

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐOAN HÙNG
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 6, 7, 8 NĂM HỌC 2012-2013
MÔN: TOÁN 8

ĐỀ CHÍNH THỨC

*Thời gian: 90 phút - Không kể thời gian giao đề
Đề thi có 01 trang*

Câu 1 (3,0 điểm):

1. Cho Biểu thức : $A = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x+1-x^2}{3x}$

- a) Tìm điều kiện của x để A xác định, Rút gọn biểu thức A.
b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên .

2. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác ABC thỏa mãn hệ thức :
 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì

Câu 2 (1,5 điểm):

Tìm $n \in \mathbb{Z}$ sao cho: $n^2 + n - 17$ là bội của $n + 5$.

Câu 3 (2,0 điểm):

Lúc 7 giờ sáng, một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau 36 km, rồi ngay lập tức quay trở về bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính vận tốc của ca nô lúc xuôi dòng, biết vận tốc nước chảy là 6 km/h.

Câu 4 (2,5 điểm):

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi E; F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. M là giao điểm của CE và DF.

- a) Chứng minh CE vuông góc với DF.
b) Chứng minh $AM = AD$
c) Tính diện tích ΔMDC theo a.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho các số nguyên dương m, n. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |36^m - 5^n|$$

.....Hết.....

Họ tên thí sinh: Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN ĐOAN HÙNG
HƯỚNG DẪN CHẤM HỌC SINH NĂNG KHIẾU LỚP 6,7,8 NĂM HỌC 2012-2013
MÔN: TOÁN LỚP 8

A. Một số chú ý khi chấm bài:

• Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Thí sinh giải cách khác mà cho kết quả đúng thì tổ chấm thống nhất cho điểm từng phần ứng với thang điểm của **Hướng dẫn chấm**.

• Giám khảo cần bám sát yêu cầu giữa phần tính và phần lí luận của bài giải của thí sinh để cho điểm.

• **Tổ chấm** có thể chia nhỏ thang điểm đến 0,25. **Điểm bài thi** là tổng các điểm thành phần không làm tròn.

Câu	Yêu cầu nội dung	Điểm
Câu1	a) ĐKXD : $x \neq 0$; $x \neq -1$; $x \neq \frac{1}{2}$	0,25
	$A = \frac{(x+2)(x+1)+6x-9x(x+1)}{3x(x+1)} : \frac{2(1-2x)}{x+1} - \frac{3x+1-x^2}{3x}$	0,25
	$A = \frac{1+2x}{3x} - \frac{3x+1-x^2}{3x} = \frac{x^2-x}{3x} = \frac{x-1}{3}$	0,75
	b) Ta có: $A = \frac{x-1}{3}$	
	A nhận giá trị nguyên khi x nguyên và x-1 chia hết cho 3. Ta có : $x-1 = 3k \Rightarrow x = 3k+1$ (với k nguyên). Vậy với $x = 3k+1$ (k nguyên) thì A nhận giá trị nguyên	0,25 0,75
	b) vì a , b, c, là độ dài ba cạnh của tam giác do đó a , b , c > 0 . Ta có : $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ $\Leftrightarrow (a+b)^3 + c^3 - 3a^2b - 3ab^2 - 3abc = 0$ $\Leftrightarrow (a+b+c) [(a+b)^2 - c(a+b) + c^2] - 3ab(a+b+c) = 0$ $\Leftrightarrow (a+b+c) (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = 0$ $\Leftrightarrow (a+b+c) \cdot \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$ $= a = b = c$. Do đó tam giác ABC là tam giác đều	0,5 0,5
2	$n^2 + n - 17$ là bội của $n+5 \Rightarrow n^2 + n - 17 : n+5$	0,25
	Xét phép tính $\frac{n^2 + n - 17}{n+5} = (n-4) + \frac{3}{n+5}$ Để $n^2 + n - 17 : n+5$ thì $(n-4) + \frac{3}{n+5}$ là số nguyên, tức là $n+5$ là ước của 3 $\Rightarrow n+5$ lần lượt nhận các giá trị $\pm 1, \pm 3$	0,75
	Xét lần lượt ta được : $n = -6, n = -4, n = -8, n = -2$	0,5

3	Học sinh thực hiện đầy đủ các bước giải của bài toán: Giải bài toán bằng cách lập phương trình. Giải đúng vận tốc của ca nô lúc xuôi dòng là 24km/h	2,0
4	a) chứng minh được: $\triangle BEC = \triangle CFD (c.g.c) \Rightarrow \angle C_1 = \angle D_1$ $\triangle CDF$ vuông tại C $\Rightarrow \angle F_1 + \angle D_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle F_1 + \angle C_1 = 90^\circ \Rightarrow \triangle CMF$ vuông tại M Hay $CE \perp DF$. b) Gọi K là trung điểm của CD. N là giao điểm của DM và AK Chứng minh được $\diamond AECK$ là hình bình hành $\Rightarrow AK \perp DM$ tại N Xét $\triangle DCM$ có $DK = KC$; $KN \parallel CM \Rightarrow ND = NM$ Do đó: $\triangle ADM$ cân tại A $\Rightarrow AM = AD$ c) Chứng minh được: $\triangle CMD \sim \triangle FCD \Rightarrow \frac{CD}{FD} = \frac{CM}{FC}$ Do đó: $\frac{S_{\triangle CMD}}{S_{\triangle FCD}} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \Rightarrow S_{\triangle CMD} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \cdot S_{\triangle FCD}$ Mà: $S_{\triangle FCD} = \frac{1}{2} CF \cdot CD = \frac{1}{4} CD^2$. Vậy: $S_{\triangle CMD} = \frac{CD^2}{FD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2$. Trong $\triangle DCF$ theo Pitago ta có: $DF^2 = CD^2 + CF^2 = CD^2 + \left(\frac{1}{2} BC^2\right) = CD^2 + \frac{1}{4} CD^2 = \frac{5}{4} CD^2.$ Do đó: $S_{\triangle MCD} = \frac{CD^2}{\frac{5}{4} CD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2 = \frac{1}{5} CD^2 = \frac{1}{5} a^2$	0,5 0,25 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
5	Vì 36^m có tận cùng là 6 và 5^n có tận cùng là 5 nên nếu $36^m > 5^n$ thì P có tận cùng là 1, ngược lại nếu $36^m < 5^n$ thì P có tận cùng là 9 Xét $P = 1 \Rightarrow 36^m - 1 = 5^n$ (1) Do VT chia hết cho 35, hay chia hết cho 7 còn VP ko chia hết cho 7 nên (1) không xảy ra. $P > 1$ Xét $P = 9$ thì $5^n - 36^m = 9 \Leftrightarrow 5^n = 36^m + 9$ (2)	0,25 0,25

	Ta thấy VP chia hết cho 9 VT không chia hết cho 9=> (2) không xảy ra	0,25
	Xét $P = 11$ thì $36^m - 5^n = 11$ (3)	0,25
	(3) có nghiệm khi $m = 1$ và $n = 2 \Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của P là 11	

Câu 2 (2,5 điểm).

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{x+2}{3x} + \frac{2}{x+1} - 3 \right) : \frac{2-4x}{x+1} - \frac{3x+1-x^2}{3x}$

- Tìm điều kiện của x để A xác định, Rút gọn biểu thức A.
- Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2
2,5điểm

Câu 3 (2,0 điểm)

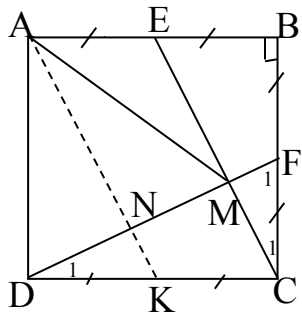
Chứng minh rằng $P = 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1}$ chia hết cho 59 với mọi $n \in \mathbb{N}$

Câu 3 2,0điểm	Ta có:	
	$P = 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1}$	
	$= 5^n.5^2 + 26.5^n + 8^{2n}.8$	
	$= (25.5^n + 34.5^n) + (8^{2n}.8 - 8.5^n)$	0,5
	$= 59.5^n + 8(64^n - 5^n)$	
	$= 59.5^n + 8(64 - 5)(64^{n-1} + 64^{n-2}.5 + \dots + 5^{n-1})$	0,5
	$= 59.5^n + 8.59(64^{n-1} + 64^{n-2}.5 + \dots + 5^{n-1})$	0,25
	$= 59[5^n + 8(64^{n-1} + 64^{n-2}.5 + \dots + 5^{n-1})]$ Chia hết cho 59	0,5
	Vậy $P = 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1}$ chia hết cho 59 với mọi $n \in \mathbb{N}$	0,25

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Gọi E; F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. M là giao điểm của CE và DF.

- Chứng minh CE vuông góc với DF.
- Chứng minh $AM = AD$
- Tính diện tích ΔMDC theo a.

Câu 4 3,0điểm		0,5
	a) chứng minh được: $\triangle BEC = \triangle CFD (c.g.c) \Rightarrow \angle C_1 = \angle D_1$	0,25
	$\triangle CDF$ vuông tại C $\Rightarrow \angle F_1 + \angle D_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle F_1 + \angle C_1 = 90^\circ \Rightarrow$	0,5
	$\triangle CMF$ vuông tại M	0,25
	Hay $CE \perp DF$.	
	b) Gọi K là trung điểm của CD. N là giao điểm của DM và AK	
	Chứng minh được $\diamond AECK$ là hình bình hành $\Rightarrow AK \perp DM$ tại N	0,25
	Xét $\triangle DCM$ có $DK = KC$; $KN \parallel CM \Rightarrow ND = NM$	0,25
	Do đó: $\triangle ADM$ cân tại A $\Rightarrow AM = AD$	0,5
	c) Chứng minh được: $\triangle CMD \sim \triangle FCD \Rightarrow \frac{CD}{FD} = \frac{CM}{FC}$	0,25
	Do đó: $\frac{S_{\triangle CMD}}{S_{\triangle FCD}} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \Rightarrow S_{\triangle CMD} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \cdot S_{\triangle FCD}$	0,25
	Mà: $S_{\triangle FCD} = \frac{1}{2} CF \cdot CD = \frac{1}{4} CD^2$.	
	Vậy: $S_{\triangle CMD} = \frac{CD^2}{FD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2$.	0,25
	Trong $\triangle DCF$ theo Pitago ta có:	
	$DF^2 = CD^2 + CF^2 = CD^2 + \left(\frac{1}{2} BC^2\right) = CD^2 + \frac{1}{4} CD^2 = \frac{5}{4} CD^2$.	
	Do đó: $S_{\triangle MCD} = \frac{CD^2}{\frac{5}{4} CD^2} \cdot \frac{1}{4} CD^2 = \frac{1}{5} CD^2 = \frac{1}{5} a^2$	0,25