

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. KHÁI NIỆM PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

- Hai phương trình được gọi là tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm.

- Nếu phương trình $f(x)=0$ tương đương với phương trình $g(x)=0$ thì ta viết $f(x)=0 \Leftrightarrow g(x)=0$.

Chú ý. Hai phương trình vô nghiệm là tương đương.

Ví dụ 1. Hai phương trình sau có tương đương không?

$$2x+6=0 \text{ và } x^2+6x+9=0.$$

Giải

Tập nghiệm của phương trình $2x+6=0$ là $S_1=\{-3\}$.

Phương trình $x^2+6x+9=0$ được viết lại thành $(x+3)^2=0$, do đó tập nghiệm của nó là $S_2=\{-3\}$

Vậy hai phương trình trên là tương đương.

Chú ý. Để giải phương trình, thông thường ta biến đổi phương trình đó thành một phương trình tương đương đơn giản hơn. Các phép biến đổi như vậy gọi là các phép biến đổi tương đương.

Nếu thực hiện các phép biến đổi sau đây trên một phương trình mà không làm thay đổi điều kiện của nó thì ta được một phương trình mới tương đương với phương trình đã cho:

a) Cộng hay trừ hai vế với cùng một số hoặc một biểu thức:
 $f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)+h(x)=g(x)+h(x)$.

b) Nhân hoặc chia hai vế với cùng một số khác 0 hoặc với cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0:
 $f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)h(x)=g(x)h(x), (h(x) \neq 0)$.

2. PHƯƠNG TRÌNH $\sin x = m$

- Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$.

- Khi $|m| \leq 1$, sẽ tồn tại duy nhất $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thoả mãn $\sin \alpha = m$.

$$\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Khi đó

Chú ý

a) Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ thì

$$\sin x = \sin \alpha^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - \alpha^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Một số trường hợp đặc biệt:

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\sin x = \frac{1}{3}$$

b)

Giải

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

a)

$$\sin u = \sin v \Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

b) Gọi $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là góc thoả mãn $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó ta có:

$$\sin x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Ví dụ 3. Giải phương trình $\sin 2x = \sin(60^\circ - 3x)$

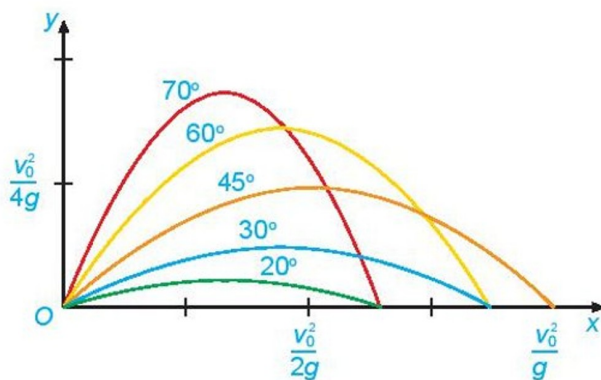
Giải

$$\begin{aligned} \sin 2x = \sin(60^\circ - 3x) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 60^\circ - 3x + k360^\circ \\ 2x = 180^\circ - (60^\circ - 3x) + k360^\circ \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 60^\circ + k360^\circ \\ -x = 120^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12^\circ + k72^\circ \\ x = -120^\circ - k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Ví dụ 4. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu có độ lớn v_0 không đổi. Tìm góc bắn α để quả đạn pháo bay xa nhất, bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất.



Giải



Chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ đặt tại vị trí khẩu pháo, trục Ox theo hướng khẩu pháo như hình bên. Khi đó, theo Vật lý, ta biết rằng quỹ đạo của quả đạn pháo có dạng đường parabol có

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

phương trình (với g là gia tốc trọng trường)

Cho $y=0$ ta được $-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha = 0$, suy ra $x=0$ hoặc $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Quả đạn tiếp đất khi $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

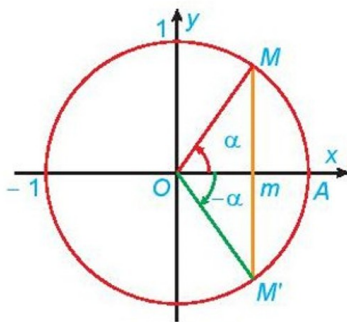
Ta có $x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \leq \frac{v_0^2}{g}$, dấu bằng xảy ra khi $\sin 2\alpha = 1$.

Giải phương trình $\sin 2\alpha = 1$, ta được $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Do $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ nên $\alpha = \frac{\pi}{4}$ hay $\alpha = 45^\circ$.
 Vậy quả đạn pháo sẽ bay xa nhất khi góc bắn bằng 45° .

3. PHƯƠNG TRÌNH $\cos x = m$

- Phương trình $\cos x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$.
- Khi $|m| \leq 1$, sẽ tồn tại duy nhất $\alpha \in [0; \pi]$ thỏa mãn $\cos \alpha = m$. Khi đó

$$\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



Chú ý

a) Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ thì

$$\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k360^\circ \\ x = -\alpha + k360^\circ \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Một số trường hợp đặc biệt:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\cos x = 0,1$

$$\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Giải

a) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{5\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) Gọi $\alpha \in [0; \pi]$ là góc thỏa mãn $\cos \alpha = 0,1$. Khi đó ta có:

$$\cos x = 0, 1 \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Ví dụ 6. Giải phương trình $\cos 2x = \cos(45^\circ - x)$
Giải

$$\begin{aligned} \cos 2x = \cos(45^\circ - x) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 45^\circ - x + k360^\circ \\ 2x = -(45^\circ - x) + k360^\circ \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 45^\circ + k360^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15^\circ + k120^\circ \\ x = -45^\circ + k360^\circ \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

4. PHƯƠNG TRÌNH $\tan x = m$

- Phương trình $\tan x = m$ có nghiệm với mọi m .

- Với mọi $m \in \mathbb{R}$, tồn tại duy nhất $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thoả mãn $\tan \alpha = m$. Khi đó $\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chú ý. Nếu số đo của góc α được cho bằng đơn vị độ thì $\tan x = \tan \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = -\sqrt{3}$.

b) $\tan x = 2$.

Giải

a) $\tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) Gọi $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là góc thoả mãn $\tan \alpha = 2$. Khi đó ta có: $\tan x = 2 \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

5. PHƯƠNG TRÌNH $\cot x = m$

- Phương trình $\cot x = m$ có nghiệm với mọi m .

- Với mọi $m \in \mathbb{R}$, tồn tại duy nhất $\alpha \in (0; \pi)$ thoả mãn $\cot \alpha = m$. Khi đó $\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chú ý. Nếu số đo góc α được cho bằng đơn vị độ thì $\cot x = \cot \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a) $\cot x = -\sqrt{3}$

b) $\cot x = 5$.

Giải

$\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

a) $\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) Gọi $\alpha \in (0; \pi)$ là góc thoả mãn $\cot \alpha = 5$. Khi đó ta có: $\cot x = 5 \Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

6. SỬ DỤNG MÁY TÍNH CẦM TAY TÌM MỘT GÓC KHI BIẾT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA NÓ

Các phím $(\sin^{-1}), (\cos^{-1})$ và $(\tan^{-1})$ của máy tính cầm tay được dùng để tìm số đo (độ hoặc radian) của một góc khi biết một trong các giá trị lượng giác của nó.

Để tìm số đo ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Chọn đơn vị đo góc (độ hoặc radian).

Muốn tìm số đo độ (dòng trên cùng của màn hình xuất hiện chữ nhỏ D), ta ấn **SHIFT** **MODE** **3**

Muốn tìm số đo radian (dòng trên cùng của màn hình xuất hiện chữ nhỏ R), ta ấn.

SHIFT **MODE** **4**

Bước 2. Tìm số đo góc.

Khi biết sin, cosin hay tang của góc α cần tìm bằng m , ta lần lượt ấn các phím **SHIFT** và một trong các phím (**SIN** **COS** và **TAN**), rồi nhập giá trị lượng giác m và cuối cùng ấn phím **=**. Lúc này trên màn hình cho kết quả là số đo của góc α (độ hoặc radian).

Chú ý

- Khi ở chế độ radian, các phím $(\sin^{-1})$, $(\tan^{-1})$, cho kết quả là một số thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, phím $(\cos^{-1})$ cho kết quả là một số thuộc khoảng $(0; \pi)$, tất nhiên với $(\sin^{-1})$ và $(\cos^{-1})$ thì $|m| \leq 1$.

- Khi ở chế độ số đo độ, các phím $(\sin^{-1})$ và $(\tan^{-1})$ cho kết quả là số đo góc α từ -90° đến 90° , phím $(\cos^{-1})$ cho kết quả là số đo góc α từ 0° đến 180° , với $(\sin^{-1})$ và $(\cos^{-1})$ thì $|m| \leq 1$.

- Khi có kết quả (trường hợp chọn đơn vị đo độ), ấn phím... thì đưa kết quả về dạng độ - phút - giây.

Ví dụ 9. Sử dụng máy tính cầm tay, tìm số đo độ và radian của góc α , biết $\sin \alpha = 0,58$.

Giải

Số đo độ:

$\sin \alpha$	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả của α (gần đúng)
0,58	SHIFT MODE 3 SHIFT SIN 0 . 5 8 = ...	35.45054264	$35^\circ 27' 2''$

Số đo radian:

$\sin \alpha$	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả của α (gần đúng)
0,58	SHIFT MODE 4 SHIFT SIN 0 . 5 8 =	0.6187286907	0,61873

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

$$\frac{x-1}{x+1} = 0 \text{ và } x^2 - 1 = 0.$$

Câu 1. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Xét sự tương đương của hai phương trình sau:

Câu 2. Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình nào trong bốn phương trình sau ?

$$(1): x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2} \quad (2): x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$$

$$(3): x^2 \sqrt{x-3} = 3x \sqrt{x-3} \quad (4): x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}$$

Câu 3. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và

$$(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0 \quad (2)$$

Câu 4. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2)

DẠNG 2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 5. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\sin 3x = -\sin 5x$.

Câu 6. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $2\cos x = -\sqrt{2}$;

b) $\cos 3x - \sin 5x = 0$

Câu 7. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Khi Mặt Trăng quay quanh Trái Đất, mặt đối diện với Trái Đất thường chỉ được Mặt Trời chiếu sáng một phần. Các pha của Mặt Trăng mô tả mức độ phần bề mặt của nó được Mặt Trời chiếu sáng. Khi góc giữa Mặt Trời, Trái Đất và Mặt Trăng là α ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$) thì tỉ lệ F của phần Mặt Trăng được chiếu sáng cho bởi công thức

$$F = \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha).$$



(Theo trang usno.navy.mil).

Xác định góc α tương ứng với các pha sau của Mặt Trăng:

a) $F = 0$ (trăng mới);

b) $F = 0,25$ (trăng lưỡi liềm);

c) $F = 0,5$ (trăng bán nguyệt đầu tháng hoặc trăng bán nguyệt cuối tháng);

d) $F = 1$ (trăng tròn).

Câu 8. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3} \tan 2x = -1$;

b) $\tan 3x + \tan 5x = 0$.

Câu 9. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\cot x = 1$;

b) $\sqrt{3} \cot x + 1 = 0$.

Câu 10. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Sử dụng máy tính cầm tay, tìm số đo độ và radian của góc α , biết:

a) $\cos \alpha = -0,75$;

b) $\tan \alpha = 2,46$;

c) $\cot \alpha = -6,18$.

Câu 11. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- b) $2 \cos x = -\sqrt{2}$
 c) $\sqrt{3} \tan \left(\frac{x}{2} + 15^\circ \right) = 1$;
 d) $\cot(2x - 1) = \cot \frac{\pi}{5}$

Câu 12. Giải các phương trình sau:

- a) $\sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$
 b) $\sin(3x - 30^\circ) = \sin 45^\circ$
 c) $\sin \left(3x - \frac{3\pi}{4} \right) = \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right)$
 d) $\sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) = 0$ e) $\cos \left(-x + \frac{\pi}{3} \right) = 1$
 f) $\cos \left(5x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \left(\frac{7\pi}{4} - 2x \right)$
 g) $\cos(2x + 25^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $\cos \left(\frac{\pi}{6} - 2x \right) = -\frac{1}{4}$

Câu 13. Giải các phương trình sau:

- a) $\tan(2x - 1) = \tan \left(-x + \frac{\pi}{3} \right)$
 b) $\tan(3x - 10^\circ) = \sqrt{3}$
 c) $3 \tan \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -1$
 d) $\cot \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$
 e) $2 \cot(3x) = 3$
 f) $\cot \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \cot \left(-2x + \frac{\pi}{6} \right)$

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN CÓ ĐIỀU KIỆN NGHIỆM

Câu 14. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo

phương trình $x = 2 \cos \left(5t - \frac{\pi}{6} \right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 15. 1. Tìm nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 2\pi \right)$

- a) $\sin \left(\frac{\pi}{6} + 2x \right) = -1$

$$b) \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$c) \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

2. Tìm nghiệm thuộc khoảng $[-\pi; \pi]$

$$a) \cot\left(-x + \frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

$$b) 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{2}$$

$$c) \tan(-x) = \tan(2x + 1)$$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 16. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Giải các phương trình sau:

$$a) \sin 2x + \cos 4x = 0;$$

$$b) \cos 3x = -\cos 7x.$$

Câu 17. (SGK-KNTT 11- Tập 1) Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500 \text{ m/s}$ hợp với phương ngang một góc α . Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình

$$y = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha, \text{ ở đó } g = 9,8 \text{ m/s}^2 \text{ là gia tốc trọng trường.}$$

a) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất).

b) Tìm góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m .

c) Tìm góc bắn α để quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

Câu 18. Giải các phương trình sau:

$$a) \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$b) \tan 3x + \tan x = 0$$

Câu 19. Giải các phương trình sau:

$$a) \cos^2\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{4\pi}{5}\right)$$

$$b) 4 \cos^2(2x - 1) = 1$$

Câu 20. Giải các phương trình sau:

$$a) \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$b) 8 \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \sqrt{2}$$

$$c) \cos 3x - \cos 5x = \sin x$$

$$d) \sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$$

Câu 21. Giải các phương trình sau:

- a) $\cot\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$
 b) $\cot x \cdot \cot 2x = -1$

Câu 22. Giải các phương trình sau:

- a) $\tan x = 3 \cot x$
 b) $2 \sin^2 x + \cos 2x = 2$

Câu 23. Giải các phương trình: $\sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 3 \sin x + \cos x + 2$

Câu 24. Giải các phương trình: $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

Câu 25. Giải các phương trình: $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$

Câu 26. Giải các phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$

Câu 27. Tìm m để:

- a) Phương trình $\sin x = m$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.
 b) Phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Hai phương trình được gọi là tương đương khi
 A. Có cùng tập xác định. B. Có số nghiệm bằng nhau.
 C. Có cùng dạng phương trình. D. Có cùng tập hợp nghiệm.
- Câu 2.** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương với phương trình $x - 1 = 0$?
 A. $x + 2 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $2x - 2 = 0$. D. $(x - 1)(x + 2) = 0$.
- Câu 3.** Cho phương trình: $x^2 + x = 0$ ⁽¹⁾. Phương trình nào tương đương với phương trình ⁽¹⁾?
 A. $x(x + 1) = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $x^2 + (x + 1)^2 = 0$. D. $x = 0$
- Câu 4.** Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. Hai phương trình $x^2 + 1 = 0$ và $|x + 1| = -3$ là hai phương trình tương đương.
 B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.
 C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.
 D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.
- Câu 5.** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2 - 3x = 0$?
 A. $x^2 \sqrt{x - 3} = 3x \sqrt{x - 3}$. B. $x^2 + \frac{1}{x - 3} = 3x + \frac{1}{x - 3}$.
 C. $x^2 + \sqrt{x^2 + 1} = 3x + \sqrt{x^2 + 1}$. D. $x^2 + \sqrt{x - 2} = 3x + \sqrt{x - 2}$.
- Câu 6.** Cho phương trình $f(x) = g(x)$ xác định với mọi $x > 0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?
 A. $\sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} \cdot g(x)$. B. $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}} = \frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$.

C. $k.f(x) = k.g(x)$, với mọi số thực $k \neq 0$ D. $(x^2 + 1).f(x) = (x^2 + 1).g(x)$

Câu 7. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2 - 4 = 0$?

A. $(2+x)(-x^2 + 2x + 1) = 0$ B. $(x-2)(x^2 + 3x + 2) = 0$

C. $\sqrt{x^2 - 3} = 1$ D. $x^2 - 4x + 4 = 0$

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1 = 0$ B. $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 0$

C. $|x-2| = |x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2 = (x+1)^2$ D. $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 9. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0$

C. $\sqrt{x+1} = 2-x$ và $x+1 = (2-x)^2$

D. $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$

Câu 10. Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

A. $\sqrt{x-1} = x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} = x(2x+1)$

B. $\sqrt{(x+1)(2-x)} = 0$ và $\sqrt{1+x}.\sqrt{2-x} = 0$

C. $\frac{2x}{(x+1)^2} = \frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1} = x^2$

D. $\sqrt{x^2(x-2)} = 0$ và $|x|.\sqrt{x-2} = 0$

Câu 11. Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

A. $x + \sqrt{x^2 - 2} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2} \Leftrightarrow x = x^2$ B. $\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow 2-x = x^2$

C. $x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2$ D. $x + \sqrt{x^2 + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow x = x^2$

Câu 12. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2 - 5} = 2 - x$ ⁽¹⁾, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình ⁽¹⁾ ta được:

$$x^2 - 5 = (2 - x)^2 \quad (2)$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn ⁽²⁾ ta được: $4x = 9$.

Bước 3: $(2) \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x = \frac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. B. Sai ở bước 1. C. Sai ở bước 2. D. Sai ở bước 3.

Câu 13. Phương trình $x^2 = 3x$ tương đương với phương trình:

A. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}$ B. $x^2 + \sqrt{x^2 + 1} = 3x + \sqrt{x^2 + 1}$

$$\text{C. } x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2} \quad \text{D. } x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}$$

Câu 14. Khi giải phương trình $\frac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x-2}} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1) \Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}}(x-4) = 0$ (2)

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x-2}} = 0 \cup x-4 = 0$

Bước 3: $\Leftrightarrow x = 3 \cup x = 4$

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{3; 4\}$

Cách giải trên sai từ bước nào?

- A. Sai ở bước 2. B. Sai ở bước 1. C. Sai ở bước 4. D. Sai ở bước 3.

Câu 15. Khi giải phương trình $\frac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x-3}} = 0$ (1), một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1) \Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x-3}}(x-4) = 0$ (2)

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x-3}} = 0 \cup x-4 = 0$

Bước 3: $\Leftrightarrow x = 5 \cup x = 4$

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T = \{5; 4\}$

Cách giải trên sai từ bước nào?

- A. Sai ở bước 3. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 1. D. Sai ở bước 4.

Câu 16. Phép biến đổi nào sau đây đúng

A. $5x + \sqrt{x-3} = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = \sqrt{x-3}$

B. $\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x+2 = x^2$

C. $3x + \sqrt{x-1} = x^2 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 3x = x^2$

D. $\frac{x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{2-x}{x-1} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$

Câu 17. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x + \frac{1}{x} = 1$?

A. $7 + \sqrt{6x-1} = -18$

B. $|2x-1| + \sqrt{2x+1} = 0$

C. $x\sqrt{x-5} = 0$

D. $x^2 + \sqrt{x} = -1$

Câu 18. Cho phương trình $\frac{3x-2}{x+1} - 1 = \frac{2x}{x+1}$. Với điều kiện $x \neq -1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x-2-(x+1)=2x$

B. $3x-2-1=2x$

C. $3x-2-x+1=2x$

D. $3x-2=2x$

Câu 19. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x\sqrt{3-2x} + x^2 = x^2 + x$ và $x\sqrt{3-2x} = x$

B. $3x\sqrt{x+1} = 8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1} = 16\sqrt{3-x}$

C. $x+1 = x^2 - 2x$ và $x+2 = (x-1)^2$

D. $\sqrt{x+2} = 2x$ và $x = \frac{5}{3}$

Câu 20. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 0.$

B. $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1.$

C. $|x-2| = |x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2 = (x+1)^2.$

D. $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{1-x} \Leftrightarrow x-1 = 0.$

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x = x^2.$

B. $\frac{2x-3}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 2x-3 = (x-1)^2.$

C. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 \Leftrightarrow 3x = x^2 - \sqrt{x-2}.$

D. $\sqrt{x-1} = 3x \Leftrightarrow x-1 = 9x^2.$

Câu 22. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x + \sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{x-1}$ và $x = 1.$

B. $x(x+2) = x$ và $x+2 = 1.$

C. $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1.$

D. $\sqrt{x}(x+2) = \sqrt{x}$ và $x+2 = 1.$

Câu 23. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1.$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0.$

C. $\sqrt{x+1} = 2-x$ và $x+1 = (2-x)^2.$

D. $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1.$

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là

A. $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 25. Phương trình $\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ C. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$

Câu 26. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ D. $x = \frac{k\pi}{2}$

Câu 27. Tìm nghiệm của phương trình $2 \sin x - 3 = 0$.

A. $x \in \emptyset$ B. $\begin{cases} x = \arcsin \left(\frac{3}{2} \right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin \left(\frac{3}{2} \right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = \arcsin \left(\frac{3}{2} \right) + k2\pi \\ x = -\arcsin \left(\frac{3}{2} \right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$

D. $x \in \mathbb{R}$

Câu 28. Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

A. $x = \pi$ B. $x = -\frac{\pi}{2}$ C. $x = \frac{\pi}{2}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

Câu 29. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

Câu 30. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30^\circ$ là

- A. $S = \{30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
 B. $S = \{\pm 30^\circ + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$
 C. $S = \{\pm 30^\circ + k360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$
 D. $S = \{30^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150^\circ + 360^\circ \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 31. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 32. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $S = \left\{\frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 33. Phương trình $2\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là:

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi \end{cases}$

Câu 34. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

- A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 35. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2p}{3} + k2p$ B. $x = \pm \frac{p}{6} + kp$ C. $x = \pm \frac{p}{3} + k2p$ D. $x = \pm \frac{p}{6} + k2p$

Câu 36. Giải phương trình $\cos x = 1$.

A. $x = \frac{kp}{2}, k \notin \mathbb{Z}$. B. $x = kp, k \notin \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{p}{2} + k2p, k \notin \mathbb{Z}$. D. $x = k2p, k \notin \mathbb{Z}$.

Câu 37. Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là:

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 38. Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 39. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 40. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos \frac{x}{3} = 0$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{3\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 41. Phương trình $2\cos x - \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 42. Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 43. Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 44. Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Câu 45. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2\cos(x + \alpha) = 1$

A. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
C. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 46. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m, (m \in \mathbb{R})$

A. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
B. $x = \pm \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$
C. $x = \arctan m + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$
D. $x = \arctan m + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 47. Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\emptyset$ C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 49. Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 50. Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$ D. vô nghiệm.

Câu 51. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 52. Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 53. Phương trình lượng giác $3 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ B. Vô nghiệm. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 54. Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 55. Giải phương trình $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $3 \sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

- A. 7 B. 6 C. 3 D. 5

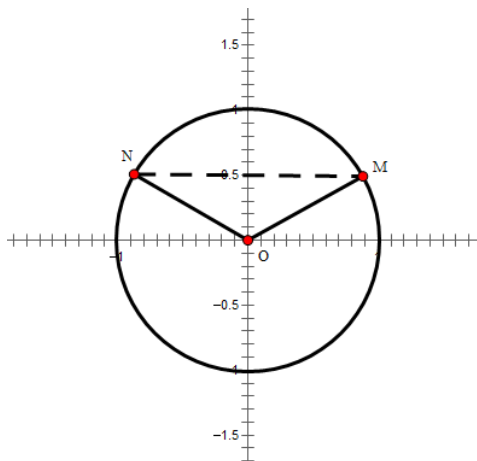
Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

- A. $m \leq 1$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m \leq -1$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in (1; +\infty)$.
 C. $m \in [-1; 1]$. D. $m \in (-\infty; -1)$.

Câu 59. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 2 điểm M, N ?



- A. $2 \sin 2x = 1$ B. $2 \cos 2x = 1$ C. $2 \sin x = 1$ D. $2 \cos x = 1$

- Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?
A. 6. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 7.
- Câu 61.** Cho phương trình $\cos 5x = 3m - 5$. Gọi đoạn $[a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Tính $3a + b$.
A. 5. **B.** -2. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** 6.
- Câu 62.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 63.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - m = 2$ có nghiệm. Tính tổng T của các phần tử trong S .
A. $T = 6$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = -6$.
- Câu 64.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.
- Câu 65.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $m\cos x + 1 = 0$ có nghiệm?
A. 2018. **B.** 2019. **C.** 4036. **D.** 4038.
- Câu 66.** Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là
A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$
- Câu 67.** Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là
A. $x = k\pi$; $x = k\frac{\pi}{2}$ **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$
C. $x = k2\pi$; $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ **D.** $x = k\pi$; $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:
 $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2)
A. $m = -5$. **B.** $m = -5$; $m = 4$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 5$.
- Câu 69.** Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:
 $2x^2 + mx - 2 = 0$ (1) và $2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0$ (2)
A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Câu 70. Cho phương trình $f(x)=0$ có tập nghiệm $S_1=\{m; 2m-1\}$ và phương trình $g(x)=0$ có tập nghiệm $S_2=[1; 2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x)=0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x)=0$.

- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $m \in \emptyset$. D. $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

Câu 71. Xác định m để hai phương trình sau tương đương:

$$x^2 + x + 2 = 0 \quad (1) \text{ và } x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 2 = 0 \quad (2)$$

- A. $m < -3$ B. $m \leq -3$ C. $m \leq -6$ D. $m \geq -6$

Câu 72. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

- A. $\frac{7\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 73. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = \frac{\pi}{12}$ làm nghiệm.

- A. $m \neq 2$. B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$. C. $m = -4$. D. $m = -1$.

Câu 74. Phương trình $\sin 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 75. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 76. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 77. Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{\pi}{2}$. C. π . D. $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 78. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $S = \frac{5\pi}{6}$. B. $S = \frac{\pi}{3}$. C. $S = \frac{\pi}{2}$. D. $S = \frac{\pi}{6}$.

Câu 79. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi]$ là:

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

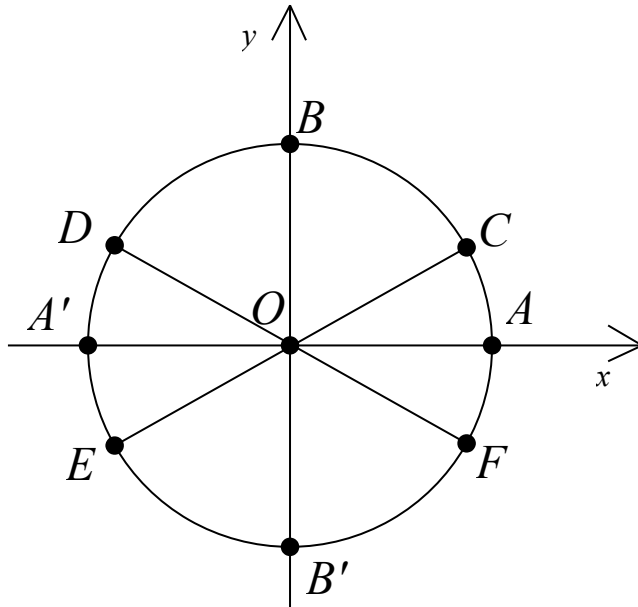
Câu 80. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

- A. 20179. B. 20181. C. 16144. D. 16145.

- Câu 81.** Số nghiệm thực của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 10\pi\right]$ là:
A. 12. **B.** 11. **C.** 20. **D.** 21.
- Câu 82.** Phương trình: $2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} = 0$ có mấy nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$.
A. 8. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 83.** Tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $4\sin^2 2x - 1 = 0$ bằng:
A. π . **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** 0. **D.** $\frac{\pi}{6}$.
- Câu 84.** Biết các nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có dạng $x = \frac{\pi}{m} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{n} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$; với m, n là các số nguyên dương) Khi đó $m + n$ bằng
A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 85.** Phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là
A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3
- Câu 86.** Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là:
A. $x = \pi$. **B.** $x = \frac{11\pi}{12}$. **C.** $x = \frac{2\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$.
- Câu 87.** Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.
A. $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$; $\left\{\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right\}$.
C. $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$; $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$.
- Câu 88.** Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là?
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 89.** Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 90.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x = 0$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng T . Khi đó T có giá trị là:
A. $T = \frac{7\pi}{6}$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = \frac{4\pi}{3}$. **D.** $T = \pi$.
- Câu 91.** Số nghiệm của phương trình $2\cos x = \sqrt{3}$ trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 92.** Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình: $\tan x = \tan 3x$

- 55 π . B. $\frac{171\pi}{2}$. C. 45 π . D. $\frac{190\pi}{2}$.
- A.

Câu 93. Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



- A. Điểm F, điểm D. B. Điểm C, điểm F.
C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F. D. Điểm E, điểm F.
- Câu 94.** Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{11}$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$ là?
A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 95.** Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng:
A. $\frac{5\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. 2π .
- Câu 96.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ trên khoảng $(-90^\circ; 90^\circ)$ bằng)
A. 0° . B. -30° . C. 30° . D. -60° .
- Câu 97.** Nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{k}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó $m - n$ bằng
A. 3. B. 5. C. -3. D. -5.
- Câu 98.** Hỏi trên đoạn $[0; 2018\pi]$, phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 2018. B. 6340. C. 2017. D. 6339.
- Câu 99.** Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ là ?
A. 2. B. 4. C. 6. D. 7.
- Câu 100.** Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{4}$.

B. $x = \frac{7\pi}{24}$.

C. $x = \frac{\pi}{8}$.

D. $x = \frac{\pi}{12}$.

Câu 101. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{(2\cos x - 1)(\sin 2x - \cos x)}{\sin x - 1} = 0$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được kết quả là:

A. $T = \frac{2\pi}{3}$.

B. $T = \frac{\pi}{2}$.

C. $T = \pi$.

D. $T = \frac{\pi}{3}$.

Câu 102. Phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ là:

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Câu 103. Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin\frac{x}{2} + 2\right) = 0$

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 104. Phương trình $8\cos 2x \sin 2x \cos 4x = -\sqrt{2}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 105. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 106. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\cos 4x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là S . Hãy xác định S .

A. $S = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10}\right\}$

B. $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}\right\}$

C. $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{10}; \frac{7\pi}{10}\right\}$

D. $S = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10}\right\}$

Câu 107. Phương trình $\cos 3x \tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị sau của x làm nghiệm

A. $x = \frac{\pi}{2}$

B. $x = 10\pi; x = \frac{\pi}{10}$

C. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{10}$

D. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$

Câu 108. Giải phương trình $\frac{1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} - \tan^2 x = 4$

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$

C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$

Câu 109. Giải phương trình $\frac{\cos x(1 - 2\sin x)}{2\cos^2 x - \sin x - 1} = \sqrt{3}$

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$
 C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 110. Giải phương trình $\sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1$

- A. Vô nghiệm. B. $x = k2\pi$ C. $x = \frac{k\pi}{2}$ D. $x = k\pi$

Câu 111. Phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ có tổng các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ bằng

- A. 2π B. 3π C. 5π D. 6π

Câu 112. Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 113. Giải phương trình $\sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x$

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$ C. $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 114. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos 2x$ thuộc đoạn $[0; 20\pi]$.

- A. 20 B. 40 C. 30 D. 60

Câu 115. Biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ trên đường tròn lượng giác ta được số điểm cuối là

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 2

Câu 116. Xét phương trình $\sin 3x - 3\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x + 3\cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

- A. $(2\sin x - 1)(2\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$ B. $(2\sin x - \cos x + 1)(2\cos x - 1) = 0$
 C. $(2\sin x - 1)(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$ D. $(2\sin x - 1)(\cos x - 1)(2\cos x + 1) = 0$

Câu 117. Giải phương trình $\frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} = \frac{1}{\cos x}$

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = k2\pi$ C. Vô nghiệm. D. $x = \frac{k\pi}{2}$

Câu 118. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$.

- A. $\frac{9\pi}{8}$ B. $\frac{12\pi}{3}$ C. $\frac{9\pi}{4}$ D. 2π

Câu 119. Khẳng định nào sau đây là đúng về phương trình $\sin\left(\frac{x}{x^2+6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{80}{x^2+32x+332}\right) = 0$?

- A. Số nghiệm của phương trình là 8 . B. Tổng các nghiệm của phương trình là 8 .
 C. Tổng các nghiệm của phương trình là 48 . D. Phương trình có vô số nghiệm thuộc $\mathbb{R}$.

Câu 120. Phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = 3\sqrt{3}$ tương đương với phương trình

- A. $\cot x = \sqrt{3}$ B. $\cot 3x = \sqrt{3}$ C. $\tan x = \sqrt{3}$ D. $\tan 3x = \sqrt{3}$

Câu 121. Phương trình $2\cot 2x - 3\cot 3x = \tan 2x$ có nghiệm là:

- A. $x = k\frac{\pi}{3}$. B. $x = k\pi$. C. $x = k2\pi$. D. Vô nghiệm.

Câu 122. Phương trình $\sqrt{(-x^2 + 3x - 2)} \cdot \sin \pi(4x^2 + 2x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?
 A. 13 B. 5 C. 17 D. 15

Câu 123. Giải phương trình $\frac{\sin^2 x - \cos^2 x + \cos^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^4 x} = 9$.
 A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Câu 124. Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là:
 A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$. C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Câu 125. Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là các nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$. Tính tổng $S = 2x_1 + x_2$.

- A. $S = -\frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{2}$. C. $S = \pi$. D. $S = 2\pi$.

Câu 126. Tìm số nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ của phương trình $\sin^3 x + \sin x \cos x = 1 - \cos^3 x$.
 A. 2 . B. 4 . C. 3 . D. 1 .

Câu 127. Tìm m để phương trình $\tan x + \cot x = 2m$ có nghiệm.
 A. $m \geq 1$. B. $0 < m < 1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $m < 1$.

Câu 128. Tính tổng S các nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $(2\sin x - 1)(2\sin 2x + 1) = 3 - 4\cos^2 x$.

- A. $S = \pi$. B. $S = 2\pi$. C. $S = \frac{\pi}{2}$. D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 129. Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$, phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ có nghiệm dạng $\frac{a\pi}{2}, a \in \mathbb{Z}$. Tính tổng S các giá trị a tìm được)
 A. $S = 4$. B. $S = 1$. C. $S = 2$. D. $S = 6$.