

DẠNG 5**Thể tích khối chóp đều**

Câu 1: Thể tích V của khối tứ diện đều có cạnh bằng a

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 2: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 3: Trong tất cả các hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$, khối chóp có thể tích lớn nhất là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Thể tích V của khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên gấp đôi cạnh đáy

A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{4}$.

Câu 5: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 6: Khối chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và thể tích bằng $4\sqrt{3}a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h = \sqrt{3}a$. B. $h = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $h = 2a$. D. $h = \frac{4a\sqrt{3}}{9}$.

Câu 7: Trong tất cả các khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{3}$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất là?

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8: Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}a$ và thể tích bằng $4a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp đã cho.

A. $h = 4\sqrt{3}a$. B. $h = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$. C. $h = 4a$. D. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{9}$.

Câu 9: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) , diện tích tam giác AMN bằng $\sqrt{10}a^2$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $\frac{8\sqrt{5}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{5}}{9}$. C. $8\sqrt{5}a^3$. D. $\frac{8\sqrt{5}a^3}{27}$.

Câu 10: Thể tích V của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 11: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên có độ dài gấp đôi cạnh đáy.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 12: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{24}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{8}$.

Câu 13: Thể tích V của khối bát diện đều có cạnh bằng a .

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 14: Tính thể tích V của khối tứ diện đều $ABCD$, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6.

A. $V = 5\sqrt{3}$. B. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $V = 27\sqrt{3}$.

Câu 15: Một viên đá hình dạng khối tứ diện đều cạnh bằng a . Người ta cắt viên đá bởi mặt phẳng song song với một mặt của khối tứ diện để chia viên đá thành 2 phần có thể tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh x của phần cắt ra có hình dạng khối tứ diện đều.

A. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$. B. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$. C. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$. D. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 16: Một viên đá hình dạng khối tứ diện đều cạnh bằng a . Người ta cắt viên đá bởi mặt phẳng song song với một mặt của khối tứ diện để chia viên đá thành 2 phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện S của mặt cắt.

A. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{16}$. B. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$. C. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4\sqrt[3]{4}}$. D. $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4\sqrt[3]{2}}$.

Câu 17: Một viên đá hình dạng khối tứ diện đều cạnh bằng a . Người ta cắt viên đá bởi các mặt phẳng song song với một mặt của khối tứ diện để chia viên đá thành 5 phần, trong đó có 4 phần là các khối tứ diện bằng nhau, tổng thể tích của 4 khối tứ diện này bằng một nửa thể tích của viên đá ban đầu. Tính độ dài cạnh của 4 khối tứ diện đó.

A. $x = \frac{a}{2}$. B. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$. C. $x = \frac{a}{4}$. D. $x = \frac{a}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 18: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các mặt của khối tứ diện đã cho. Tính thể tích V của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{108}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{324}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 19: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có chiều cao h . Từ ba đỉnh A, B, D của tứ diện người ta cắt ba khối tứ diện đều có cùng chiều cao h' . Biết rằng thể tích của khối đa diện còn lại bằng một nửa thể tích của khối đa diện ban đầu. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $h' = \frac{h}{3}$. B. $h' = \frac{h}{\sqrt[3]{6}}$. C. $h' = \frac{h}{2\sqrt{2}}$. D. $h' = \frac{h}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 20: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi $A'; B'; C'$ lần lượt là các điểm đối xứng với $A; B; C$ qua S . Tính thể tích của khối bát diện có các mặt là $ABC; A'B'C'; ABC; A'BC; AB'C; AB'C'; BA'C'; CA'B'$;

A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21: Tính thể tích V của khối chóp lục giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp đôi cạnh đáy.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{9a^3}{2}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 22: Kim tự tháp Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công Nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m, cạnh đáy dài 230 m. Thể tích của khối chóp đó là

A. $2592100 m^3$. B. $7776300 m^3$. C. $2592300 m^3$. D. $3888150 m^3$.

Câu 23: Một viên đá hình dạng khối chóp tứ giác đều tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Người ta khối đá bởi mặt phẳng song song với đáy khối chóp để chia khối đá thành 2 phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích S của mặt cắt.

A. $S = \frac{2a^2}{\sqrt{3}}$. B. $S = \frac{a^2}{\sqrt{2}}$. C. $S = \frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. D. $S = \frac{a^2}{4}$.

Câu 24: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt đáy góc 60°

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 25: Thể tích V của khối chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng a

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$

Câu 26: Tính thể tích V của khối chóp lục giác đều $S.ABCDEF$ có $AB = 3, SA = 5$.

A. $V = 45\sqrt{3}$. B. $V = 18\sqrt{3}$. C. $V = 54\sqrt{3}$. D. $V = 15\sqrt{3}$.

Câu 27: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt đáy góc 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 28: Khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích V . Khối bát diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đều có thể tích V' . Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{8}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

Câu 29: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và đường cao mặt bên bằng $a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3\sqrt{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 30: Người ta gọt một khối lập phương có thể tích V để được một khối bát diện đều (tức là khối có các đỉnh là tâm các mặt của khối lập phương đó) có thể tích V' . Tính tỷ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{6}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{8}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{12}$.

Câu 31: Cho khối tứ diện đều $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA . Biết tứ giác $MNPQ$ có diện tích bằng 1. Tính thể tích V của khối tứ diện đều đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{11}}{24}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

D. $V = \frac{\sqrt{11}}{6}$.

Câu 32: Một khối chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b , chiều cao h . Tính thể tích V của khối chóp tam giác đều đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)h$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}(b^2 - h^2)b$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}(b^2 - h^2)h$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}(b^2 - h^2)b$.

Câu 33: Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a\sqrt{3}$, khối chóp có thể tích lớn nhất là?

A. $\frac{32a^3}{3}$.

B. $2\sqrt{2}a^3$.

C. $6\sqrt{2}a^3$.

D. $32a^3$.

Câu 34: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$, tính độ dài cạnh đáy khi khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 2.

Câu 35: Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2\sqrt{3}$. Khối chóp có thể tích nhỏ nhất là?

A. 18.

B. 54.

C. 9.

D. 27.

Câu 36: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng 16. Xét hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp đáy ABC với $M, N \in BC, P \in AC, Q \in AB$. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ có giá trị lớn nhất là?

A. $\frac{512\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{512\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{512\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{512\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích V của khối chóp biết $CM \perp BN$.

A. $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\frac{\sqrt{26}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 38: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau là a và có thể tích $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Tính chiều cao h của khối chóp tứ giác đều đã cho.

A. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SC và SD . Biết mặt phẳng $(ABMN)$ vuông góc với mặt phẳng (SCD) . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SC và SD . Biết mặt phẳng $(ABMN)$ vuông góc với mặt phẳng (SCD) , diện tích tứ giác $ABMN$ bằng $2\sqrt{3}a^2$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{32a^3}{9}$.

B. $V = \frac{32a^3}{3}$.

C. $V = \frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{32a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: Trong các hình chóp tam giác đều có khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là d . Khối chóp có thể tích nhỏ nhất là?

A. d^3 .

B. $\frac{2\sqrt{3}d^3}{3}$.

C. $\frac{d^3}{3}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}d^3}{9}$.

Câu 42: Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích tứ diện đều cạnh a , khối bát diện đều cạnh a . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}$.

Câu 43: Cho khối chóp tam giác đều có chiều cao là $6a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC là a . Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{10}$.

B. $V = \frac{81a^3\sqrt{3}}{40}$.

C. $V = \frac{81a^3\sqrt{3}}{10}$.

D. $V = \frac{27a^3\sqrt{3}}{40}$.

Câu 44: Cho tứ diện đều cạnh a . Gọi h là tổng khoảng cách từ một điểm trong của khối tứ diện lên các mặt của nó. Tìm mệnh đề đúng.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

C. $h = \frac{4a\sqrt{6}}{3}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 45: Cho khối bát diện đều cạnh a . Gọi h là tổng khoảng cách từ một điểm trong của khối tứ diện lên các mặt của nó. Tìm mệnh đề đúng.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

C. $h = \frac{4a\sqrt{6}}{3}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 46: Tìm Trong cách khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên là $2\sqrt{3}$, khối chóp có thể tích lớn nhất là

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 47: Trong cách khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có khoảng cách từ A đến (SBC) là 3, khối chóp có thể tích nhỏ nhất là

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi A', B', C', D' lần lượt là các điểm đối xứng của A, B, C, D qua S . Tính thể tích V của khối đa diện có sáu mặt $(ABCD), (A'B'C'D'), (BCA'D'), (ADB'C'), (CDB'A'), (ABD'C')$.

- A. $V = 2\sqrt{2}a^3$. B. $V = \sqrt{2}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 49: Một khối bát diện đều cạnh a . Ngoại tiếp bát diện đều bởi một khối lập phương sao cho các đỉnh của khối bát diện đều là tâm các mặt của khối lập phương. Tính thể tích khối lập phương.

- A. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{2}a^3$. C. $V = 4\sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 50: Cho khối tứ diện đều (H) có cạnh bằng 1. Qua mỗi cạnh của (H) dựng một mặt phẳng không chứa các đỉnh trong của (H) và tạo với hai mặt phẳng của (H) đi qua cạnh đó những góc bằng nhau. Các mặt phẳng như thế giới hạn một đa giác (H') . Tính thể tích của (H') .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

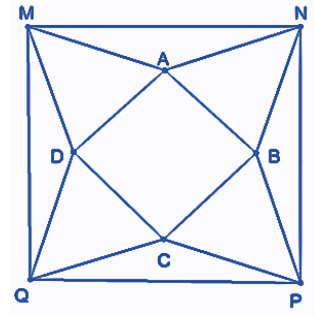
Câu 51: Khối tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 1. Khối lập phương có một mặt nằm trên mặt đáy của khối chóp tứ giác đều và tất cả các cạnh còn lại của mặt đối diện nằm trên các mặt bên của khối chóp tứ giác đều. Tính thể tích V của hình lập phương.

- A. $V = 5\sqrt{2} - 7$. B. $V = 6\sqrt{3} - 10$. C. $V = \frac{5\sqrt{2} - 7}{3}$. D. $V = \frac{6\sqrt{3} - 10}{3}$.

Câu 52: Một khối tứ diện đều (H) có cạnh bằng 1. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, có mặt đáy nằm trên một mặt của khối tứ diện (H) và tất cả các cạnh còn lại của mặt đối diện nằm trên các mặt còn lại của khối tứ diện (H) . Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều đó.

- A. $V = \frac{27\sqrt{2} - 22\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{45\sqrt{6} - 58\sqrt{3}}{686}$.
C. $V = \frac{27\sqrt{2} - 22\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{9\sqrt{6} - 22}{2}$.

Câu 53: Từ một miếng tôn hình vuông cạnh 50 cm, người ta cắt đi bốn tam giác cân bằng nhau MAN , NBP , PCQ , QDM sau đó gò các tam giác cân ABN , BCP , CDQ , DAM sao cho các đỉnh M, N, P, Q trùng nhau để được khối chóp tứ giác đều. Khối chóp tứ giác đều có thể tích lớn nhất là



- A. $\frac{15625}{6} \text{ cm}^3$. B. $\frac{15625}{2} \text{ cm}^3$. C. $\frac{4000\sqrt{10}}{3} \text{ cm}^3$.
D. $\frac{4000\sqrt{10}}{9} \text{ cm}^3$.

Câu 54: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , mặt phẳng chứa BC và vuông góc với SA cắt khối chóp theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{36}$. D. $V = \frac{a^3}{72}$.

Câu 55: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng α , khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Tính $\tan \alpha$, khi thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. C. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. D. $\tan \alpha = 3$.

Câu 56: Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng $1 + \sqrt{3}$, người ta cắt tấm tôn theo các tam giác cân bằng nhau MAN , NBP , PCQ , QDM sau đó gò các tam giác cân ABN , BCP , CDQ , DAM sao cho các đỉnh M, N, P, Q trùng nhau để được khối chóp tứ giác đều. Biết góc ở đỉnh của tam giác cân bị cắt đi là 150° . Tính thể tích V khối chóp tứ giác đều tạo thành.

- A. $V = \frac{3\sqrt{6} + 5\sqrt{2}}{24}$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{5\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{2}{9}$.

Câu 57: Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh bằng a , người ta cắt đi bốn tam giác cân bằng nhau MAN , NBP , PCQ , QDM sau đó gò các tam giác cân ABN , BCP , CDQ , DAM sao cho các đỉnh M, N, P, Q trùng nhau để được khối chóp tứ giác đều. Khối chóp tứ giác đều có thể tích lớn nhất là?

- A. $\frac{a^3}{48}$. B. $\frac{a^3}{16}$. C. $\frac{4\sqrt{10}a^3}{375}$. D. $\frac{4\sqrt{10}a^3}{125}$.

Câu 58: Một khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có m là tan góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Người ta tăng cạnh hình vuông mặt đáy gấp đôi nhưng muốn giữ nguyên thể tích khối chóp nên đã thay đổi đồng thời chiều cao cho phù hợp. Hỏi giá trị của m thay đổi như thế nào?

- A. Giảm 2 lần. B. Tăng 2 lần. C. Giảm 8 lần. D. Tăng 8 lần.

Câu 59: Khối tứ diện đều (H) có cạnh bằng 1. Khối lăng trụ tam giác đều có mặt đáy nằm trên một mặt của khối tứ diện (H) và tất cả các cạnh còn lại của mặt đáy đối diện nằm trên các mặt còn lại của khối tứ diện (H) . Tính thể tích lớn nhất của khối lăng trụ tam giác đều đó.

A. $\frac{\sqrt{2}}{27}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{48}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{18}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{16}$.

Câu 60: Khối tứ diện đều (H) có tất cả các cạnh bằng 1. Khối hộp chữ nhật (H') có một mặt nằm trên mặt đáy của (H) và tất cả các cạnh còn lại của mặt đáy đối diện nằm trên các mặt bên của (H) . Tìm thể tích lớn nhất của (H') .

A. $5\sqrt{2} - 7$.

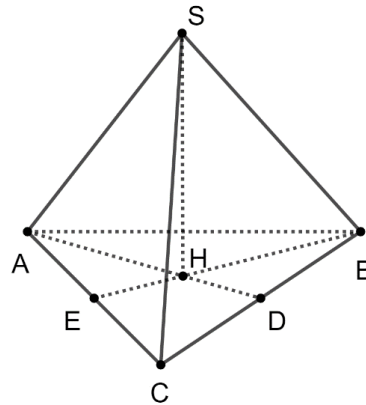
B. $\frac{2\sqrt{2}}{27}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{27}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{27}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

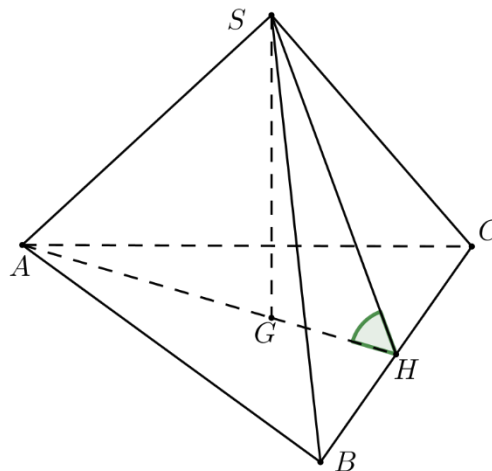
1.B	2. C	3. A	4. A	5. A	6.C	7. A	8. B	9. A	10.B
11. D	12.A.	13.B.	14.D.	15.D.	16.C	17.A.	18.C	19.B	20.A
21.D	22.A	23.C	24.C.	25.B	26.B	27.D	28.A	29.C	30.B
31.B	32.A	33.A	34.B	35.A	36.A	37.A	38.C	39.D	40.A
41.C	42.D	43.D	44.A	45.C	46.C	47.B	48.B	49.B	50.A
51.A	52.C	53.C	54.A	55.A	56.B	57.C	58.C	59.A	60.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Chọn B**

Gọi H là tâm của tam giác đều ABC . Ta có $SH \perp (ABC)$ và $BH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a.$$

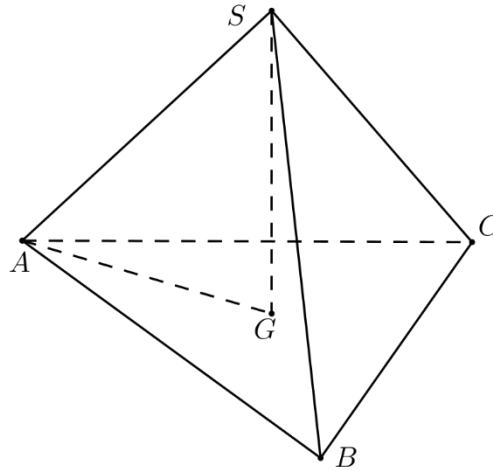
$$V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}a \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3.$$

Câu 2: Chọn C

Ta có $((SBC);(ABC)) = SHG = 60^\circ \Rightarrow SG = GH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Câu 3: Chọn A



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$, cạnh đáy $AB = x$.

$$\text{Ta có } SA^2 = SG^2 + AG^2 \Rightarrow SG = \sqrt{3a^2 - \frac{x^2}{3}} = \sqrt{\frac{9a^2 - x^2}{3}}.$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{9a^2 - x^2}{3}} = \frac{1}{12} \cdot x^2 \sqrt{9a^2 - x^2}.$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 \sqrt{9a^2 - x^2}$ trên $(0; 3a)$.

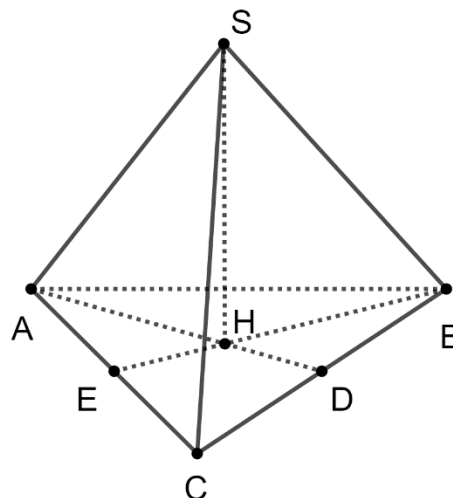
$$f'(x) = 2x\sqrt{9a^2 - x^2} - \frac{x^3}{\sqrt{9a^2 - x^2}} = \frac{18a^2x - 3x^3}{\sqrt{9a^2 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a\sqrt{6} \end{cases}.$$

$$f(0) = f(3a) = 0, \quad f(a\sqrt{6}) = 6a^3\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp lớn nhất là } V = \frac{1}{12} \cdot 6a^3\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 4: Chọn A

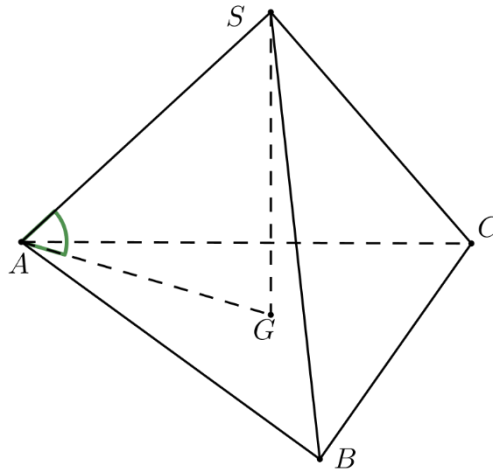


Gọi H là tâm của tam giác đều ABC . Ta có $SH \perp (ABC)$ và $BH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}a \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \frac{\sqrt{33}}{3}a.$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}a \frac{\sqrt{33}}{3} \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{11}}{12}a^3.$$

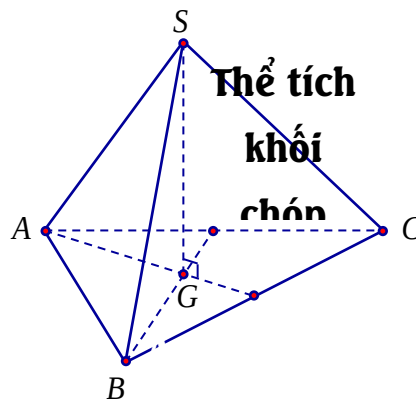
Câu 5: Chọn A



Ta có $(SA; (ABC)) = \angle SAG = 60^\circ \Rightarrow SG = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Câu 6: Chọn C



Gọi x là độ dài các cạnh đáy của tam giác ABC . Diện tích tam giác ABC là $B = \frac{\sqrt{3}x^2}{4}.$

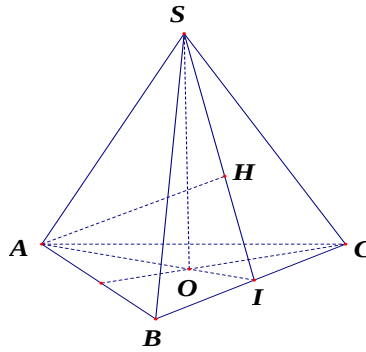
$$V = \frac{1}{3}Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{48a^3}{x^2} \Rightarrow h \cdot x^2 = 48a^3 \quad (1).$$

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SG \perp (ABC) \Rightarrow \triangle SGA$ vuông tại G , $AG = \frac{x\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow h = SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} \Rightarrow 12a^2 - \frac{x^2}{3} = h^2 \Rightarrow x^2 = 3(12a^2 - h^2) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $16a^3 - 12a^2h + h^3 = 0 \Rightarrow h = 2a.$

Câu 7: Chọn A



Cách 1: Gọi I là trung điểm của BC . Khi đó $d(A, (SBC)) = AH = a\sqrt{3}$

Gọi cạnh của tam giác đều ABC là $x (x > 0) \Rightarrow AI = \frac{x\sqrt{3}}{2}; AO = OB = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SOI đồng dạng với tam giác AHI nên $\frac{IO}{IH} = \frac{IS}{IA}$ mà $IH = \sqrt{\frac{3}{4}x^2 - 3a^2}$

$$\Rightarrow SI = \frac{IO \cdot IA}{IH} = \frac{x^2}{2\sqrt{3x^2 - 12a^2}}.$$

Xét tam giác SOI vuông tại O ta có:

$$SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{\frac{x^4}{4(3x^2 - 12a^2)} - \frac{3x^2}{36}} = \sqrt{\frac{x^2 a^2}{(3x^2 - 12a^2)}} = \frac{xa}{\sqrt{3x^2 - 12a^2}}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{xa}{\sqrt{3x^2 - 12a^2}} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{\sqrt{3x^2 - 12}} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$ trên khoảng $(2; 4)$ ta có $\min f(x) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khối chóp có thể tích nhỏ nhất là $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

Cách 2: Gọi α là góc tạo bởi mặt bên và đáy (ABC) .

Gọi O là tâm tam giác ABC .

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow$ góc SAI bằng α .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên $SI \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$$

Xét tam giác vuông AHI ta có: $\sin \alpha = \frac{AH}{AI} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{\sin \alpha} \Rightarrow BC = \frac{2a}{\sin \alpha}$.

Suy ra $OI = \frac{1}{3} AI = \frac{a\sqrt{3}}{3 \sin \alpha}$; $SO = OI \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{3 \cos \alpha}$ nên suy ra

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3 \cos \alpha} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{\sin \alpha} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sin \alpha} = \frac{a^3}{3} \cdot \frac{1}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}$$

Để $V_{\min} \Leftrightarrow f(\alpha) = \cos \alpha - \cos^3 \alpha, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Đặt } t = \cos \alpha \Rightarrow t \in (0; 1) \Rightarrow f(t) = t - t^3 \Rightarrow f'(t) = 1 - 3t^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra } \max f(t) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9}. \text{ Vậy } V_{\min} = \frac{a^3}{3} \cdot \frac{9}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^3.$$

Câu 8: Chọn B

$$\text{Diện tích tam giác đáy là } B = \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3}a)^2 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}a^2.$$

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{12a^3}{3\sqrt{3}a} = \frac{4\sqrt{3}a}{3}.$$

Câu 9: Chọn A

Gọi H là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Gọi I là trung điểm của BC . Gọi $J = MN \cap SI$,

Giả sử $AB = x$. Theo giả thiết $AJ \perp SI$ và J là trung điểm của SI nên tam giác SAI cân tại A

$$\Rightarrow SB = SA = AI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác SBI vuông tại I

$$\Rightarrow SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Ta có } MN = \frac{x}{2}; AJ = \sqrt{AI^2 - \left(\frac{SI}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{8}} = \frac{x\sqrt{10}}{4}$$

$$S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot JA \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{x\sqrt{10}}{4} \cdot \frac{x}{2} = a^2 \sqrt{10} \Rightarrow x = 4a$$

$$\text{Tam giác } SAH \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(2a\sqrt{3}\right)^2 - \left(\frac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{15}}{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{3} \cdot \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{8a^3 \sqrt{5}}{3}.$$

Câu 10: Chọn B

Giả sử $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều, O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Khi đó:

$$S_{ABCD} = a^2,$$

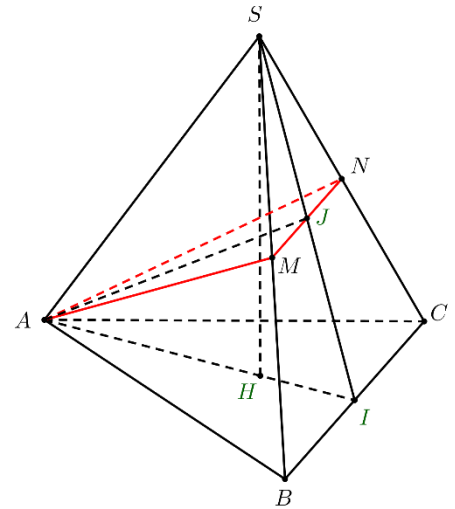
$$h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 11: Chọn D

Giả sử $S.ABCD$ là khối chóp tứ giác đều, O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Khi đó: $S_{ABCD} = a^2$,

$$h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{6}.$$



Câu 12: Chọn A

Gọi H là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

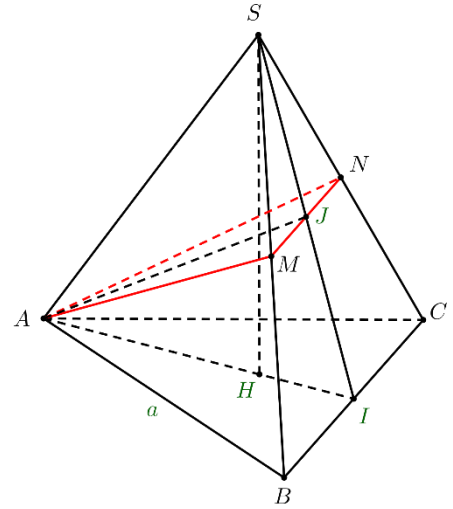
Gọi $J = MN \cap SI$, Theo giả thiết $AJ \perp SI$ và J là trung điểm của SI nên tam giác SAI cân tại A Khi đó,

$$SA = IA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác SAH vuông tại H

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}.$$



Câu 13: Chọn B

Giả sử $SABCDE$ là khối bát diện đều có cạnh bằng a và O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó:

$$S_{ABCD} = a^2,$$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

$$\Rightarrow V_{SABCDE} = 2 \cdot V_{S.ABCD} = 2 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

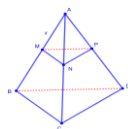
Câu 14: Chọn D

Giả sử $ABCD$ là khối tứ diện đều cạnh a và có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6, O là tâm của tam giác BCD .

$$\text{Ta có } h = AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} = 6 \Rightarrow a = 3\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3\sqrt{6})^2\sqrt{3}}{4} \cdot 6 = 27\sqrt{3}.$$

Câu 15: Chọn D



$$\text{Thể tích viên đá ban đầu là } V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$$

Phần cắt ra có hình dạng khối tứ diện đều cạnh bằng x có thể tích $V' = \frac{\sqrt{2}x^3}{12}$.

Theo giả thiết, ta có $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}x^3}{12} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24} \Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$

Câu 16: Chọn C

Thể tích viên đá ban đầu là $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Phần cắt ra có hình dạng khối tứ diện đều cạnh bằng x có $V' = \frac{\sqrt{2}x^3}{12}$.

Theo giả thiết, ta có $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}x^3}{12} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24} \Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}$

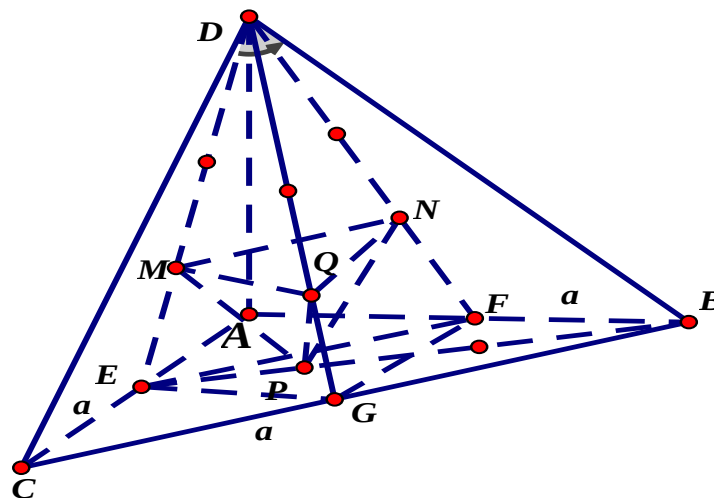
Do đó diện tích mặt cắt là $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{a}{\sqrt[3]{2}} \right)^2 = \frac{\sqrt{3}a^2}{4\sqrt[3]{4}}$.

Câu 17: Chọn A

Gọi độ dài cạnh của 4 khối tứ diện nhỏ là x , thể tích của mỗi khối nhỏ này là $\frac{\sqrt{2}x^3}{12}$.

Theo giả thiết ta có $4 \left(\frac{\sqrt{2}x^3}{12} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}a^3}{12} \right) \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$.

Câu 18: Chọn C



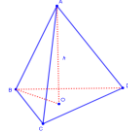
Ta có $MN = \frac{2}{3}EF = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}CB = \frac{a}{3}$. Tương tự $MQ = QN = NP = MP = QP = \frac{a}{6}$.

Xét tứ diện $ABCD$:

$$S_{BCD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$\Rightarrow V_{MNPQ} = \frac{\left(\frac{a}{3} \right)^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{324}$$

Câu 19: Chọn B



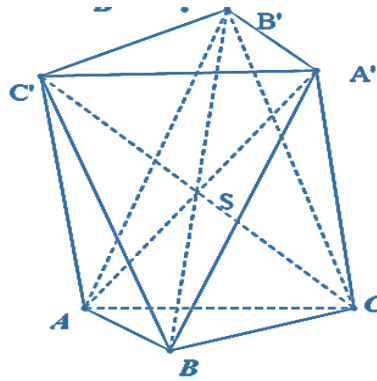
Gọi O là tâm của $\triangle BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$. Giả sử $AB = x$.

Xét $\triangle ABO$ có $\Rightarrow h^2 = x^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2x^2}{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}h$. Ta có $V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}x^3}{12} = \frac{\sqrt{3}h^3}{8}$.

Tương tự, thể tích 3 khối tứ diện đều chiều cao h' và $V' = 3\left(\frac{\sqrt{3}h'^3}{8}\right)$.

Theo giả thiết, ta có $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow h'^3 = \frac{h^3}{6} \Leftrightarrow h' = \frac{h}{\sqrt[3]{6}}$

Câu 20: Chọn A



Thể tích V của khối bát diện là $V = 8V_{SABC} = 8\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 21: Chọn D

Ta có: $S = 6\left(\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$.

Độ dài chiều cao của khối chóp $h = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó, thể tích V của khối chóp lục giác đều là $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 22: Chọn A

Đáy là hình vuông cạnh dài 230 m nên diện tích đáy là $S = 230^2 = 52900 (m^2)$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 52900 \cdot 147 = 2592100 (m^3)$.

Câu 23: Chọn C

Ta có $SO \perp (ABCD)$

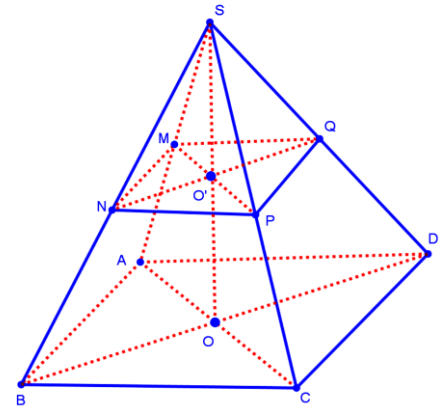
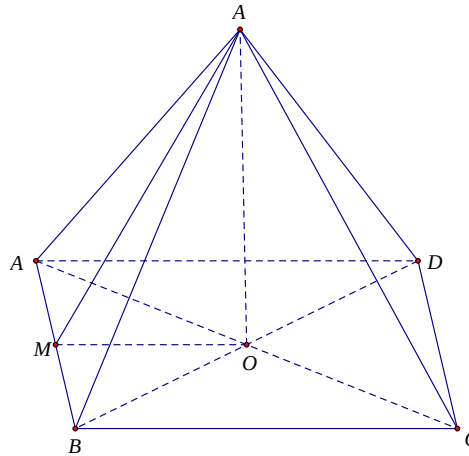
$$\text{Xét } \triangle SOD \text{ có } SO^2 = SD^2 - OD^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} a^3 = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3.$$

Phần cắt ra có hình dạng khối chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng x có thể tích

$$V' = \frac{\sqrt{2}x^3}{6}. \text{ Ta có } V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{6} x^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3 \Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt[3]{2}}. \text{ Diện tích } S \text{ của mặt cắt là } S = \frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}.$$

**Câu 24: Chọn C**

Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm giao điểm AC và BD , M là trung điểm của AB . Ta có $SO \perp (ABCD)$. Góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy là $SMO = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } SO = MO \cdot \tan SAC = \frac{a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

TYPES: Gọi α là góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy, ta có $V = \frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

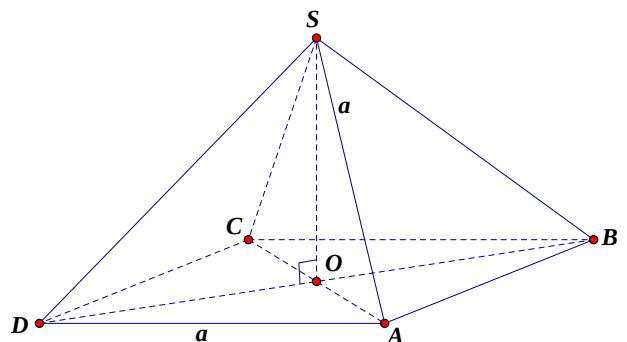
Câu 25: Chọn B

Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a$.

Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là



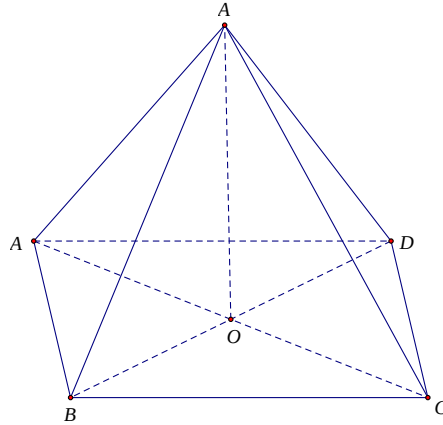
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 26: Chọn B

Gọi O là tâm lục giác $ABCDEF$. Ta có: $SA = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{SA^2 - AB^2} = 4$.

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot V_{ABCDEF} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3^2 = 18\sqrt{3}.$$

Câu 27: Chọn D



Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$, gọi O là tâm giao điểm AC và BD . Ta có $SO \perp (ABCD)$. Góc

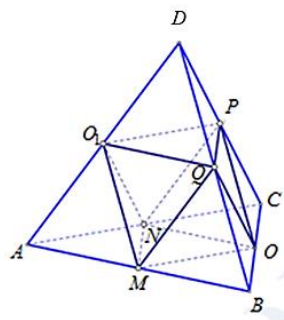
tạo bởi cạnh bên SA và mặt đáy là $\angle SAO = 60^\circ$. Ta có $SO = AO \cdot \tan \angle SAC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

TYPES: Gọi α là góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy, ta có $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \tan \alpha$.

Câu 28: Chọn A

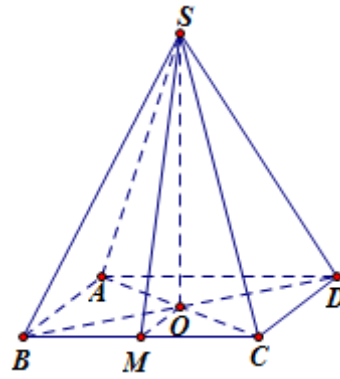


Gọi độ dài cạnh của tứ diện đều là a , suy ra thể tích khối tứ diện đều $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta có $MQ = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2}$ là độ dài cạnh của bát diện đều. Suy ra $V' = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^3 \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

$$\text{Vậy } \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}.$$

Câu 29: Chọn C

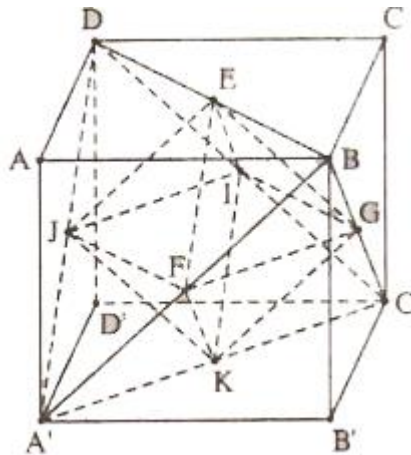


Theo giả thiết ta có $\triangle SBC$ đều và $SM = a\sqrt{3} = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = 2a$. Mặt khác $OM = \frac{1}{2}CD = a$ nên

từ tam giác vuông $SOM \Rightarrow SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 30: Chọn B

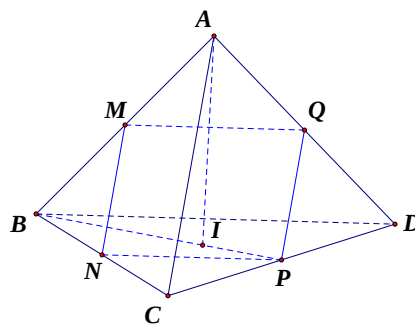


Gọi cạnh hình lập phương là a . Suy ra thể tích khối lập phương là $V = a^3$.

Ta có $EJ = \frac{1}{2}A'B = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ là cạnh của bát diện đều.

Suy ra thể tích $V' = \frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{a^3}{6}$ nên ta có $\frac{V'}{V} = \frac{1}{6}$.

Câu 31: Chọn B



Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $MNPQ$ là hình vuông.

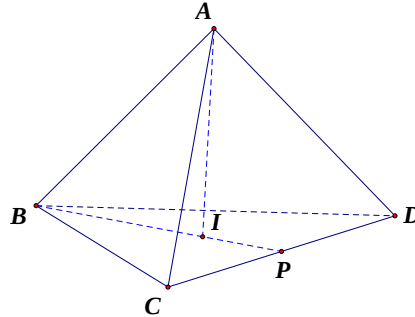
Do diện tích $MNPQ$ bằng 1 nên $MN = 1 \Rightarrow$ Tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng 2.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD ta có $V = \frac{1}{3} AI \cdot dt(BCD)$.

$$dt(BCD) = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}, \quad AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \frac{2\sqrt{6}}{3} \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 32: Chọn A



Giả sử hình chóp tam giác đều là $A.BCD$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD ta có $V = \frac{1}{3} AI \cdot dt(BCD)$.

$$BI = \sqrt{b^2 - h^2}, \text{ mà } BI = BC \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BC = BI\sqrt{3} = \sqrt{3b^2 - 3h^2}.$$

$$dt(BCD) = \frac{BC^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3(b^2 - h^2)}{4} \sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{3}}{4} (b^2 - h^2) h$$

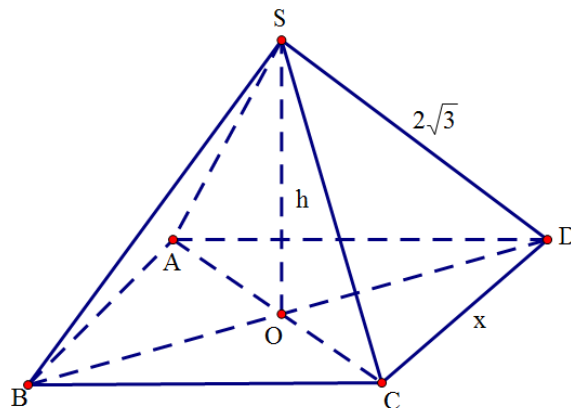
Câu 33: Chọn A

Gọi độ dài cạnh đáy là $S.ABC$, ta có $S = x^2$ và $h = \sqrt{(2a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{24a^2 - x^2}}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Do đó } V = \frac{Sh}{3} = \frac{x^2 \sqrt{24a^2 - x^2}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{x^2 x^2 (48a^2 - 2x^2)}}{6} \leq \frac{\sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 48a^2 - 2x^2}{3}\right)^3}}{6} = \frac{32a^3}{3}.$$

Dấu bằng đạt tại $x^2 = 48a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x = 4a$.

Câu 34: Chọn B

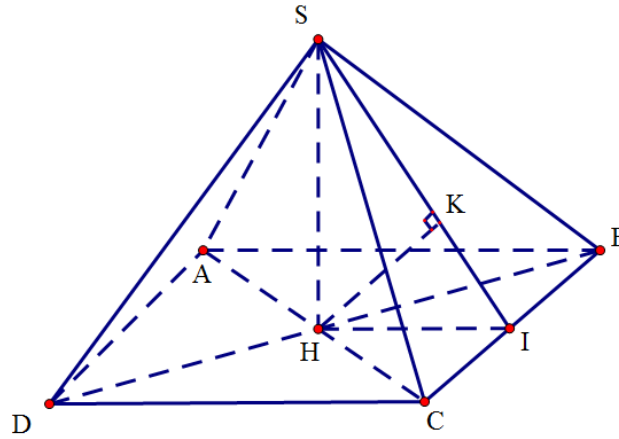


Gọi cạnh đáy là $x (x > 0)$ khi đó chiều cao hình chóp $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{2}}$. Thể tích khối

$$\text{chóp } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{2}} \cdot x^2 = \frac{1}{3\sqrt{2}} \sqrt{24x^2 - x^4} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \sqrt{144 - (x^2 - 12)^2} \leq 2\sqrt{2}.$$

Vậy thể tích khối chóp lớn nhất bằng $2\sqrt{2}$ khi $x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$.

Câu 35: Chọn A



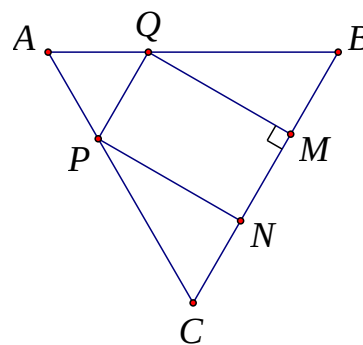
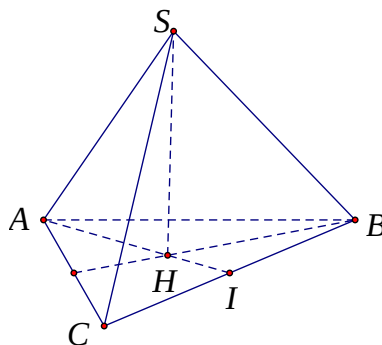
Gọi H là tâm mặt đáy và a là độ dài cạnh đáy. Ta có khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC) là

$$d_H = \frac{d_A}{2} = \sqrt{3} \text{ và } \frac{1}{d_H^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1}{h^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow a^2 = \frac{4}{\frac{1}{h^2} - \frac{4}{3}} = \frac{12h^2}{h^2 - 3}$$

$$\text{Do } V = \frac{Sh}{3} = \frac{a^2 h}{3} = f(h) = \frac{4h^3}{h^2 - 3}.$$

$$\text{Có } f'(h) = \frac{4h^4 - 36h^2}{(h^2 - 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (\text{loại}) \\ x = 3 \\ x = -3 (\text{loại}) \end{cases} \quad \text{Lập bảng biến thiên suy ra thể tích nhỏ nhất } f(3) = 18$$

Câu 36: Chọn A



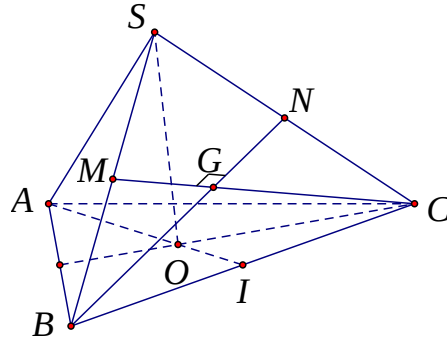
$$\text{Ta có } h = \sqrt{16^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16\sqrt{6}}{3}.$$

Đặt $MB = NC = x \Rightarrow MQ = NP = x \tan 60^\circ = \sqrt{3}x$, và $MN = BC - MB - NC = 16 - 2x$.

Do đó $S = MN \cdot MQ = \sqrt{3}x(16 - 2x)$.

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{\sqrt{3}x(16-2x) \cdot \frac{16\sqrt{6}}{3}}{3} = \frac{32x(8-x)\sqrt{2}}{3} \leq \frac{512\sqrt{2}}{3}. \text{ Dấu bằng đạt được tại } x = 4.$$

Câu 37: Chọn A



Gọi O, G lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, SBC , I là trung điểm BC .

Đặt $SA = SB = SC = x$.

$$\text{Ta có: } CG^2 = BG^2 = \frac{4}{9} \cdot BN^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{x^2 + 4}{2} - \frac{x^2}{4} \right) = \frac{x^2 + 8}{9}.$$

Tam giác BGC vuông tại G nên $GB^2 + GC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{x^2 + 8}{9} = 4 \Leftrightarrow x = \sqrt{10}$.

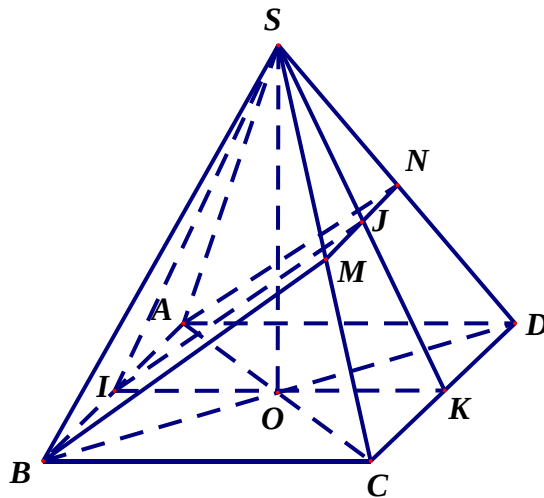
$$AO = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}; SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{10 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{3}.$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ suy ra } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{78}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{26}}{3}.$$

Câu 38: Chọn C

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{a^2} = \frac{3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}}{a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 39: Chọn D



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, MN, CD và O là tâm hình vuông $ABCD$.

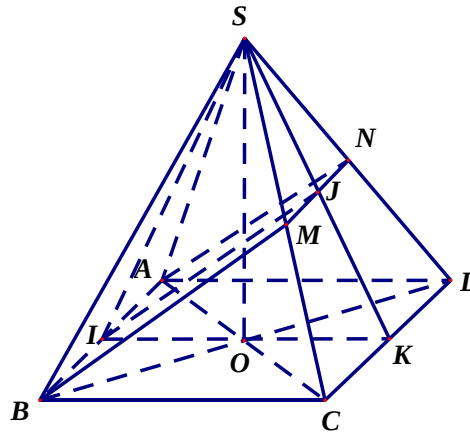
Ta có: J là trung điểm của MN và IK là hình chiếu của IJ trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Mà $IK \perp CD \Rightarrow IJ \perp CD \Rightarrow IJ \perp MN$.

Xét tam giác SIK có IJ, SO là các đường trung tuyến đồng thời là các đường cao nên nó là tam giác

đều có cạnh $IK = BC = a \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 40: Chọn A



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, MN, CD và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có: J là trung điểm của MN và IK là hình chiếu của IJ trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Mà $IK \perp CD \Rightarrow IJ \perp CD \Rightarrow IJ \perp MN$.

Xét tam giác SIK có IJ, SO là các đường trung tuyến đồng thời là các đường cao nên nó là tam giác

đều có cạnh $IK = BC = x (x > 0) \Rightarrow SO = \frac{x\sqrt{3}}{2} = IJ$.

Ta có: $S_{ABMN} = \frac{1}{2}(AB + MN) \cdot IJ \Leftrightarrow 2\sqrt{3}a^2 = \frac{1}{2}\left(x + \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{3}a^2 = \frac{3\sqrt{3}x^2}{8} \Leftrightarrow x = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{32a^3}{9}$.

Câu 41: Chọn C

Gọi I là trọng tâm $\triangle ABC$ ta có $SO \perp (ABC)$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AB . Ta có

$BC \perp (SAM)$ tại M .

Dựng $MK \perp SA$ tại K ta có: KM là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SA và BC và $d(SA, BC) = MK = d$.

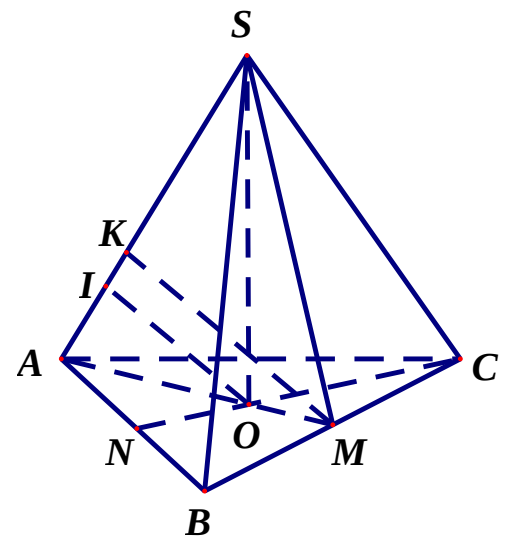
Đặt $AB = x (x > 0)$. Dựng $OI \perp SA$ tại

$I \Rightarrow OI = \frac{2}{3}MK = \frac{2d}{3}$.

Ta có: $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SOA vuông tại O có đường cao

$OI \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OS^2}$



$$\Leftrightarrow OS = \frac{OI.OA}{\sqrt{OA^2 - OI^2}} = \frac{\frac{2d}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{\frac{x^2}{3} - \frac{4d^2}{9}}} = \frac{2d.x\sqrt{3}}{3\sqrt{3x^2 - 4d^2}} \left(x > \frac{2d\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2dx\sqrt{3}}{3\sqrt{3x^2 - 4d^2}} = \frac{dx^3}{6\sqrt{3x^2 - 4d^2}}.$$

$$\text{Không mất tính tổng quát, đặt } d = 1, \text{ ta có } V_{S.ABC} = \frac{x^3}{6\sqrt{3x^2 - 4}} = f(x), x > \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{3x^2 \cdot 6\sqrt{3x^2 - 4} - 6x^3 \cdot \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 - 4}}}{36(\sqrt{3x^2 - 4})^2} = \frac{x^2(x^2 - 2)}{(\sqrt{3x^2 - 4})^3} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Vậy $V_{S.ABC}$ nhỏ nhất bằng $\frac{d^3}{3}$ khi $x = \sqrt{2}d$.

Cách 2: Đặt $BC = x, SO = h$, ta có:

$$AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}, SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{3}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó: } 2S_{SAM} &= SO.AM = SA.MK \text{ nên } \frac{xh\sqrt{3}}{2} = d\sqrt{h^2 + \frac{x^2}{3}} \Rightarrow \frac{3x^2h^2}{4} = d^2h^2 + \frac{d^2x^2}{3} \\ \Rightarrow x^2\left(\frac{3}{4}h^2 - \frac{d^2}{3}\right) &= d^2h^2 \quad (h > \frac{2d}{3}) \text{ và } x^2 = \frac{12d^2h^2}{9h^2 - 4d^2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{x^2h\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}d^2h^3}{9h^2 - 4d^2}. \end{aligned}$$

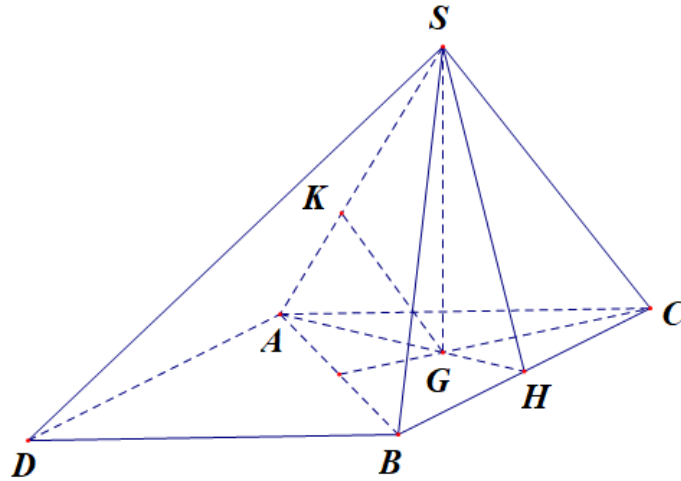
$$\text{Xem } d = 1, \text{ xét hàm số } f(h) = \frac{\sqrt{3}h^2}{9h^2 - 4}, h > \frac{2}{3}, \text{ ta có: } V_{S.ABC} \geq \frac{1}{3} = \frac{d^3}{3}.$$

$$\text{Dấu bằng đạt tại } h = \frac{2\sqrt{3}d}{3}.$$

Câu 42: Chọn D

$$\text{Ta có: } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \text{ và } V_2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}a^3}{12}}{\frac{\sqrt{2}a^3}{3}} = \frac{1}{4}.$$

Câu 43: Chọn D

Dựng hình bình hành $ACBD$, ta có

$$BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(BC, SA) = d(BC, (SAD)) = d(H, (SAD)) = \frac{3}{2}d(G, (SAD)) = \frac{3}{2}GK = a.$$

$$\text{Suy ra } GK = \frac{2a}{3} \Rightarrow \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{KG^2} - \frac{1}{SG^2} \Rightarrow AG = \frac{3a}{2\sqrt{5}} \Rightarrow AB = \frac{3a\sqrt{5}}{10}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \cdot SG = \frac{27a^3 \sqrt{3}}{40}.$$

Câu 44: Chọn B

Ta có thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$, diện tích mỗi mặt là $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{\frac{3a^3 \sqrt{2}}{12}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 45: Chọn C

Ta có thể tích của khối bát diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$, diện tích mỗi mặt là $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot (h_1 + h_2 + \dots + h_8) \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{\frac{3a^3 \sqrt{2}}{3}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{4a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 46: Chọn C

Gọi cạnh đáy là x ($x > 0$). Khi đó diện tích đáy là $S = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$, chiều cao của hình chóp là

$$h = \frac{\sqrt{3(36-x^2)}}{3} \quad (x < 6).$$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3(36-x^2)}}{3} = \frac{\sqrt{\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot (36-x^2)}}{6} \leq \frac{\sqrt{12^3}}{6} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x^2}{2} = (36 - x^2) \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$$

Câu 47: Chọn B

Gọi cạnh đáy là x ($x > 0$). Khi đó $GH = \frac{x\sqrt{3}}{6}$,

$$\text{Ta có } d(A, (SBC)) = 3d(G, (SBC)) = 3GK = 3 \Rightarrow GK = 1.$$

Có

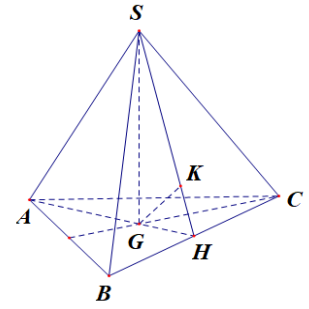
$$HK = \sqrt{HG^2 - GK^2} = \sqrt{\frac{x^2 - 12}{12}} \quad (x > 2\sqrt{3}) \Rightarrow SH = \frac{GH^2}{HK} = \frac{x^2}{\sqrt{12}\sqrt{x^2 - 12}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } SBC \text{ là } S_{SBC} = \frac{1}{2}BC.SH = \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 12}}$$

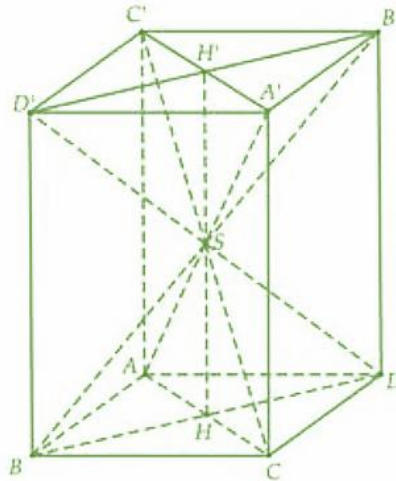
Để thể tích khối chóp nhỏ nhất khi diện tích tam giác SBC nhỏ nhất. Khảo sát hàm số

$$f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 12}}, \quad x > 2\sqrt{3} \text{ ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt được khi } x = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } \min V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4\sqrt{3}} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 12}} = \frac{9}{2}.$$



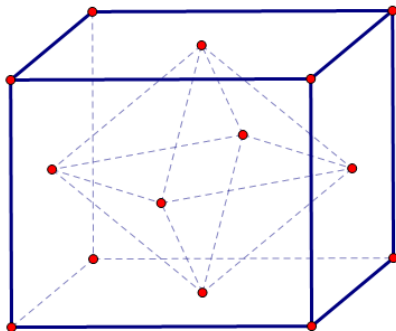
Câu 48: Chọn B



Khối đa diện tạo thành là một khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao:

$$h = HH' = 2SH = 2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}. \text{ Do đó } V = S.h = a^2\sqrt{2}a = a^3\sqrt{2}.$$

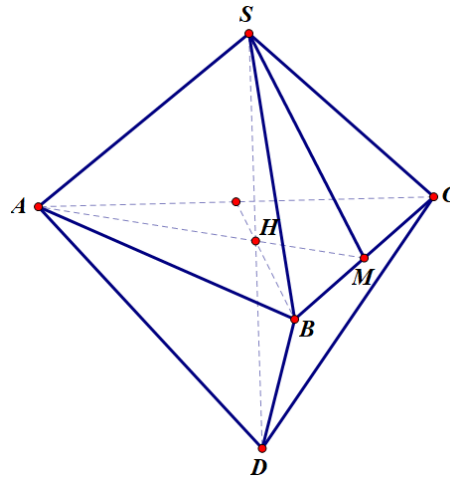
Câu 49: Chọn B



Gọi b là độ dài các cạnh của khối lập phương, độ dài các cạnh của khối bát diện đều

$$a = \frac{b\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b = a\sqrt{2}. \text{ Do đó } V = b^3 = 2a^3\sqrt{2}$$

Câu 50: Chọn A



Ta có $V_{(H)} = V_{(H)} + 4V_{S.ABC}$, trong đó $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều như hình vẽ.

$$\text{Ta có } V_{(H)} = \frac{\sqrt{2}}{12} \text{ và } HD = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \tan HMD = \frac{HD}{HM} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{2}.$$

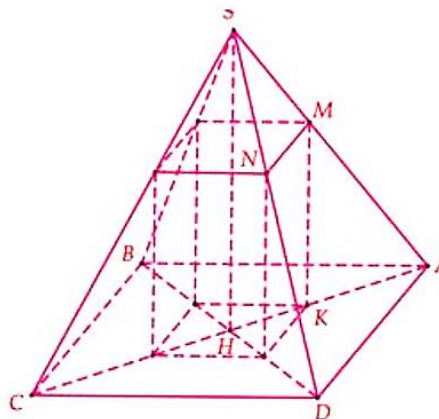
$$\text{Do đó } \tan SMH = \tan\left(\frac{\pi - HMD}{2}\right) = \cot \frac{HMD}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó } SH = HM \cdot \tan SMH = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vì vậy } V_{S.ABC} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{24} \Rightarrow V_{(H)} = \frac{\sqrt{2}}{12} + 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{24} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 51: Chọn A

Theo giả thiết thì khối lập phương có dạng như hình vẽ.



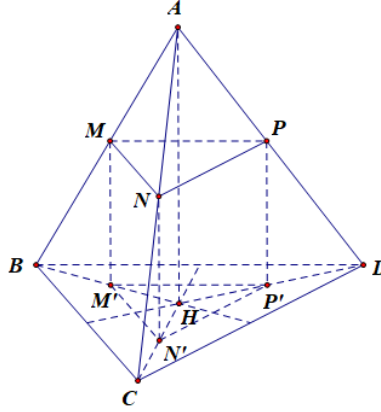
$$\text{Chiều cao } h \text{ của khối chóp tứ giác đều là } h = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Độ dài cạnh lập phương là x , theo Thales ta có

$$\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} = 1 - \frac{AM}{SA} = 1 - \frac{MK}{SH} \Rightarrow \frac{x}{1} = 1 - \frac{x}{h} \Rightarrow x = \frac{h}{h+1} = \sqrt{2} - 1 \quad . \quad \text{Do} \quad \text{đó}$$

$$V = (\sqrt{2} - 1)^3 = 5\sqrt{2} - 7$$

Câu 52: Chọn C



Theo giả thiết ta có khối lăng trụ tam giác đều $MNP.M'N'P'$ như hình vẽ dưới đây.

$$\text{Đặt } MN = MM' = x, \text{ theo Thales ta có } \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = 1 - \frac{BM}{AB} = 1 - \frac{MM'}{AH}.$$

$$\text{Trong đó } MN = MM' = x, BC = 1, AH = \frac{\sqrt{6}}{3}, \text{ do đó } V = \frac{x^3 \sqrt{3}}{4} = \frac{(\sqrt{6}-2)^3 \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{2}-22\sqrt{3}}{2}.$$

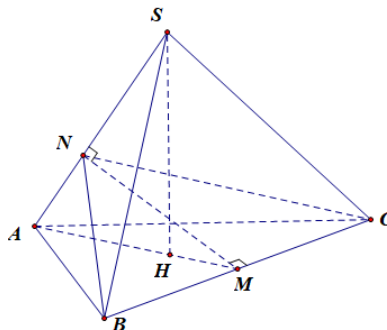
Câu 53: Chọn C

$$\text{Đặt } AD = x; a = 50 \text{ cm. Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB, \text{ ta có } NI = \frac{NQ - AD}{2} = \frac{a\sqrt{2} - x}{2}.$$

$$\text{Chiều cao khối chóp là } h = \sqrt{NI^2 - HI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}. \text{ Do đó}$$

$$V = \frac{Sh}{3} = f(x) = \frac{x^2 \sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}}{3} \leq \max_{\left(0; \frac{a}{\sqrt{2}}\right)} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{2}a}{5}\right) = \frac{4\sqrt{10}a^3}{375} = \frac{4000\sqrt{10}}{3}.$$

Câu 54: Chọn A



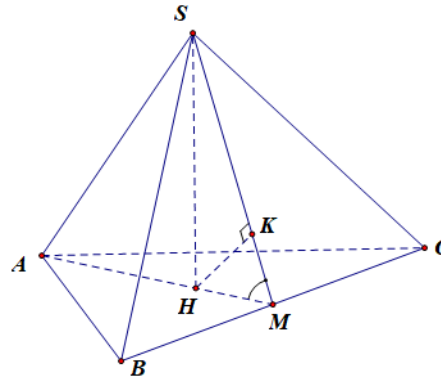
Gọi M là trung điểm của BC , N là hình chiếu vuông góc của M trên SA . Suy ra $SA \perp (BCN)$ do đó thiết diện là tam giác cân NBC .

$$MN = \frac{2S_{\triangle NBC}}{BC} = \frac{2 \cdot \frac{a^2}{4}}{a} = \frac{a}{2}.$$

Đặt $SH = h$, ta có $AM.SH = SA.MN \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}h}{2} = \frac{a\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{3}}}{2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{12} = \frac{\sqrt{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6}}{12} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 55: Chọn A



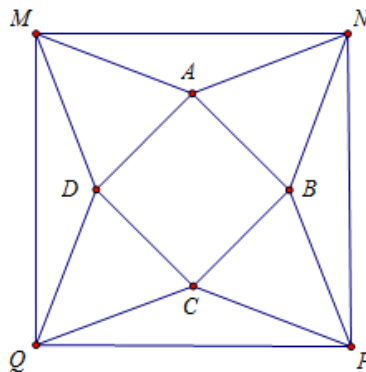
Đặt $AB = x$ và $SH = h$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SM , Ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{3}}{6}\right)^2} \Rightarrow \frac{9}{d^2(A, (SBC))} = \frac{1}{h^2} + \frac{12}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{12h^2}{h^2 - 1}.$$

Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}x^2}{4} \cdot h = f(h) = \frac{\sqrt{3}h^3}{h^2 - 1} \geq \min_{(0; +\infty)} f(h) = f(\sqrt{3}) = \frac{9}{2}$.

Dấu bằng đạt tại $h = \sqrt{3} \Rightarrow x = 18 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{h}{x\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$.

Câu 56: Chọn B

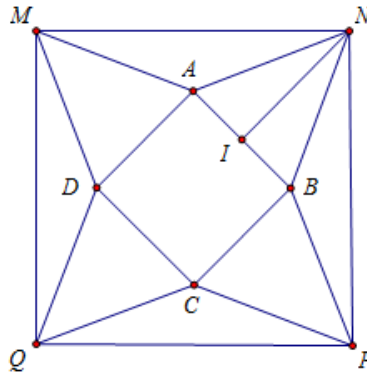


Ta có: $\angle MAN = 150^\circ \Rightarrow \angle MNA = 15^\circ \Rightarrow \angle ANB = 60^\circ$

Suy ra khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng AM .

Xét $\triangle MAN$ ta có $AM = \frac{MN}{\sin 75^\circ} = \sqrt{2}$. Do đó: $V = \frac{AM^3 \sqrt{2}}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 57: Chọn C



Gọi $AD = x$, ta có $NI = \frac{NQ - AD}{2} = \frac{a\sqrt{2} - x}{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$.

Chiều cao khối chóp là: $h = \sqrt{NI^2 - HI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2} - x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}$.

Diện tích đáy: $S_{ABCD} = x^2$

Vậy thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{x^2 \cdot \sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}}{3}, x \in \left(0; \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$.

Xét hàm số: $f(x) = \frac{x^2 \cdot \sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}}{3}, x \in \left(0; \frac{a}{\sqrt{2}}\right)$

Có $f'(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{-5a\sqrt{2}x^2 + 4a^2x}{4\sqrt{\frac{a^2 - a\sqrt{2}x}{2}}} \right), x \in \left(0; \frac{a}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{2}a}{5}$.

x	$-\infty$	0	$\frac{2\sqrt{2}a}{5}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-
$f(x)$					

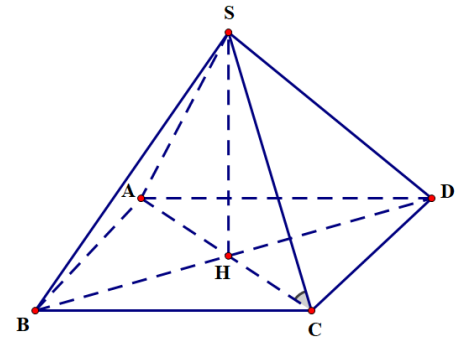
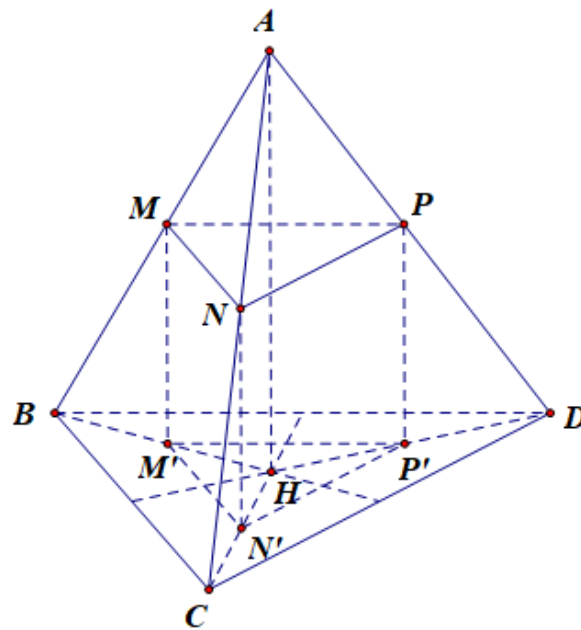
Suy ra $\max_{\left(0; \frac{a}{\sqrt{2}}\right)} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{2}a}{5}\right) = \frac{4\sqrt{10}a^3}{375} \Rightarrow \max V = \frac{4\sqrt{10}a^3}{375}$.

Câu 58: Chọn C

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SH \perp (ABCD) \end{cases}$ suy ra góc giữa cạnh bên SC

và đáy là góc $SCH \Rightarrow SH = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \tan(SCH) = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot m$

$$\text{Ta có } \begin{cases} V = \frac{Sh}{3} = \frac{a^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot m}{3} = \frac{a^3 m \sqrt{2}}{6} \Rightarrow m' = \frac{m}{8} \\ V = \frac{S'h'}{3} = \frac{(2a)^3 m' \sqrt{2}}{6} \end{cases}$$

**Câu 59: Chọn A**

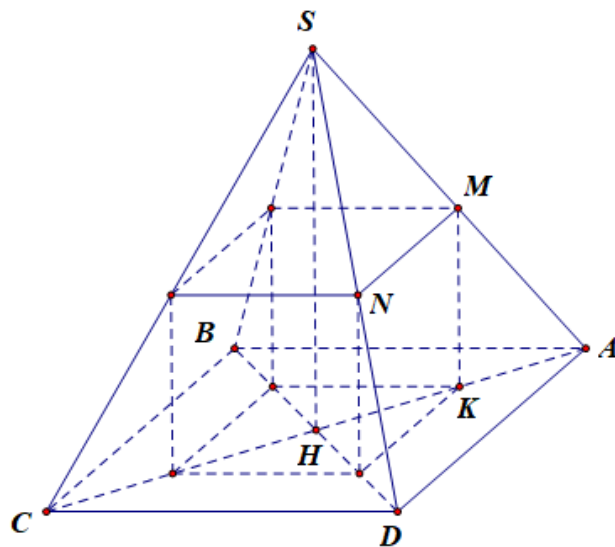
Theo giả thiết, ta có khối lăng trụ tam giác đều $MNP.M'N'P'$ như hình vẽ.

Đặt $MN = x$, $MM' = h'$; $BC = 1$; $AH = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Theo Thales, ta có

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = 1 - \frac{MM'}{AH} \Rightarrow \frac{x}{1} = 1 - \frac{h'}{\frac{\sqrt{6}}{3}} \Rightarrow h' = \frac{\sqrt{6}}{3}(1-x). \text{ Do đó}$$

$$V = \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h' = f(x) = \frac{\sqrt{2}}{4} x^2 (1-x) \leq \max_{(0;1)} f(x) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{27}.$$

Câu 60: Chọn B



Theo giả thiết thì hình hộp chữ nhật (H') có dạng như hình vẽ.

Đặt $h = SH = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $MN = x$; $MK = h'$.

Theo Thales, ta có

$$\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA} = 1 - \frac{AM}{SA} = 1 - \frac{MK}{SH} \Rightarrow \frac{x}{1} = 1 - \frac{h'}{h} \Rightarrow h' = (1-x)h. \text{ Do đó}$$

$$V_{(H')} = x^2 h' = x^2 (1-x)h = f(x) = \frac{\sqrt{2}x^2(1-x)}{2} \leq f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{27}.$$