
 A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

👉 Lời giải

Chọn B

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{3-3}{3+3} = 0$.

- » Câu 2. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ bằng?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

👉 Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1} = \frac{1^2 - 2 \cdot 1 + 3}{1+1} = 1$.

- » Câu 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x-1}$.
 A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2019.

👉 Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2020}{2x-1} = \frac{1^3 - 2 \cdot 1^2 + 2020}{2 \cdot 1 - 1} = 2019$.

- » Câu 4. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4}$.
 A. $-\frac{1}{6}$. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.

👉 Lời giải

Chọn A

Ta có: Với $x = -2$; $x^2 + x + 4 \neq 0$

$A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4} = \frac{(-2)+1}{(-2)^2+(-2)+4} = -\frac{1}{6}$

Nên

- » Câu 5. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$.
 A. 5. B. 6. C. 11. D. 9.



🔍 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1] = 9$.

» **Câu 6.** Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{p}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{2}{p}$. C. $\frac{p}{2}$. D. 1.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Vì $\sin \frac{p}{2} = 1$ nên $\lim_{x \rightarrow \frac{p}{2}} \frac{\sin x}{x} = \frac{2}{p}$.

» **Câu 7.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ do $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$ và $x > 0$. Vậy đáp án A đúng.
Suy ra đáp án B sai.

» **Câu 8.** Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Để thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3$ (loại).

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x+4) = -2$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0$; $x-2 > 0, \forall x > 2$ nên $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2} = -\infty$.

» **Câu 9.** Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x}$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 2x + 3)$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$. D.

$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2x-1}{4-x}$.

🔍 **Lời giải**

Chọn A

Xét $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 4^-} (2x-1) = 7 > 0$, $\lim_{x \rightarrow 4^-} (4-x) = 0$ và $4-x > 0$ với mọi $x < 4$

Do đó $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x-1}{4-x} = +\infty$.



» Câu 10. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1} - x}{x-1}$ bằng?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1} - x}{x-1} = \frac{\sqrt{4+1} - (-1)}{-1-1} = -\frac{3}{2}$.

» Câu 11. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 1. D. 0

👉 **Lời giải**

Chọn A

Đặt $f(x) = x+1$; $g(x) = x-1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0$; $g(x) > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$.

» Câu 12. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2x}{x-1}$.

- A. $-\infty$. B. -2. C. 0. D. $+\infty$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (1-2x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$ và $x-1 > 0, \forall x > 1$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2x}{x-1} = -\infty$.

» Câu 13. Tính giới hạn bên phải của hàm số $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$ khi $x \rightarrow 2$.

- A. $-\infty$. B. 3. C. $\frac{7}{2}$. D. $-\infty$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x-7) = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-7}{x-2} = -\infty$$

$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow x-2 > 0$

» Câu 14. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4 > 0$.



$$+ \lim_{x \rightarrow -1} (x+1)^4 = 0 \text{ và với } \forall x \neq -1 \text{ thì } (x+1)^4 > 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4} = +\infty$$

Suy ra

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$$

» Câu 15. Tính giới hạn

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 2.

D. 0.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

» Câu 16. Giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x}$$

bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. 0.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 + 0 = 0.$$

» Câu 17. Tính

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}.$$

A. $-\frac{2}{5}$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $-\infty$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{2}{5}.$$

» Câu 18. Tính

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

bằng:

A. 3.

B. 6.

C. $+\infty$.

D. -3.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có:
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6.$$

» Câu 19. Tính

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}.$$

A. $L = -5$.

B. $L = 0$.

C. $L = -3$.

D. $L = 5$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có:
$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+4) = 5.$$



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4}, & x < -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$$

- » **Câu 20.** Gọi a, b là các giá trị để hàm số x dần tới -2 . Tính $3a - b$? có giới hạn hữu hạn khi
- A.** 8. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 12.

🔑 **Lời giải**

Chọn D

Do hàm số $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 nên $x = -2$ là nghiệm của phương trình $x^2 + ax + b = 0$, do đó ta $4 - 2a + b = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - 2 + a}{x - 2}, & x < -2 \\ x + 1, & x \geq -2 \end{cases}$$

Ta viết lại hàm số
Một khác hàm số tồn tại giới hạn

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{-2 - 2 + a}{-2 - 2} = -1 \Leftrightarrow a = 8 \Rightarrow b = 12$$

Do đó $3a - b = 12$.

- » **Câu 21.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x)$?
- A.** $+\infty$. **B.** -1 . **C.** $-\infty$. **D.** 0 .

🔑 **Lời giải**

Chọn A

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 \left(2 + \frac{1}{x} \right)} + x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{2 + \frac{1}{x}} + x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \left(-\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + 1 \right) \right].$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ và $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{2 + \frac{1}{x}} + 1 \right) = 1 - \sqrt{2} < 0$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 + x} + x) = +\infty$.

- » **Câu 22.** Cho hàm số $f(x) = \frac{(4x+1)^3 (2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- A.** 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

🔑 **Lời giải**

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(4x+1)^3 (2x+1)^4}{(3+2x)^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(4 + \frac{1}{x} \right)^3 \left(2 + \frac{1}{x} \right)^4}{\left(\frac{3}{x} + 2 \right)^7} = 2^3 = 8$$

- » **Câu 23.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = -4$.
- A.** $m = -4$. **B.** $m = -8$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -3$.



🔍 **Lời giải**

Chọn B

$$-4 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m - \frac{7}{x} + \frac{5}{x^2}}{2 + \frac{8}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -8$$

» **Câu 24.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 3x + 5}}{2x - 7} = 2$. Khi đó

- A.** $-1 \leq a \leq 2$. **B.** $a < -1$. **C.** $a \geq 5$. **D.** $2 < a < 5$.

🔍 **Lời giải**

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax + \sqrt{x^2 - 3x + 5}}{2x - 7} = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a + \sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}}{2 - \frac{7}{x}} = 2 \Leftrightarrow \frac{a+1}{2} = 2 \Leftrightarrow \frac{a+1}{2} = 3$
 $\Leftrightarrow a+1=6 \Leftrightarrow a=5$

» **Câu 25.** Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x+1} + ax + b \right) = 1$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

- A.** -2 . **B.** 0 . **C.** 1 . **D.** 2 .

🔍 **Lời giải**

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x+1} + ax + b \right) = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 + (a+b+3)x + b+1}{x+1} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x + (a+b+3) + \frac{b+1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ a+b+3=1 \\ b+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow T = a+b = -2.$$

» **Câu 26.** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a+b$.

- A.** 6 . **B.** 7 . **C.** 8 . **D.** 5 .

🔍 **Lời giải**

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x-2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases}$$

Vậy $a+b=6$

» **Câu 27.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x+3}$ bằng:



A. $-\infty$.

B. -1 .

C. $+\infty$.

D. 1 .

🔑 **Lời giải**

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x^2}}}{1 + \frac{3}{x}} = -1$$

» **Câu 28.** Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = -\frac{1}{2}$.

🔑 **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{2 + \frac{2018}{x}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

» **Câu 29.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là.

A. 4 .

B. 3 .

C. 5 .

D. 1 .

🔑 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{((2-a)x - 3)(x + \sqrt{x^2 + 1})}{(x - \sqrt{x^2 + 1})(x + \sqrt{x^2 + 1})} \right] = +\infty \Rightarrow -(2-a) \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 2$.

Với $a \geq 2 \Rightarrow a(a-2) \geq 0$ suy ra $P = a(a-2) + 4 \geq 4$.

» **Câu 30.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2}$.

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

🔑 **Lời giải**

Chọn A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + x\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3 + \frac{2}{x}} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

» **Câu 31.** Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 20$.

B. $S = 17$.

C. $S = 10$.

D. $S = 25$.

🔑 **Lời giải**



Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

Do đó $a=1$; $b=4$ suy ra $S=1^2+4^2=17$.

» **Câu 32.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2}$ bằng $\frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $a^2 - b^2$.

- A.** 4037. **B.** 4035. **C.** -4035. **D.** 4033.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x - 2}{x^{2017} + x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} - 1 + x - 1}{x^{2017} - 1 + x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{2017} + x^{2016} \dots + x + 1) + x - 1}{(x-1)(x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1) + x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} + x^{2016} \dots + x + 2}{x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 2} \\ &= \frac{1+1+\dots+1+2}{1+1+\dots+1+2} = \frac{2019}{2018} \end{aligned}$$

Vậy $a^2 - b^2 = 4037$.

» **Câu 33.** $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$ là

- A.** $+\infty$. **B.** 0. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x - 10}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2}{x - 1} = \frac{1}{2}$$

» **Câu 34.** Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A.** 5. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 4.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow S=5$$

» **Câu 35.** Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$, ($b, c \in \mathbb{I}$). Tính $P = b + c$.

- A.** $P = -13$. **B.** $P = -11$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = -12$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$ là hữu hạn nên tam thức $x^2 + bx + c$ có nghiệm $x = 3$
 $\Leftrightarrow 3b + c + 9 = 0 \Leftrightarrow c = -9 - 3b$
 Khi đó



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx - 9 - 3b}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3 + b)}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3 + b) = 8 \Leftrightarrow 6 + b = 8 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow c = -15$$

Vậy $P = b + c = -13$.

» Câu 36. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2 + 1}{3x^2 + 8x + 5}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = -\infty$.

D. $L = 0$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

$$L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{3x+5} = -\frac{3}{2}.$$

» Câu 37. Cặp (a, b) thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

A. $a = -3, b = 0$.

B. $a = 3, b = 0$.

C. $a = 0, b = -9$.

D. không tồn tại cặp (a, b) .

👉 **Lời giải**

Chọn A

Cách 1:

Để $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ thì ta phải có $x^2 + ax + b = (x - 3)(x - m)$.

Khi đó $3 - m = 3 \Leftrightarrow m = 0$. Vậy $x^2 + ax + b = (x - 3)x = x^2 - 3x$.

Suy ra $a = -3$ và $b = 0$.

Cách 2:

Ta có $\frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = x + a + 3 + \frac{3a + b + 9}{x - 3}$.

Vậy để có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ thì ta phải có $\begin{cases} 3a + b + 9 = 0 \\ a + 6 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases}$.

» Câu 38. Cho a, b là số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

A. 18.

B. 1.

C. 15.

D. 5.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$

hữu hạn nên $x = 1$ phải là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx - 5 = 0$ suy ra $a + b - 5 = 0 \Rightarrow b = 5 - a$.

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + (5 - a)x - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(a + 5)}{x - 1} = a + 5 = 7 \Rightarrow a = 2$ nên $b = 3$

Suy ra: $a^2 + b^2 + a + b = 18$.



» **Câu 39.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

- A. $\frac{83}{49}$. B. $\frac{105}{49}$. C. $\frac{15}{49}$. D. $\frac{83}{98}$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x + \cos 3x - \cos 3x \cos 5x + \cos 3x \cos 5x - \cos 3x \cos 5x \cos 7x}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x(1 - \cos 5x)}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x \cos 5x(1 - \cos 7x)}{\sin^2 7x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{3x}{2}}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{5x}{2}}{\sin^2 7x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{7x}{2}}{\sin^2 7x} \\ &= \frac{2 \left(\frac{9}{4} + \frac{25}{4} + \frac{49}{4} \right)}{49} = \frac{83}{98}. \end{aligned}$$

» **Câu 40.** Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} (a, b \in \mathbb{I})$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng?

- A. $6 + 5\sqrt{3}$. B. $\frac{45}{16}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $87 - 48\sqrt{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{(x-1)^2(x+2)} = L,$$

Ta có $\text{với } L \in \mathbb{I} \quad (*)$

$$\sqrt{a+1} - b - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{a+1} = b+2 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -2 \\ a+1 = b^2 + 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq -2 \\ a = b^2 + 4b + 3 \end{cases}$$

Khi đó

Thay $a = b^2 + 4b + 3$ vào (*):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} - bx - 2}{(x-1)^2(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1 - (bx + 2)^2}{(x-1)^2(x+2) \left[\sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} + bx + 2 \right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4b+3)x^2 - 4bx - 3}{(x-1)^2(x+2) \left[\sqrt{(b^2 + 4b + 3)x^2 + 1} + bx + 2 \right]} \end{aligned}$$



$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4b+3)x+3}{(x-1)(x+2) \left[\sqrt{(b^2+4b+3)x^2+1+bx+2} \right]} = L, L \in \mathbb{R}.$$

Khi đó: $(4b+3)+3=0 \Leftrightarrow b=-\frac{3}{2} \Rightarrow a=-\frac{3}{4}.$

Vậy $a^2+b^2=\frac{45}{16}$

» Câu 41. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-20}{x-2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6}$.

A. $T = \frac{12}{25}$. B. $T = \frac{4}{25}$. C. $T = \frac{4}{15}$. D. $T = \frac{6}{25}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Cách 1:

Chọn $f(x)=10x$, ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-20}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x-20}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10(x-2)}{x-2} = 10$.

Lúc đó $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{60x+5}-5}{(x-2)(x+3)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60x+5-5^3}{(x-2)(x+3) \left(\sqrt[3]{60x+5}^2 + 5\sqrt[3]{60x+5} + 25 \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60(x-2)}{(x-2)(x+3) \left(\sqrt[3]{60x+5}^2 + 5\sqrt[3]{60x+5} + 25 \right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{60}{(x+3) \left(\sqrt[3]{60x+5}^2 + 5\sqrt[3]{60x+5} + 25 \right)} = \frac{4}{25}$$

Cách 2:

Theo giả thiết có $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)-20) = 0$ hay $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ (*)

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5}-5}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x)+5-125}{(x^2+x-6) \left(\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right)^2 + 5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right) + 25 \right)}$$

Khi đó

$$T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6[f(x)-20]}{(x-2)(x+3) \left(\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right)^2 + 5\left(\sqrt[3]{6f(x)+5} \right) + 25 \right)}$$

$$T = \frac{10 \cdot 6}{5.75} = \frac{4}{25}.$$

» Câu 42. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2-3x+1} + x\sqrt{2}) = \frac{a}{b}\sqrt{2}$, ($a, b \in \mathbb{Q}, \frac{a}{b}$ tối giản). Tổng $a+b$ có giá trị là



A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 - 3x + 1} + x\sqrt{2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 1 - 2x^2}{\sqrt{2x^2 - 3x + 1} - x\sqrt{2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-3 + \frac{1}{x} \right)}{x \left(-\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$

Vậy $a=3$; $b=4 \Rightarrow a+b=7$.

» **Câu 43.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được

A. 3.

B. 5.

C. -1.

D. 2.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) &= 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} ((\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - ax) - b) = 0 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1 - a^2x^2}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) &= 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(4 - a^2)x^2 - 3x + 1}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - a^2 = 0 \\ a > 0 \\ \frac{-3}{2+a} - b = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy $a - 4b = 5$.

» **Câu 44.** Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2})$.

A. $I = 1/2$.

B. $I = 46/31$.

C. $I = 17/11$.

D. $I = 3/2$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 2}) \Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - x^2 + x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right) \\ \Leftrightarrow I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x - 2}{x + \sqrt{x^2 - x + 2}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}} + 1 \right) \Leftrightarrow I = \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

B. Câu hỏi - Trả lời đúng/sai

» **Câu 45.** Cho $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
--	---------	--------	-----



(a))	$L=5$ khi $a=-10$		
(b))	$L>0$ khi $a>0$		
(c))	$L<0$ khi $a>0$		
(d))	$L=-1$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$		

🔗 **Lời giải**

$$L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(a + \frac{5}{x} \right)}{|x| \sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = -\frac{a}{2}$$

(a) $L=5$ khi $a=-10$

$$\text{Khi đó } L=5 \Leftrightarrow -\frac{a}{2}=5 \Leftrightarrow a=-10$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $L>0$ khi $a>0$

$$\text{Khi đó } L>0 \Leftrightarrow -\frac{a}{2}>0 \Leftrightarrow a<0$$

» **Chọn SAI.**

(c) $L<0$ khi $a>0$

$$\text{Khi đó } L<0 \Leftrightarrow -\frac{a}{2}<0 \Leftrightarrow a>0$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $L=-1$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\text{Khi đó } L=-1 \Leftrightarrow -\frac{a}{2}=-1 \Leftrightarrow a=2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 46.** Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2023}{x+2024} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1} - x) = 2$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a))	$a>0$		
(b))	$b>0$		
(c))	$a>b$		
(d))	$P=4a+b=2$		

🔗 **Lời giải**



(a) $a > 0$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2023}{x+2024} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2023}{x} \right)}{x \left(1 + \frac{2024}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{2023}{x}}{1 + \frac{2024}{x}} = -a.$$

$$\text{Nên } -a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

» **Chọn SAI.**

(b) $b > 0$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+bx+1} - x)(\sqrt{x^2+bx+1} + x)}{\sqrt{x^2+bx+1} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(b + \frac{1}{x} \right)}{x \left(\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b + \frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}} + 1} = \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $a > b$

$$\text{Có } a = -\frac{1}{2} \text{ và } b = 4.$$

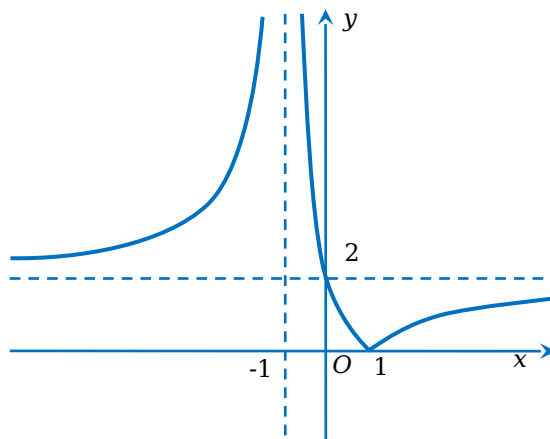
» **Chọn SAI.**

(d) $P = 4a + b = 2$.

$$\text{Vậy } P = 4 \left(-\frac{1}{2} \right) + 4 = 2.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 47.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau

	Mệnh đề	Đúng	Sai



(a))	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$		
(b))	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$		
(c))	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$		
(d))	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$		

🔑 **Lời giải**

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ đúng.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ sai

» **Chọn SAI.**

(c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ sai.

» **Chọn SAI.**

(d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

Mệnh đề $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ đúng

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 48.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a))	a là số lẻ		
(b))	$b > 0$		
(c))	$ab < 0$		
(d))	$a - 4b = 5$		

🔑 **Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} ((\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - ax) - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1 - a^2x^2}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) = 0$$



$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(4-a^2)x^2 - 3x + 1}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + ax} - b \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a^2=0 \\ a>0 \\ \frac{-3}{2+a} - b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{3}{4} \end{cases}$$

(a) a là số lẻ

» Chọn SAI.

(b) $b > 0$

» Chọn SAI.

(c) $ab < 0$

» Chọn ĐÚNG.

(d) $a - 4b = 5$

Vậy $a - 4b = 5$.

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 49. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a = 9$		
(b)	$b = 3c$		
(c)	$a = 3c$		
(d)	$P = a + b + 5c = 14$		

» Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-c^2)x^2 + bx}{\sqrt{ax^2 + bx} + cx} = -2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-c^2=0 \quad (a, c>0) \\ \frac{b}{\sqrt{a}+c} = -2 \end{cases}$$

Điều này xảy ra

Mặt khác, ta cũng có $c^2 + a = 18$.

Do đó, $\begin{cases} a=c^2=9 \\ b=-2(\sqrt{a}+c) \end{cases} \Leftrightarrow a=9, b=-12, c=3$. Vậy $P = a + b + 5c = 12$.

(a) $a = 9$

» Chọn ĐÚNG.

(b) $b = 3c$

» Chọn SAI.

(c) $a = 3c$

» Chọn ĐÚNG.

(d) $P = a + b + 5c = 14$.

» Chọn SAI.



» Câu 50. Cho a, b, c là các số thực khác 0. Biết giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + a}}{bx - 1}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$L = 3$ khi $\frac{a-1}{b} = 3$		
(b)	$L = 6$ khi $\frac{a-1}{b} = 4$		
(c)	$L = 2$ khi $a + 2b = 1$		
(d)	$L = 1$ khi $a + b = 1$		

🔑 **Lời giải**

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + a}}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x - (a)^2}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - a})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left[(1 - a^2)x - 3 \right]}{(bx - 1)(\sqrt{x^2 - 3x - a})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - a^2) - \frac{3}{x}}{\left(b - \frac{1}{x} \right) \left(-\sqrt{1 - \frac{3}{x} - a} \right)} = \frac{(1 - a^2)}{b(-1 - a)} = \frac{a-1}{b}.$$

(a) $L = 3$ khi $\frac{a-1}{b} = 3$

Ta có $L = \frac{a-1}{b}$.

Khi đó $L = 3$ thì $\frac{a-1}{b} = 3$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $L = 6$ khi $\frac{a-1}{b} = 4$

» **Chọn SAI.**

(c) $L = 2$ khi $a + 2b = 1$

Khi $L = 2$ thì $\frac{a-1}{b} = 2 \Leftrightarrow a - 1 = 2b \Leftrightarrow a - 2b = 1$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $L = 1$ khi $a + b = 1$

Khi $L = 1$ thì $\frac{a-1}{b} = 1 \Leftrightarrow a - 1 = b \Leftrightarrow a - b = 1$

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» Câu 51. Giới hạn
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^3 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-ax}{bx \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1 \right)}$$
 với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = a + b^2$



Lời giải

Trả lời: 2

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt[3]{x^3 + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x} - x) + \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{x^3 + 1})$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - x^2}{\sqrt{x^2 - x} + x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^3 - 1}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 1} + \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 - x} + x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 1} + \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2}}$$

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 - x} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + x}$$

Xét

$$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 1} + \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2}} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 1} + \sqrt[3]{(x^3 + 1)^2} \right) = +\infty$$

Xét

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt[3]{x^3 + 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{x\left(\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1\right)} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow P=2$$

Suy ra

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t \geq 0 \end{cases}$$

» **Câu 52.** Hàm Heaviside có dạng thường được dùng để mô tả việc chuyển trạng thái tắt/mở của dòng điện tại thời điểm $t=0$. Tính $\lim_{t \rightarrow 0^-} H(t) + \lim_{t \rightarrow 0^+} H(t)$.

Lời giải

Trả lời: 1

Xét dãy số (t_n) bất kì sao cho $t_n < 0$ và $t_n \rightarrow 0$, ta có $H(t_n) = 0$.

$$\lim_{t \rightarrow 0^-} H(t) = \lim_{t \rightarrow 0^-} H(t_n) = 0$$

Xét dãy số (t_n) bất kì sao cho $t_n > 0$ và $t_n \rightarrow 0$, ta có $H(t_n) = 1$.

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} H(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} H(t_n) = 1$$

» **Câu 53.** Một cái hồ chứa $600l$ nước ngọt. Người ta bơm nước biển có nồng độ muối $30g/l$ vào hồ với tốc độ $15l/phút$. Nồng độ muối của nước trong hồ sau t phút

kể từ khi bắt đầu bơm là $C(t) = \frac{30 \cdot 15t}{600 + 15t} = \frac{30t}{40 + t} (g/l)$. Khi đó nồng độ muối trong hồ sẽ bằng bao nhiêu (g/l) khi t dần về dương vô cùng?

Lời giải

Trả lời: 30

$$C(t) = \frac{30 \cdot 15t}{600 + 15t} = \frac{30t}{40 + t} (g/l)$$

Nồng độ muối của nước là:

Khi t dần về dương vô cùng, ta có:



$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{40+t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30t}{t \left(\frac{40}{t} + 1 \right)} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30}{\frac{40}{t} + 1} = 30 \text{ (g/l)}$$

» **Câu 54.** Biết rằng giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x+16} - 7}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{a}{\sqrt{x+9}+b} + \frac{c}{\sqrt{x+16}+d} \right]$ với $a; b; c; d$ là các số nguyên dương. Tính tổng các số $a; b; c; d$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 9**

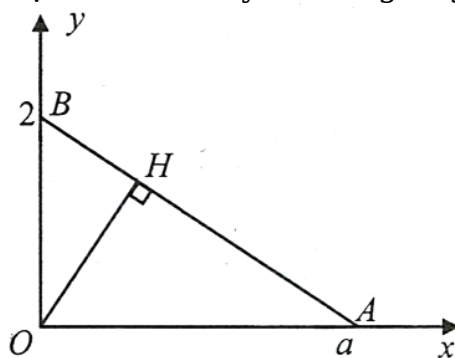
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} + \sqrt{x+16} - 7}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x+9} - 3}{x} + \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x+9-9}{x(\sqrt{x+9}+3)} + \frac{x+16-16}{x(\sqrt{x+16}+4)} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\sqrt{x+9}+3} + \frac{1}{\sqrt{x+16}+4} \right] \end{aligned}$$

$a; b; c; d$ là 9

Vậy tổng các số

» **Câu 55.** Trong hệ trục tọa độ Oxy , lấy điểm A thuộc tia Ox và điểm $B(0;2)$ thuộc tia Oy . Giả sử hoành độ điểm A là $a > 0$. Độ dài đường cao OH của tam giác

OAB được tính theo công thức $\frac{2a}{\sqrt{4+a^2}}$. Khi điểm A dịch chuyển ra vô cực theo chiều dương trục Ox thì độ dài AH thay đổi về gần giá trị bao nhiêu?



🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Đặt
$$h(a) = OH = \frac{2a}{\sqrt{4+a^2}}.$$

Khi điểm A dịch chuyển ra vô cực theo tia Ox thì $a \rightarrow +\infty$.

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} h(a) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{2a}{\sqrt{4+a^2}} = \lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{2a}{a \sqrt{\frac{4}{a^2} + 1}} = \lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{\frac{4}{a^2} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{1}} = 2$$

Ta có:

Vậy khi điểm A dần về vô cực thì độ dài OH dần về 2



» **Câu 56.** Biết rằng giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{9x-2} + 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{a}{b\sqrt{5x-1}+3} - \frac{c}{4+d\sqrt{9x-2}} \right)$ với $a; b; c; d$ là các số nguyên dương. Tính tổng các số $a; b; c; d$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 16**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{9x-2} + 1}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - 3 + 4 - \sqrt{9x-2}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{5x-1} - 3}{x-2} + \frac{4 - \sqrt{9x-2}}{x-2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{5x-1-9}{(x-2)(\sqrt{5x-1}+3)} + \frac{16-9x+2}{(x-2)(4+\sqrt{9x-2})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{5(x-2)}{(x-2)(\sqrt{5x-1}+3)} + \frac{9(2-x)}{(x-2)(4+\sqrt{9x-2})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{5}{\sqrt{5x-1}+3} - \frac{9}{4+\sqrt{9x-2}} \right) \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=1 \\ c=9 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow S=16 \end{aligned}$$

» **Câu 57.** Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3+2x^2)^5 \cdot (3x^3-4)^2}{(5-x^3)^2 \cdot (1-2x^2)^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \cdot \frac{\left(\frac{3}{x^2} + a\right)^5 \cdot \left(b - \frac{4}{x^3}\right)^2}{\left(\frac{5}{x^3} - c\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x^2} - d\right)^3}$ với $a; b; c; d$ là các số tự nhiên. Tính tích các số $a; b; c; d$

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời:**

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3+2x^2)^5 \cdot (3x^3-4)^2}{(5-x^3)^2 \cdot (1-2x^2)^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{10} \left(\frac{3}{x^2} + 2\right)^5 \cdot x^6 \left(3 - \frac{4}{x^3}\right)^2}{x^6 \left(\frac{5}{x^3} - 1\right)^2 \cdot x^6 \left(\frac{1}{x^2} - 2\right)^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 \cdot \frac{\left(\frac{3}{x^2} + 2\right)^5 \cdot \left(3 - \frac{4}{x^3}\right)^2}{\left(\frac{5}{x^3} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x^2} - 2\right)^3} \\ & \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=1 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow P=12 \end{aligned}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(6 - 2x^4)^4 \cdot (2 - x^2)}{(x^2 - 3)^5 \cdot (6 - 4x)}$$

» **Câu 58.** Biến đổi giới hạn ta thu được kết quả dạng

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^a \cdot \frac{\left(\frac{6}{x^4} - 2\right)^4 \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)}{\left(1 - \frac{3}{x^2}\right)^5 \left(\frac{6}{x} - 4\right)}$$

với a là số tự nhiên. Xác định giá trị của a .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(6 - 2x^4)^4 \cdot (2 - x^2)}{(x^2 - 3)^5 \cdot (6 - 4x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{16} \left(\frac{6}{x^4} - 2\right)^4 \cdot x^2 \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)}{x^{10} \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)^5 \cdot x \left(\frac{6}{x} - 4\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^7 \cdot \frac{\left(\frac{6}{x^4} - 2\right)^4 \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)}{\left(1 - \frac{3}{x^2}\right)^5 \left(\frac{6}{x} - 4\right)}$$

Khi đó $a=7$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4 - x^2)^6 \cdot (3x^2 + 2)^2}{(5x^2 - 3)^2 \cdot (1 - 2x^5)^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} \cdot \frac{\left(\frac{4}{x^2} - 1\right)^6 \cdot \left(3 + \frac{2}{x^2}\right)^2}{\left(5 - \frac{3}{x^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x^5} - 2\right)^3}$$

» **Câu 59.** Cho với $a; b; c; d$ là các số tự nhiên. Tính $S = a - b$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4 - x^2)^6 \cdot (3x^2 + 2)^2}{(5x^2 - 3)^2 \cdot (1 - 2x^5)^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{12} \left(\frac{4}{x^2} - 1\right)^6 \cdot x^4 \left(3 + \frac{2}{x^2}\right)^2}{x^4 \left(5 - \frac{3}{x^2}\right)^2 \cdot x^{15} \left(\frac{1}{x^5} - 2\right)^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^3} \cdot \frac{\left(\frac{4}{x^2} - 1\right)^6 \cdot \left(3 + \frac{2}{x^2}\right)^2}{\left(5 - \frac{3}{x^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{x^5} - 2\right)^3}$$

Khi đó $a=b=2 \Rightarrow S=0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \\ -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}, \text{ tại}$$

» **Câu 60.** Tìm giới hạn của hàm số sau tại điểm cho trước $x=1$

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -0,5**

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x+1} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

Nhận thấy $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\frac{1}{2}$. Do đó $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{1}{2}$.

Hết

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

