

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

(Đề thi có 1 trang)

Khối 11

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Bài 1 (1 điểm). Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 4}$.

Bài 2 (1 điểm). Tính các đạo hàm các hàm số sau:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 - x + 1}$,

b) $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x + 1}$.

Bài 3 (1 điểm). Cho đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x+2}$, viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song đường thẳng $(d): 3x - y + 1 = 0$.

Bài 4 (1 điểm). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}, & \text{khi } x > 1 \\ x^2 + m, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên

tục tại $x_0 = 1$.

Bài 5 (1 điểm). Cho phương trình $m^2x^4 - 3m^2x^3 + x^2 + 2x - m^2 - 2 = 0$.

Chứng minh rằng phương trình đã cho có ít nhất 2 nghiệm với mọi m .

Bài 6 (1 điểm). Giải bất phương trình $\frac{\sqrt{x^2 - 7x + 10} - x - 1}{x^2 - 1} > 0$.

Bài 7 (4 điểm). Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Biết SG vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SG = a$.

- Chứng minh AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) .
- Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

— HẾT —

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ II

MÔN TOÁN - KHỐI 11

Câu	Nội dung	Điểm
1	Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 4}$.	1 điểm
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 2)}{(x-2)(x+2)}$ Tử 0.5 , Mẫu 0.25	0.5+0.25
	$= \frac{5}{2}$	0.25
2a	Tính đạo hàm của $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 - x + 1}$.	0.5
	$f'(x) = \frac{(x^2 + 2x + 3)'(2x^2 - x + 1) - (x^2 + 2x + 3)(2x^2 - x + 1)'}{(2x^2 - x + 1)^2}$	0.25
	$= \frac{(2x+2)(2x^2 - x + 1) - (x^2 + 2x + 3)(4x - 1)}{(2x^2 - x + 1)^2} = \frac{-5x^2 - 10x + 5}{(2x^2 - x + 1)^2}$ Nếu học sinh làm tắt ra thẳng $f'(x) = \frac{-5x^2 - 10x + 5}{(2x^2 - x + 1)^2}$ đúng thì 0.5 sai thì 0 .	0.25
2b	Tính đạo hàm của $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x + 1}$	0.5
	$f'(x) = \frac{(\sin 2x)' \cdot (\cos 2x + 1) - (\sin 2x)(\cos 2x + 1)'}{(\cos 2x + 1)^2}$ $= \frac{2 \cos 2x (\cos 2x + 1) + \sin 2x \cdot 2 \sin 2x}{(\cos 2x + 1)^2}$	0.25
	Học sinh có thể thu gọn trước khi tính đạo hàm khi đó $f(x) = \tan x$	0.25
	$\Rightarrow f'(x) = \tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$	0.25

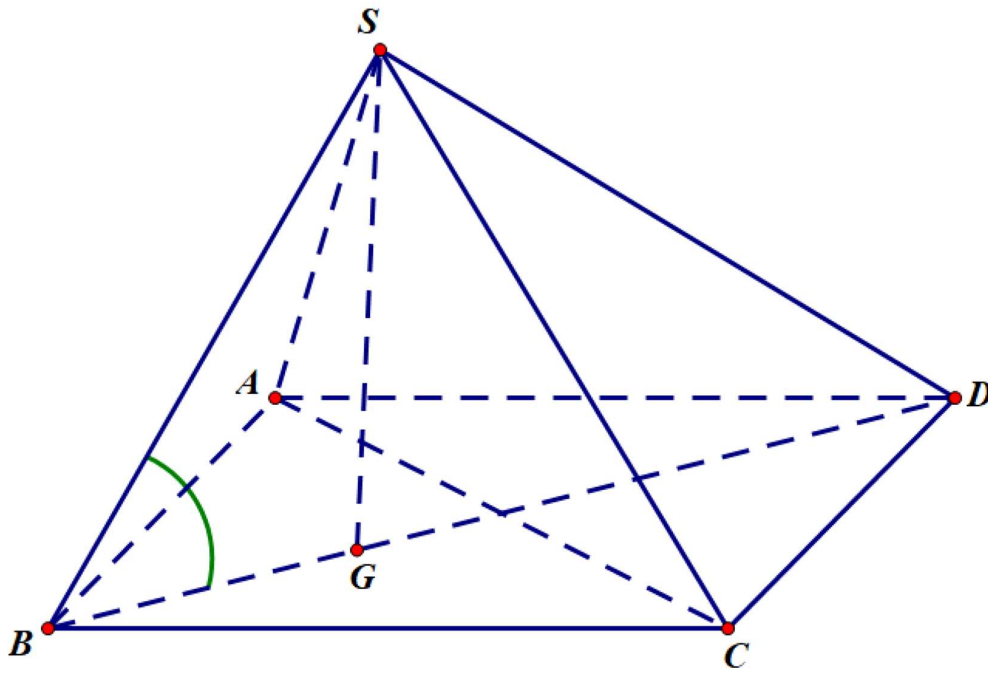
3	Cho đồ thị (C): $y = \frac{x-1}{x+2}$, viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song đường thẳng (d): $3x - y + 1 = 0$.	1
	Δ là tiếp tuyến của (C) song song (d): $y = 3x + 1$ suy ra $y' = \frac{3}{(x+2)^2} = 3$	0.25
	$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$	0.25
	Với $x = -1 \Rightarrow (\Delta_1): y = 3x + 1$ (Loại).	0.25
	Với $x = -3 \Rightarrow (\Delta_2): y = 3x + 13$ (Nhận). Học sinh thiếu nhận loại trừ 0.25	0.25
4	Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}, & \text{khi } x > 1 \\ x^2 + m, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$.	1
	$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = m + 1$.	0.25
	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}$	0.25 0.25
	Để $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$ thì $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$.	0.25
5	Cho phương trình $m^2x^4 - 3m^2x^3 + x^2 + 2x - m^2 - 2 = 0$. Chứng minh rằng phương trình đã cho có ít nhất 2 nghiệm với mọi m .	1
	Đặt $f(x) = m^2x^4 - 3m^2x^3 + x^2 + 2x - m^2 - 2 = 0$, $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. $f(-3) = 160m^2 + 13 > 0$, $f(0) = -m^2 - 2 < 0$, $f(4) = 63m^2 + 22 > 0$ Nếu học sinh tính chính xác 1 trong 3 giá trị f (mà giá trị đó phải > 0 hoặc < 0) thì chỉ cho 0.25 điểm toàn bài	0.5
	$f(-3) \cdot f(0) < 0$ và $f(x)$ liên tục trên $[-3; 0]$, nên có ít nhất 1 nghiệm $\in (-3; 0)$ $f(0) \cdot f(4) < 0$ và $f(x)$ liên tục trên $[0; 4]$, nên có ít nhất 1 nghiệm $\in (0; 4)$ (Nếu học sinh không ghi liên tục trên $\mathbb{R}$ và không ghi trên đoạn thì trừ 0.25) Và $(-3; 0) \cap (0; 4) = \emptyset$ (THA) Vậy phương trình đã cho có ít nhất 2 nghiệm với mọi m . *Học sinh có thể chỉ cần tính $f(0) = -m^2 - 2 < 0$ và tính $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ (Phải xét 2 TH $m = 0; m \neq 0$)	0.25 0.25

6	Giải bất phương trình $\frac{\sqrt{x^2-7x+10}-x-1}{x^2-1} > 0$.	1																	
	Điều kiện: $\begin{cases} x^2-7x+10 \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 5 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$. Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-7x+10}-x-1}{x^2-1}$, $f(x)$ liên tục trên từng khoảng xác định (Nếu học sinh không tìm tập xác định thì 0 điểm)	0.25																	
	$\sqrt{x^2-7x+10}-x-1=0 \Leftrightarrow x=1$	0.25																	
	Do $f(x)$ liên tục và không có nghiệm trên từng khoảng $(-\infty;-1);(-1;1);(1;2);(5;+\infty)$ nên ta có BXD (nếu có ghi liên tục thì THA còn không lập luận gì thì trừ 0.25) <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f(x)</td><td></td><td>+</td><td> </td><td>-</td><td> </td><td>-</td><td> </td><td>-</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	1	2		5	$+\infty$	f(x)		+		-		-		-	0.25
x	$-\infty$	-1	1	2		5	$+\infty$												
f(x)		+		-		-		-											
	Nhìn vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1)$.	0.25																	
7a	Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết SG vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SG=a$. Chứng minh AC vuông góc với mặt phẳng (SBD).	1																	
	$\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SG \\ (SBD): BD \cap SG = G \end{cases}$ $\Rightarrow AC \perp (SBD)$ Nếu hs không ghi $(SBD): BD \cap SG = G$ mà kết luận đúng, thì được 0.75	0.25 0.25 0.25 0.25																	

7b

Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$.

1



Trong $(ABCD)$, $SG \perp (ABCD)$ tại G

$$SB \cap (ABCD) = B$$

Suy ra BG là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$

$$\text{Nên } (SB; (ABCD)) = \widehat{SBG}$$

Ta có $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $BG = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

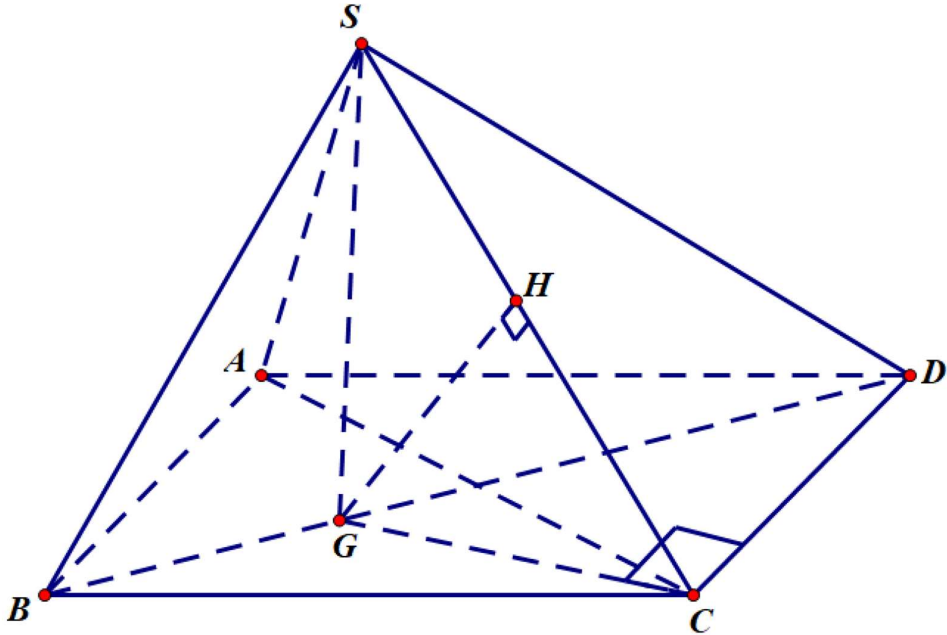
$$\triangle SBG \text{ vuông tại } G \text{ nên } \tan B = \frac{SG}{BG} = \sqrt{3} \Rightarrow (SB; (ABCD)) = 60^\circ$$

0.25

0.25

0.25

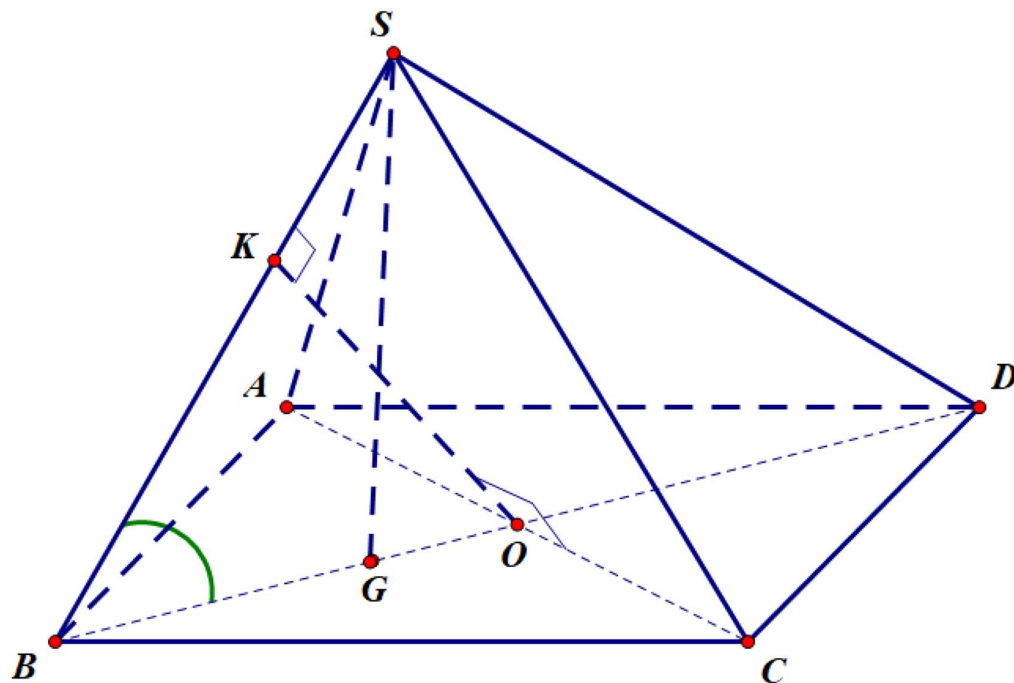
0.25

c	Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .	1
		
	Có: $CG \perp AB$ $\Rightarrow CG \perp CD$ Mà $CD \perp SG$ $\Rightarrow CD \perp (SGH)$ Trong (SGC), dựng $GH \perp SC$ Suy ra $GH \perp (SCD)$ Suy ra $d(G; (SCD)) = GH = \frac{a \cdot a \frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}}} = \frac{a}{2}$ Ta có: $BG \cap (SCD) = D$ $\Rightarrow \frac{d(B; (SCD))}{d(G; (SCD))} = \frac{BD}{GD}$ Suy ra $d(B; (SCD)) = \frac{3a}{4}$	0.25 0.25 0.25 0.25

d

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

1



Cách 1

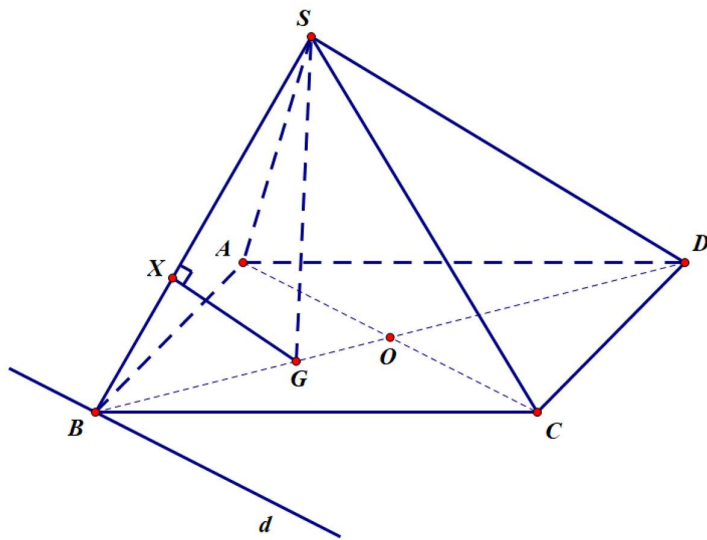
Trong (SBD) dựng $OK \perp SB$ tại K Nên $OK \perp AC$ Suy ra OK là đoạn vuông góc chung của $SB; AC$ Suy ra $d(SB; AC) = OK$ Ta có $\sin \widehat{KBO} = \frac{OK}{BO} \Rightarrow OK = BO \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{4}$ Vậy $d(SB; AC) = \frac{3a}{4}$

0.25

0.25

0.25

0.25



Cách 2

Trong $(ABCD)$, từ B dựng $d // AC$ suy ra $AC // (S; d)$

0.25

Suy ra $d(SB; AC) = d(AC; (S, d)) = d(O; (S, d))$

0.25

Trong (SBD) dựng $GX \perp SB$ tại X

Suy ra $GX \perp (S; d)$ và $GX = GH = \frac{a}{2}$

Suy ra $d(G; (S, d)) = GX = \frac{a}{2}$

Ta lại có $OG \cap (S; d) = B$

Suy ra $\frac{d(O; (S; d))}{d(G; (S; d))} = \frac{OB}{GB} = \frac{3}{2}$

0.25

Suy ra $d(O; (S, d)) = \frac{3a}{4} \Rightarrow d(SB; AC) = \frac{3a}{4}$

0.25

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II – KHỐI 11

STT	NỘI DUNG	CÂU HỎI THEO MỨC ĐỘ NHẬN THỨC								Tổng số câu	Ghi chú
		NB		TH		VD		VDC			
		TL	TN	TL	TN	TL	TN	TL	TN		
1	Giới hạn – liên tục	1		1		2					
2	Đạo hàm	1		2							
3	Quan hệ vuông góc			1		1		1			