|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH NGHỆ AN** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019  **Môn thi: TOÁN**  Thời gian: 150 phút |

**Câu 1.**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình:
2. Chứng minh rằng:chia hết cho 3 với mọi số nguyên dương 

**Câu 2.**

1. Giải phương trình:
2. Giải hệ phương trình :

**Câu 3.** Cho là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:



**Câu 4.**

1. Cho tam giác nội tiếp đường tròn .Gọi lần lượt là chân các đường cao kẻ từ ba đỉnh của tam giác. Đường thẳng cắt đường tròn tại điểm thứ nhất (khác phía với so với đường thẳng đường thẳng cắt đường thẳng tại Chứng minh rằng:
2. 
3. 
4. Cho tam giác nhọn D là điểm trong tam giác sao cho và . Chứng minh:

**Câu 5.** Trong hình vuông cạnh bằng có 2019 điểm phân biệt. Chứng minh rằng tồn tạo một hình tròn bán kính bằng nằm trong hình vuông đó mà không chứa điểm nào trong 2019 điểm đã cho.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có:

(không thỏa mãn phương trình)

Vì là các số nguyên nên 



1. Ta có: 

Đặt 

Do đó với mọi nguyên dương ta có:



**Câu 2.**

1. ĐKXĐ:



Đặt 

Ta có:





1. Hệ phương trình đã cho tương đương với



Đặt , ta được hệ phương trình:



Đặt điều kiện Hệ trên trở thành:





Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là 

**Câu 3.**

Ta có:

Đặt 



Áp dụng bất đẳng thức , ta có:



Áp dụng bất đẳng thức , ta có:



Tương tự: 

Từ 2 bất đẳng thức trên ta có: 

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Tương tự :



Ta có:

Vậy giá trị nhỏ nhất của là 

**Câu 4.**



****

1. Qua điểm vẽ tiếp tuyến với đường tròn suy ra 

Xét tứ giác có là tứ giác nội tiếp nên 

Mặt khác (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)  
(góc nội tiếp )

Từ (1) và (2) suy ra ở vị trí so le trong nên 

1. Đường thẳng cắt (O) tại điểm thứ hai là cắt tại Q

là các đường cao của tam giác nên nội tiếp, do đó 

Mặt khác 

Do đó là tia phân giác của nên 

Tứ giác nội tiếp , tứ giác nội tiếp nên 

Do đó suy ra là tia phân giác của 



Do đó 

Từ (1) và (2) suy ra 





Dựng tam giác vuông cân tại D sao cho E thuộc nửa mặt phẳng có bờ là không chứa C

Ta có:và , từ giả thiết 



Mặt khác, , suy ra , do đó: 



**Câu 5.**

Chia hình vuông đã cho thành hình vuông nhỏ có cạnh bằng nhau và bằng 

Gọi là các hình tròn nội tiếp các hình vuông nhỏ ở trên, chúng có bán kính bằng nhau và bằng 

Gọi lần lượt là các hình tròn đồng tâm với các hình tròn ở trên có bán kính là Khi đó các hình tròn này nằm trong hình vuông và đôi một không có điểm chung (rời nhau).

Trong hình vuông đã cho có các hình tròn rời nhau và có 2019 điểm nên tồn tại một hình tròn trong các hình tròn này không chứa điểm nào trong 2019 điểm đã cho