

I. PHẦN MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài:

1.1. Lí do khách quan:

Toán học là một ngành khoa học cơ bản và giữ một vai trò vô cùng quan trọng đối với đời sống, kinh tế, xã hội... Đặc biệt toán học là cơ sở là phương tiện để nghiên cứu các ngành khoa học khác. Từ xa xưa, toán học - bà hoàng của các môn khoa học khác, toán học là chìa khoá, mở ra những con đường để nghiên cứu các lĩnh vực khoa học phục vụ cho đời sống con người.

Trong toán học có nhiều bộ môn, bộ môn nào cũng có cái hay, cái thú vị của nó. Ở cấp học phổ thông trung học cơ sở hiện nay học sinh được học và nghiên cứu một số bộ môn như: số học, đại số, và hình học. Riêng bộ môn hình học là bộ môn mới lạ và rất khó đối với học sinh cấp 2. Trước những bài toán hình học, đặc biệt là những bài toán về chứng minh hình học thường học sinh rất lúng túng, không biết phải bắt đầu từ đâu và theo hướng nào. Do đó các lập luận trong bài toán chứng minh hình học của các em thường dài dòng, rời rạc và thiếu căn cứ, không đảm bảo tính khoa học và logic.

Có thể nói hầu hết các em học sinh ở bậc trung học cơ sở hiện nay còn gặp nhiều khó khăn trong việc học tập môn hình học nói chung và trong việc chứng minh các bài toán hình học nói riêng. Nói cách khác các em chưa nắm vững phương pháp chứng minh một bài toán hình học.

Về phía giáo viên, trong quá trình giảng dạy môn hình học ở trung học cơ sở không ít giáo viên chỉ thiên về xây dựng khái niệm, hình thành khái niệm, liệt kê các định lý, tính chất... mà không dạy cho học sinh sử dụng những khái niệm, định lý, tính chất đã học vào việc giải các bài toán chứng minh hình học. Mặt khác giáo viên chỉ chú ý đến việc giải nhiều bài tập có liên quan đến kiến thức đã học và thoả mãn với việc tìm ra kết quả bài toán, mà chưa khái quát cách giải các bài toán, các dạng toán khác nhau. Đặc biệt giáo viên chưa dạy cho học sinh phương pháp tư duy tìm hướng giải tối ưu nhất đối với các bài toán dạng toán cụ thể... Do đó học sinh rất khó xác định xuất phát điểm tư duy và tìm ra hướng giải nhanh nhất cách giải tối ưu nhất. Vì thế học sinh hay lúng túng trong việc giải các bài toán và lời giải nhiều khi không logic, thiếu chặt chẽ, máy móc, không sáng tạo... quá trình này sẽ làm hạn chế đến năng lực tư duy của học sinh.

Việc giải các bài toán hình học ở bậc trung học cơ sở thực chất là đi chứng minh các mệnh đề toán học. Do đó phương pháp chứng minh các bài toán hình học đối với học sinh cấp 2 là rất cần thiết, rất quan trọng, nó giúp cho các em phát triển được năng lực tư duy, từng bước giúp các em hình thành và hoàn thiện các thao tác tư duy như: So sánh, khái quát hoá, trừu tượng hoá... góp phần phát triển năng lực trí tuệ cho học sinh.

1.2. Lí do chủ quan:

- Qua thời gian công tác tại trường THCS Tân An - Quảng Yên - Quảng Ninh, khi dạy phân môn hình học tôi nhận thấy đa phần học sinh không ham thích học bộ môn hình học. Các bài toán về chứng minh hình học rất đa dạng,

phong phú như: Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau; chứng minh hai đường thẳng song song; chứng minh hai góc bằng nhau...Đối với học sinh cấp 2 thì việc đi chứng minh hai góc bằng nhau cũng còn gặp nhiều khó khăn, hầu hết các em còn mắc phải những nhược điểm như đã nêu ở trên. Để giúp các em khắc phục những nhược điểm khi giải bài toán chứng minh hình học nói chung, và giải bài toán về chứng minh hai góc bằng nhau nói riêng, với những kinh nghiệm trong những năm dạy ở trường trung học cơ sở, với khả năng hạn chế của bản thân, tôi xin được trình bày một đề tài nhỏ, đó là; ***“Phát triển tư duy sáng tạo của học sinh qua phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau”*** ở hình học phẳng trong chương trình hình học ở trường trung học cơ sở.

2. Mục đích nghiên cứu:

- Mục đích của đề tài là thông qua các dạng toán cơ bản được tổng hợp thành các kiểu phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau. Từ đó nâng cao năng lực trí tuệ của học sinh, trong việc phát hiện vấn đề nâng cao việc rèn kỹ năng cho học sinh. Chứng minh có luận cứ, có hướng đi rõ ràng trong bài toán chứng minh hai góc bằng nhau. Khắc phục những vướng mắc trong việc dạy và học giải bài toán hai góc bằng nhau.

- Làm cho học sinh lựa chọn, khám phá ra hướng đi đúng, lời giải đúng và nhanh nhất trong giải toán. Kích thích sự tò mò say mê học toán của học sinh. Làm cho học sinh biết vận dụng một cách hợp lý những tri thức của mình để tìm ra mối liên hệ giữa bài toán này với bài toán khác. Mối liên hệ giữa giả thiết và kết luận của bài toán, từ đó học sinh nhanh chóng đưa ra cách giải hợp lý. Biết tìm ra nhiều phương pháp giải toán hình và từ đó học sinh thích học tự tin hơn, không lo sợ bộ môn hình học.

3. Thời gian địa điểm:

3.1. Thời gian nghiên cứu:

Trong năm học 2019 – 2020.

- Nghiên cứu tại các tiết học trên lớp, các tiết phụ đạo học sinh yếu kém, các tiết bồi dưỡng học sinh giỏi.

- Ngoài ra còn phối hợp các giáo viên phụ trách các lớp mình không dạy để bố trí các tiết dạy ngoài giờ để phục vụ cho quá trình nghiên cứu.

3.2. Địa điểm nghiên cứu:

Học sinh lớp 6A, 7B, 8A, 9B trường THCS Tân An - Quảng Yên - Quảng Ninh.

- Sách giáo khoa và sách giáo viên bộ môn toán cấp II.
- Toán bồi dưỡng và nâng cao các lớp 6, 7, 8, 9.
- Các giáo trình về phương pháp giảng dạy toán cấp II.
- Sách thiết kế bài giảng Toán lớp 6, 7, 8, 9.

4. Đóng góp mới về mặt thực tiễn:

- Bước đầu với tính thực tiễn của đề tài, học sinh được lựa chọn khi nghiên cứu đề tài đã thay đổi được cách tư duy giải quyết một bài tập hình học có liên quan tới chứng minh hai góc bằng nhau. Học sinh biết cách phân tích câu hỏi của đề bài đến nội hàm của vấn đề đó là chứng minh hai góc bằng nhau, để từ đó dùng vốn kiến thức đã có chứng minh hai góc bằng nhau để giải các bài tập.

- Nâng cao phát triển tư duy sáng tạo của học sinh khi học bộ môn hình học.

- Nâng cao chất lượng học sinh học môn hình học trong các khối lớp mà mình được phụ trách để từ đó góp phần nâng cao chất lượng bộ môn hình học trong nhà trường.

- Học sinh được tiếp cận các phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau từ đó đưa ra nhiều hướng giải quyết đối với một bài tập.

II. PHẦN NỘI DUNG

1. Chương 1: Tổng quan vấn đề nghiên cứu

1.1. Cơ sở lý luận:

Nền giáo dục Việt Nam là một nền giáo dục xã hội chủ nghĩa, có tính dân tộc khoa học hiện đại lấy Chủ Nghĩa Mác – Lênin và tư tưởng Hồ Chí Minh làm nền tảng. Đảng, Nhà nước ta luôn coi con người là vốn quý nhất, nguồn lực hàng đầu của đất nước, cần coi trọng, nuôi dưỡng và phát triển không ngừng.

Để thực hiện thắng lợi sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước cần giáo dục thế hệ trẻ trở thành những con người năng động sáng tạo, có năng lực, bản lĩnh giải quyết vấn đề, những con người tự tin có trách nhiệm, dám nghĩ dám làm, dám hành động phù hợp với những giá trị nhân văn và công bằng xã hội.

Muốn giáo dục thế hệ trẻ trở thành người có ích cho đất nước, xã hội đòi hỏi người giáo viên không ngừng tu dưỡng phấn đấu, học tập để nâng cao trình độ. “ Mỗi thầy giáo, cô giáo là tấm gương về tinh thần tự học, tự sáng tạo”

Việc thực hiện dạy học bám sát chuẩn kiến thức kỹ năng, theo tinh thần giảm tải, hướng dẫn học sinh tự học, tự chiếm lĩnh kiến thức, mà Bộ đã đề ra là một bước tiến lớn trong công cuộc đổi mới của nền giáo dục nước nhà, nhằm nâng cao chất lượng giáo dục toàn diện, phát huy tính tích cực chủ động, sáng tạo, tinh thần tự học của học sinh. Điều này cũng đồng nghĩa với sự đòi hỏi người thầy phải đổi mới về phương pháp giảng dạy cho phù hợp với yêu cầu của quá trình đổi mới, đặc biệt trong giai đoạn hiện nay là phát hiện và bồi dưỡng học sinh giỏi.

1.2. Cơ sở thực tiễn:

Với nhiều năm trực tiếp giảng dạy trên tất cả các đối tượng học sinh: Giỏi, khá, trung bình, yếu kém cùng với qua các chuyên đề ở các cấp từ nhà trường và qua các kỳ bồi dưỡng thường xuyên được trao đổi với đồng nghiệp, bàn bạc về thực trạng của học sinh. Chúng tôi thấy phần lớn học sinh ở mức độ trung bình

trở xuống từ lớp 8 → lớp 9 còn yếu trong bài toán hình như vẽ hình, chứng minh hình nói chung cũng như vận dụng các kiến thức vào chứng minh bài toán hình còn yếu, thậm chí còn hiện tượng học sinh các lớp 9 không biết vận dụng các tính chất cơ bản vào chứng minh một bài toán khá đơn giản, điều đó chứng tỏ học sinh chưa có được phương pháp tư duy, nhận biết vận dụng các kiến thức đã học vào chứng minh hình nói chung cũng như chứng minh bài toán hình qua phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau.

Qua thực tế giảng dạy Toán học nói chung hay phân môn hình học trong nhà trường nói riêng tôi thấy ngay trên lớp khi nghe giảng bài mới thì học sinh có nắm được bài, xong khi vận dụng tính chất... và bài tập thì còn lúng túng chưa nhận biết được cách vận dụng thậm chí việc ghi giả thiết và kết luận của một bộ phận học sinh thiếu chính xác từ đó không giải được bài tập.

Tìm hiểu qua nhiều năm trực tiếp giảng dạy bản thân chúng tôi thấy học sinh có lỗi hỏng ngay từ khi tiếp cận với bài tập chứng minh hình ở lớp 7 nói chung, các phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau của học sinh còn lúng túng.

Qua điều tra thử nghiệm với học sinh đang học từ lớp 6 đến lớp 9 tôi thấy số học sinh có thể vận dụng phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau để chứng minh hình, tính toán ... trong bài toán hình thì chỉ có rất ít học sinh nắm được cơ bản các phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau, từ đó thúc giục bản thân tôi tìm hiểu và thực hiện đề tài này.

2. Chương 2: Nội dung vấn đề nghiên cứu

2.1. Thực trạng:

2.1.1. Tình hình địa phương:

a) Thuận lợi:

- Được sự quan tâm của các Cấp ủy Đảng, Chính quyền, các tổ chức đoàn thể.
- Công tác xã hội hóa giáo dục của nhà trường thực hiện tốt, sự phối kết hợp giữa gia đình và nhà trường bước đầu đem lại hiệu quả giáo dục.
- Đa số PHHS quan tâm đến chất lượng học tập. Đại diện Hội Cha mẹ Học sinh quan tâm đến hiệu quả đào tạo của Trường.

b) Khó khăn:

- Đại đa số nhân dân trên địa bàn Quảng Yên sinh sống bằng nghề buôn bán, đi thuyền nên thời gian quản lý học tập của con em mình không có nhiều, nhất là những gia đình thường xuyên đi thuyền. Mặt khác thu nhập của nhân dân không đều, một số gia đình có nền kinh tế ổn định, còn số khác nền kinh tế gặp nhiều khó khăn nên việc chăm lo cho con em mình trong lĩnh vực học tập còn hạn chế.
- Dịch vụ trò chơi điện tử, nhiều hàng quán bán hàng gần địa bàn trường có ảnh hưởng không ít đến chất lượng học tập.

2.1.2. Tình hình nhà trường:

a) Thuận lợi:

- Đội ngũ giáo viên nhiệt tình trong công tác giảng dạy, yêu học sinh, yêu nghề, có tinh thần cộng đồng trách nhiệm cao, đoàn kết, giúp đỡ nhau cùng tiến bộ. Luôn có ý thức trong việc nâng cao chất lượng giảng dạy và đổi mới phương pháp dạy học.

- Hầu hết học sinh ngoan, lễ phép, có ý thức tốt trong học tập.

- Có sự quan tâm của BGH giúp đỡ tổ để hoàn thành tốt nhiệm vụ năm học.

- BGH tạo điều kiện cho mỗi GV phát huy tốt sở trường, khả năng trong phân công trách nhiệm.

b) Khó khăn:

- Một số học sinh chưa có ý thức tự học, không coi trọng kết quả học tập.

- Nhiều HS có hoàn cảnh khó khăn. Chất lượng HS còn yếu nhiều gây khó khăn cho việc tiếp thu kiến thức.

- Một số học sinh chưa có ý thức học tập đang còn ỉ lại vào sách hướng dẫn, chính vì thế mà cũng ảnh hưởng đến chất lượng giảng dạy và học tập của học sinh.

2.1.3. Thực trạng về dạy và học môn Hình học ở trường THCS Tân An:

*** Thực trạng:**

- Giáo viên đã có sự đầu tư về chuyên môn, sử dụng nhiều phương pháp trong chứng minh Định lý và bài tập. Tuy nhiên việc phối kết hợp các phương pháp chưa hợp lý. Chưa thực sự khơi dậy và kích thích được niềm say mê học hình cho học sinh.

- Các giờ học hình, không khí học tập chưa sôi nổi, ít học sinh phát biểu. Đa phần học sinh cho rằng học phân môn hình học khó hơn so với môn Đại số.

- Học sinh làm bài tập hình còn kém. Đa phần các em không định hình cách làm. Học sinh không biết căn cứ vào đâu để tìm ra lời giải của bài toán.

- Kết quả kiểm tra môn Toán nói chung và phân môn hình học nói riêng thường đạt kết quả thấp.

*** Nguyên nhân:**

- Thầy:

- Hệ thống câu hỏi chưa rõ ràng, chưa chi tiết.

- Việc rèn kỹ năng làm toán, khắc sâu kiến thức trọng tâm qua từng tiết dạy còn nhiều hạn chế, chưa kích thích được hứng thú học tập bộ môn cho học sinh.

- Việc sử dụng cũng như phối kết hợp giữa các phương pháp chứng minh hình học chưa hợp lý, chưa phù hợp.

Sáng kiến: Phát triển tư duy sáng tạo của học sinh qua phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau

- Một số giáo viên chưa thực sự đầu tư, phân tích để tìm ra phương pháp chứng minh phù hợp cho từng loại bài.

- Trò:

- Luôn có tư tưởng “ngại khó”, “ỷ lại”, “lười suy nghĩ”.
- Lười học bài và làm bài ở nhà cũng như trên lớp do đó kiến thức cũ quên rất nhiều.
- Một số học sinh lười vẽ hình, lười ôn bài cũ.
- Tinh thần phấn đấu cũng như ý chí vươn lên trong học tập của đa phần học sinh chưa có.

2.1.4. Kết quả và hiệu quả của thực trạng trên:

Khi thăm dò khảo sát chất lượng học tập môn toán của học sinh đã thu được một số kết quả như sau:

Chất Lượng	Tổng	G-K		TB		Y		K	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
Đầu năm	109	42	38,5	45	41,3	19	17,4	3	2,8
Giữa HK I	109	50	45,9	52	47,7	6	5,5	1	0,9

Riêng lớp 6A có 31 học sinh, sang học kỳ 2 mới học phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau. Do đó kỳ hai mới có kết quả điều tra.

2.2. Các giải pháp:

2.2.1. Nghiên cứu tài liệu:

Khi thực hiện đề tài cần phải nghiên cứu kỹ tài liệu có liên quan, các sách thiết kế sách giáo viên, sách nâng cao ... sau đó phân loại các dạng toán, dạng nào dùng phương pháp đi lên như thế nào thì phù hợp ?

Sau khi nghiên cứu kỹ tài liệu, định hướng cụ thể mới tập trung xây dựng nội dung của đề tài: "Phát triển tư duy sáng tạo của học sinh qua phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau".

2.2.2. Thực hiện nội dung của đề tài:

Quá trình được thực hiện trong các tiết học trên lớp nhất là các tiết Luyện tập, tiết tự chọn môn hình học giáo viên thực hiện tốt nghiệp vụ sư phạm sử dụng tốt các phương pháp phân tích đi lên sao cho phù hợp với bài đưa ra.

2.2.3. Nội dung cụ thể của đề tài:

A. Thế nào là chứng minh:

Chứng minh một mệnh đề chẳng hạn $A \rightarrow B = 1$ là đi xây dựng hữu hạn các mệnh đề: $A_1, A_2, A_3 \dots A_n$ và B sao cho B là mệnh đề cuối cùng trong dãy và là hệ quả của mệnh đề logic A_i . Mỗi A_i của dãy phải là một mệnh đề đúng hay được suy ra từ các mệnh đề $A_1, A_2, A_3 \dots A_{i-1}$.

Trong đó B gọi là luận đề, các A_i gọi là luận cứ. Các quy tắc suy luận dùng trong chứng minh gọi là luận chứng. Trong chứng minh luận đề phải rõ ràng, luận cứ phải đúng và không lẫn lộn, luận chứng phải hợp logic. Hay nói khác phải nói rõ tại sao và với những điều kiện nào thì nhất thiết rút ra được những kết luận gì. phải đưa ra được bằng cứ để chứng thực các kết luận là đúng, nêu nên được mối quan hệ bên trong của chúng.

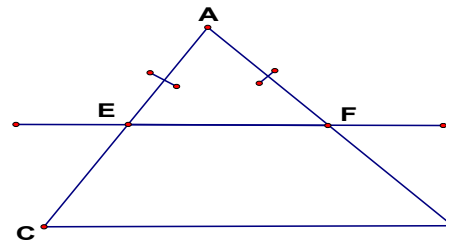
Để đạt được các yêu cầu trên trước khi chứng minh cần phải lưu ý đến các vấn đề sau:

1) Đọc kỹ đề bài, hiểu rõ được các dữ kiện đã cho, dữ kiện cần chứng minh.

2) Phân biệt rõ giả thiết và kết luận, vẽ hình chính xác, dùng ký hiệu làm nổi bật hình vẽ, thay ngôn từ toàn bằng ký hiệu toán học, cho bài toán đơn giản và dễ phân biệt hơn.

Ví dụ: cho $\triangle ABC$ cân (đỉnh A) một đường thẳng song song với BC cắt AB và AC lần lượt ở E và F. Chứng minh $\triangle AEF$ cân. Từ đó cho học sinh vẽ hình và tóm tắt giả thiết, kết luận bằng ký hiệu toán học:

GT	$\triangle ABC$ cân $AB = AC$ $EF \parallel BC$
KL	$\triangle AEF$ cân



B. Bài tập chứng minh là gì? Một bài tập chứng minh gồm hai phần cơ bản đó là gì?

1) Bài tập chứng minh: là những mệnh đề trong hình học cần chứng minh, thông qua các mệnh đề (định lý) đã được biết. Hay nói khác đi bài tập chứng minh là một mệnh đề, một định lý. Do đó chứng minh bài tập là chứng minh định lý toán học.

2) Hai phần cơ bản trong bài tập hay định lý:

Bất cứ một định lý hay một bài tập nào đều có hai phần:

* Phần quy định những yếu tố đã cho (hoặc có sẵn) gọi là phần giả thiết

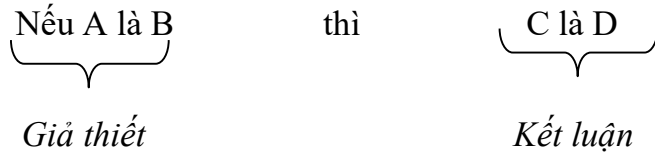
* Phần ghi rõ kết quả của sự suy diễn logic hay phần phải tìm, phải chứng minh gọi là phần kết luận. Phần này đúng hay sai là do khi chứng minh xong mới kết luận được.

Ví dụ 1: Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau:

Phần giả thiết: Hai góc đối đỉnh.

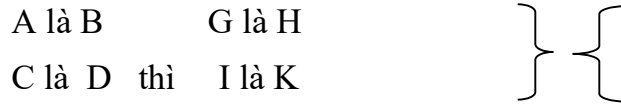
Phần kết luận: Bằng nhau.

Dạng tổng quát của một định lý có thể viết như sau:



Tuy nhiên phần định lý, bài tập giả thiết kết luận tương đối phức tạp. Dạng tổng quát chúng là:

Nếu:



Khi giải cần lưu ý phân biệt được đâu là giả thiết đâu là kết luận.

C. Các phương pháp thường gặp trong chứng minh:

1) Phương pháp chứng minh trực tiếp:

Khi chứng minh một bài toán hình người ta thường dùng phương pháp phân tích để tìm ra hướng chứng minh, rồi dùng phương pháp tổng hợp để viết phần chứng minh. Cách làm đó gọi là phương pháp chứng minh trực tiếp. Phương pháp này thường được dùng để tìm hướng chứng minh. Nó tổng hợp giữa hai phương pháp: Phân tích và tổng hợp.

Phân tích là đi từ kết luận (điều chưa biết) tìm những điều kiện cần phải có để dẫn tới kết luận. Phân tích tìm ra những cái đã biết liên quan đến vấn đề cần chứng minh.

Có hai cách phân tích:

** Phân tích đi xuống: (hay suy ngược tiến) sơ đồ suy luận như sau:*

$$B = B_1 \rightarrow B_2 \rightarrow B_3 \dots \rightarrow B_n = A \quad (\text{gt})$$

Trong cách suy luận này cần lưu ý:

Nếu A đúng thì chưa kết luận được B đúng hay sai.

Nếu A sai thì chắc chắn B sai.

** Phân tích đi lên (suy ngược lùi):*

$$\text{Sơ đồ: } A = B_n \rightarrow B_{n-1} \rightarrow \dots B_3 \rightarrow B_2 \rightarrow B_1 \rightarrow B$$

A là giả thiết B là kết luận

Nếu A đúng thì B đúng

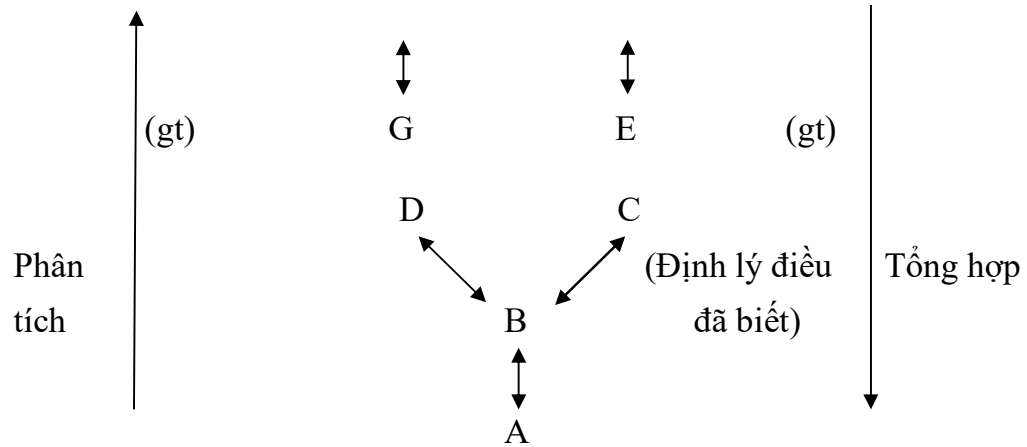
Nếu A sai thì B sai hoặc đúng.

** Phương pháp tổng hợp:*

Là phương pháp chứng minh đi từ giả thiết đến kết luận: Giả thiết là những điều đã biết (tiên đề, định nghĩa, định lý...) là phép suy luận từ nguyên nhân đến kết quả. phép chứng minh rất đơn giản nhưng phải chọn ra được điều thích hợp thì từ đó từng bước một suy ra kết luận. Sơ đồ suy luận như sau:

$$A = A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \dots \rightarrow A_n = B$$

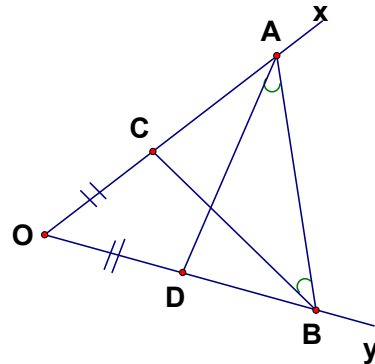
Khi chứng minh thì những điều kiện cần thiết và thích hợp cho việc chứng minh là điều lựa chọn khó và có khi không làm được. Cho nên như đã nói ở phần trên, khi chứng minh một bài toán người ta thường kết hợp cả phương pháp phân tích và tổng hợp. Phân tích để tìm ra hướng chứng minh, còn tổng hợp là chứng minh bài toán.



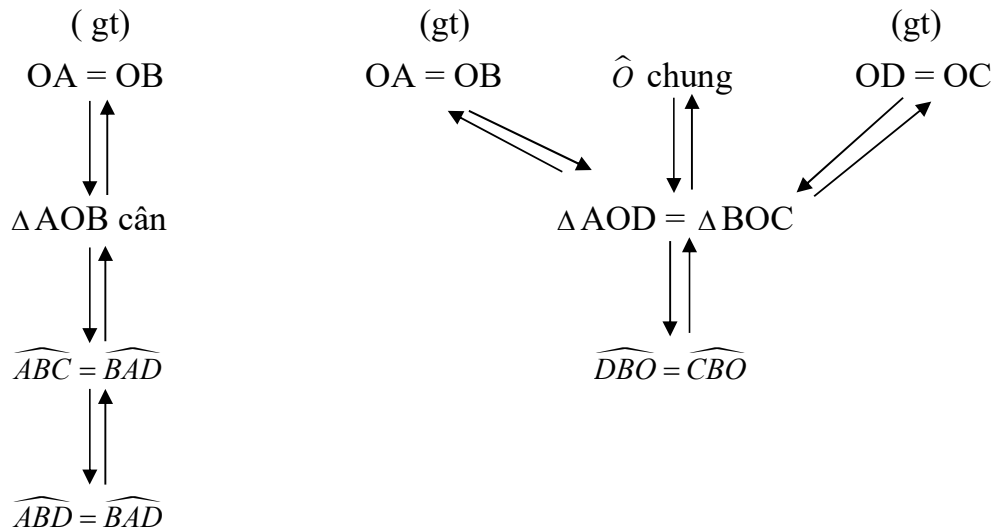
Ví dụ 2: Cho góc xOy trên cạnh Ox và Oy lấy lần lượt các điểm C, A và B, D sao cho C nằm giữa A và O; D nằm giữa O và B; OA=OB, OC=OD.

Chứng minh rằng: $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$

	$\widehat{xOy}$
GT	OA = OB OC = OD
KL	$\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$



Tìm hướng chứng minh thông qua hướng phân tích và tổng hợp như sau:
Sơ đồ phân tích như sau:



Với sơ đồ này chúng ta hướng dẫn cho học sinh bắt đầu từ điều đã cho ở giả thiết và đi đến chứng minh $\triangle AOB$ cân, sau đó sử dụng tính chất cộng góc.

Dùng phép tổng hợp để trình bày bài toán như sau.

Chứng minh	Lí do
1. $\triangle ABC$ cân	$OA = OB$ (gt)
2. $\widehat{OAB} = \widehat{OBA}$	t/ c $\triangle$ cân
3. $OA = OD$	gt
$OC = OD$	gt
$\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$	chung góc
$\triangle AOD = \triangle BOC$	Trường hợp c.g.c
4. $\widehat{OAD} = \widehat{OBC}$	T/c bằng nhau của tam giác
5. $\widehat{OAD} + \widehat{DAB} = \widehat{OAB}$	Cộng góc
$\widehat{OBC} + \widehat{CBA} = \widehat{OBA}$	Cộng góc
6. $\widehat{DAB} = \widehat{ABC}$	Do (5) và (2)

2) Phương pháp chứng minh gián tiếp:

Như chúng ta đã biết mỗi định lý có bốn cách biểu diễn, trong đó định lý thuận, định lý đảo, định lý phản đảo, hoặc cùng đúng, hoặc cùng sai. Tương tự như vậy với mệnh đề đảo hoặc phản đảo. Dựa vào đó khi định lý thuận không chứng minh được hoặc khó có phương pháp thì người ta có thể chứng minh định lý phản đảo. Nếu phản đảo đúng thì thuận cũng đúng. Đó là phương pháp chứng minh gián tiếp.

Một cách khác là chứng minh phản chứng. Để chứng minh mệnh đề phản chứng dạng:

$$A \rightarrow B = 1$$

Ta chứng minh mệnh đề phủ định là sai: $\overline{A \rightarrow B} = 0$ là sai.

A là giả thiết ; B là kết luận.

Các bước của phương pháp phản chứng gồm:

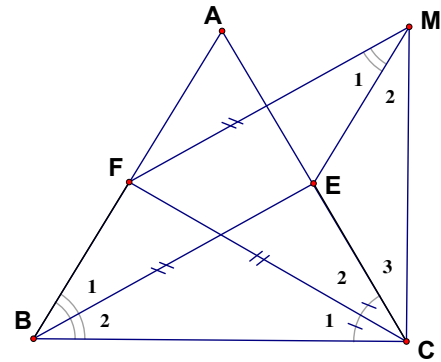
Bước 1: Phủ định mệnh đề cần chứng minh.

Bước 2: Tìm điều phủ định trên cùng với giả thiết của bài toán ta suy ra mâu thuẫn với giả thiết hay trái với những điều đã biết (dẫn đến mâu thuẫn)

Bước 3: Từ mâu thuẫn trên ta kết luận điều giả sử là sai. Vậy kết luận của bài toán là đúng.

Ví dụ 3: Chứng minh rằng nếu tam giác có hai đường phân giác trong bằng nhau thì tam giác ấy cân.

GT	ΔABC $BE = CF$ $\angle B_1 = \angle B_2; \angle C_1 = \angle C_2$
KL	ΔABC Cân



Để chứng minh ΔABC cân, ta cần chứng minh:

$$\angle B = \angle C$$

Giả sử: $\angle B > \angle C \rightarrow \angle B_2 > \angle C_1 \rightarrow CE > BF$

Dựng hình bình hành: BFME ta được $BE = FM$ và $\angle B_1 = \angle M_1$

Theo giả thiết: $\angle B > \angle C \rightarrow \angle B_1 > \angle C_2; \angle M_1 > \angle M_2$ (1)

Trong ΔCME có $CE > MF$ vì $ME = BF \rightarrow \widehat{M}_2 > \widehat{C}_3$ (2)

Từ (1) và (2) ta thu được $\widehat{M}_1 + \widehat{M}_2 > \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2$

$$\text{hay } \widehat{M} > \widehat{FCM}$$

Trong ΔFMC có $\widehat{M} > \widehat{FCM} \rightarrow FC > FM = BE$

Điều này trái với giả thiết $FC = BE$

$\Rightarrow$ Vậy điều giả sử $\widehat{B} > \widehat{C}$ là sai

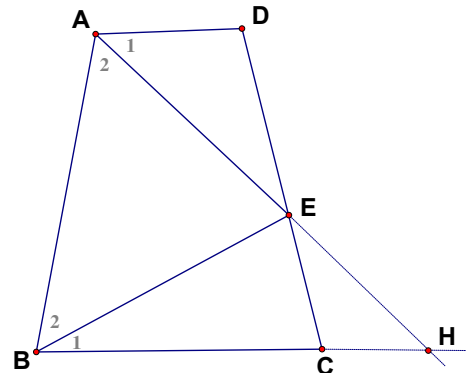
$\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

Ví dụ 4: Cho hình thang ABCD, $AD \parallel BC$

$AD + BC = AB; DE = EC$

Chứng minh rằng phân giác của góc A và D đi qua điểm E

GT	ABCD $AD \parallel BC$ $AD + BC = AB$ $DE = EC$
KL	AE và BF là phân giác



Để chứng minh phân giác của $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ đi qua điểm E ta phải chứng minh EB và EA chia đôi $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$

Ta phải chứng minh gián tiếp như sau: Nối E với A, E với B kéo dài AC cắt BC kéo dài ở H.

Vì $AD \parallel BC \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{H}$ (so le trong)

Và $\widehat{D} = \widehat{ECH}$ (so le trong)

$\triangle ADE = \triangle HCE$ vì $ED = EC$; $\widehat{D} = \widehat{C}$

$\widehat{E}$ đối đỉnh $\Rightarrow AD = CH$

Xét $\triangle ABH$ có $AH = BH$ (vì $AB = AD + BC = CH + BC$)

$\Rightarrow \triangle ABH$ cân

$\Rightarrow \widehat{H} = \widehat{A_2}$ mà $\widehat{H} = \widehat{A_1} \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$

$\Rightarrow AE$ là phân giác.

Tương tự ta cũng sẽ có $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$

Như vậy ta không chứng minh trực tiếp phân giác đi qua E mà chứng minh gián tiếp các đường nối trung điểm E và các đỉnh A, B là đường phân giác.

D. Những điều chú ý khi chứng minh:

Hình học là môn học suy diễn bằng lý luận chặt chẽ nên khi chứng minh phải có lý do chính xác, có lập luận chắc chắn logic. Những lý do đó phải có căn cứ. Phần chứng minh chỉ giới hạn trong 4 điểm sau:

- + Giả thiết của bài toán.
- + Những định nghĩa đã học.
- + Những tiên đề, định nghĩa đã học.
- + Những bài tập áp dụng được chứng minh.

Nếu ngộ nhận vấn đề nào thì bài toán sẽ khó tìm được lời giải, hoặc lời giải đó sai.

Khi chứng minh cần kẻ thêm đường phụ để giải quyết vấn đề hình học. Những đường phụ đó cần được ghi vào phần chứng minh.

Muốn vẽ được đường phụ cần hiểu rõ mục đích của nó và nhằm vào một số mục đích sau:

- + Kẻ các đường phụ phải liên quan đến vấn đề cần chứng minh. Phải có mối liên hệ mật thiết với vấn đề cần chứng minh.
- + Khi kẻ đường phụ không cần làm cho hình rối thêm, phải tuân thủ các bước dựng hình. Đường phụ phải rõ ràng chính xác không tùy tiện.

Những loại đường phụ cơ bản:

- + Kéo dài đoạn thẳng cho trước.
- + Nối hai điểm cho trước hoặc hai điểm cố định.
- + Dựng đường song song hoặc hạ vuông góc.
- + Dựng đường phân giác.
- + Kẻ dây cung tiếp tuyến trong đường tròn.

E. Tóm lại:

Khi chứng minh bài toán hình học cũng như bài toán nói chung có một nội dung và phạm vi nhất định, đó chính là tiềm lực của bài toán. Những tiềm lực của bài toán mà ta biết khai thác hết, thì khả năng phát triển cao nhất trong tư duy, nhận thức, kỹ năng làm bài tập cho học sinh. Với mỗi một bài toán khác nhau, có sự khai thác khác nhau. Do đó cần phải có hướng tổng hợp các vấn đề để đưa cái chung nhất để giải hay là đưa ra dạng toán cơ bản nhất để sử dụng trong mọi tình huống. Từ đó biết tìm ra phương pháp tối ưu.

Khi giải toán có thể làm thay đổi một số vấn đề, hoặc có thể thay đổi giả thiết mà kết quả vẫn không thay đổi ở kết luận.

Có thể đặt bài toán vào thể tương tự một bài toán nào đấy.

Dùng ký hiệu của toán học thay vào thành lời văn trong toán, làm cho bài toán đơn giản hơn. Để từ đó có bước đi của hướng giải mới.

- Khi giải cần nghiên cứu các giữ kiện đã cho, dữ kiện cần tìm để tìm ra phương pháp giải tối ưu, chính xác.

- Khi giải xong bài toán cần tìm lại con đường mình vừa đi, từng bước từng phần cần phải có sự kiểm tra, phát hiện kịp thời và sửa chữa những sai sót mắc phải nếu có.

Đây là giai đoạn nâng cao nhận thức tư duy rèn kỹ năng cho học sinh qua giải bài tập.

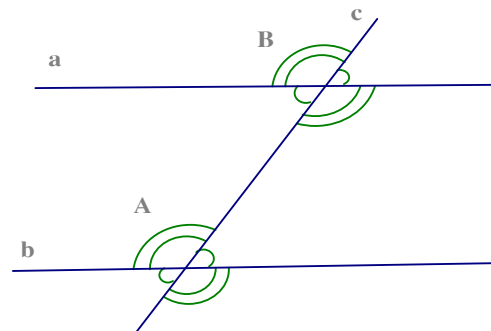
NHỮNG CÁCH THƯỜNG DÙNG CHỨNG MINH HAI GÓC BẰNG NHAU TRONG HÌNH HỌC PHẪNG.

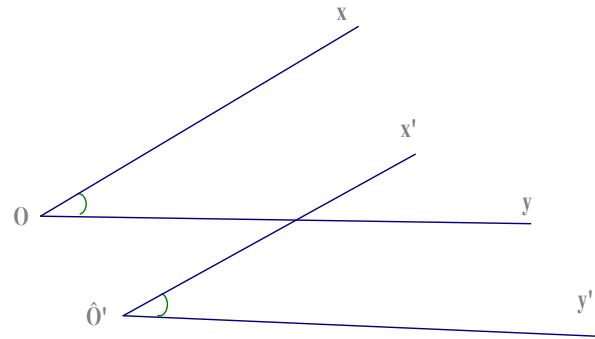
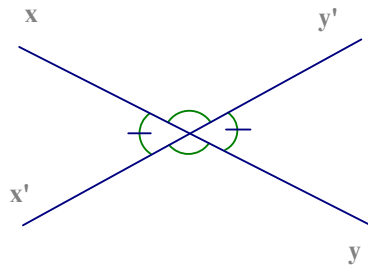
Bằng phép tổng kết qua kinh nghiệm giảng dạy, qua đọc tài liệu tôi đưa ra một số phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau thường gặp, trong chương trình hình học từ lớp 6 đến lớp 9 như sau:

Cách 1: Lợi dụng hai đường thẳng giao nhau, hai đường thẳng song song.

Những kiến thức có liên quan:

- + Hai góc đối đỉnh.
- + Định lý về hai đường thẳng song song.
- + Hai góc có cạnh tương ứng song song.





Khi dạy cho học sinh cách chứng minh này cần lưu ý học sinh mấy điểm sau:

+ Thế nào là hai góc bằng nhau.

+ Để chứng minh hai góc bằng nhau ta đưa chúng về hai góc đối đỉnh, hai góc so le trong, hai góc đồng vị hoặc hai góc có cạnh tương ứng vuông góc hoặc tương ứng song song.

Muốn thế cần ôn tập cho học sinh ôn tập nắm chắc những kiến thức cơ bản có liên quan. Khi giải bài tập yêu cầu học sinh phát hiện dấu hiệu của bài liên quan vấn đề cần xét như: song song, vuông góc, cắt nhau.v. v...

Cách 2: Lợi dụng trường hợp bằng nhau hoặc đồng dạng của hai tam giác:
Lớp 7+ Lớp 8.

Kiến thức cơ bản:

+ Ba trường hợp bằng nhau của tam giác.

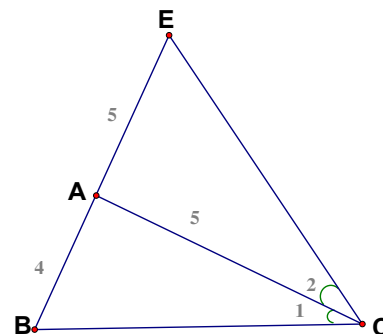
+ Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông, đồng dạng của tam giác thường của tam giác vuông.

Khi dạy học sinh lưu ý mấy vấn đề sau:

+ Làm cho học sinh biết ghép các góc cần chứng minh, vào hai tam giác đồng dạng hay bằng nhau. Khi chứng minh được chúng bằng nhau hay đồng dạng, ta suy được hai góc bằng nhau.

Ví dụ 5: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4\text{cm}$; $AC = 5\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$. Chứng minh rằng $\widehat{A} = 2\widehat{C}$

GT	$\triangle ABC$; $AB = 4\text{cm}$ $AC = 5\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$
KL	$\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{BAC}$



Giáo viên phân tích hướng giải:

- Tạo ra một Δ cân mà có góc A là góc ngoài hay vẽ thêm đường phụ cho học sinh phát hiện.

- Khi đã có hình phụ là kéo dài EA = 5cm Thì cho học sinh phát hiện tam giác đồng dạng, Từ đó phát hiện ra cách chứng minh tam giác đồng dạng.

Chứng minh;

Kéo dài BA thêm một đoạn AE = 5cm.

$\Rightarrow \Delta CAB$ có AE = AC $\Rightarrow \Delta CAE$ cân.

$$\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{ECA}$$

$$\Rightarrow \widehat{A_1} = 2\widehat{AEC}$$

Xét ΔEBC và ΔCBA có:

$\widehat{A}$ chung

$$\frac{EB}{BC} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CBA$$

$$\text{do đó } \widehat{E} = \widehat{C_1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\widehat{A} = 2\widehat{C}$ (đpcm)

Cách 3: Lợi dụng tam giác cân hình bình hành.

Để sử dụng được cách này chúng ta cần phải cho học sinh nắm chắc tính chất của tam giác cân, tính chất của hình bình hành. Cách chứng minh tam giác cân, cách chứng minh hình bình hành đã học. Từ đó có vấn đề liên quan của bài chứng minh góc đó là:

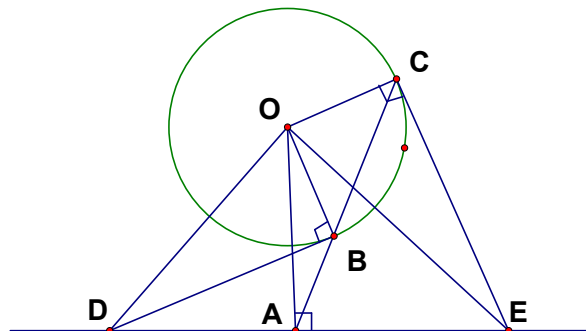
- Hai góc ở đáy của tam giác cân bằng nhau.

- Hai góc đối của hình bình hành bằng nhau.

Do đó yêu cầu học sinh phải biết gắn góc vào tam giác cân nào đó, hình bình hành có góc đối đó một cách hợp l để chứng minh.

Ví dụ 6: Cho đường tròn tâm O, đường thẳng xy ở ngoài đường tròn . Hạ $AH \perp xy$. Tiếp tuyến với đường tròn tại B và C cắt đường tròn tại D và E. Chứng minh $\widehat{ODA} = \widehat{OEA}$

GT	(O)
	$OA \perp xy$
	$OB \perp BD$
	$OC \perp CE$
KL	$\widehat{ODA} = \widehat{OEA}$



Muốn chứng minh $\widehat{ODA} = \widehat{OEA} \Leftrightarrow \triangle DOE$ cân

$$\Leftrightarrow ED = OE \Leftrightarrow \triangle EDB = \triangle OCE \Leftrightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{E}_2$$

$$\Leftrightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 \Leftrightarrow \diamond OBDA \text{ nội tiếp.}$$

Chứng minh:

Xét $\diamond OCEA$ có $\widehat{OAE} = \widehat{OCE} = 1v$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{OAE} + \widehat{OCE} = 2v \Rightarrow \diamond OCEA$ nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{E}_1 \quad (1) \quad (\text{cùng chắn cung OC})$$

Tương tự với $\diamond OBAD$ nội tiếp.

$$\text{Do đó } \widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 \quad (2)$$

Vậy từ (1) và (2) ta có: $\widehat{E}_1 = \widehat{D}_1$

Xét $\triangle OBD$ và $\triangle OCE$ có :

$$\widehat{D}_1 = \widehat{E}_1$$

$$\widehat{C} = \widehat{B} = 1v \quad (\text{gt})$$

$OC = OB$ cùng là bán kính

$$\Rightarrow \triangle ODB = \triangle OCE \Rightarrow OD = OE$$

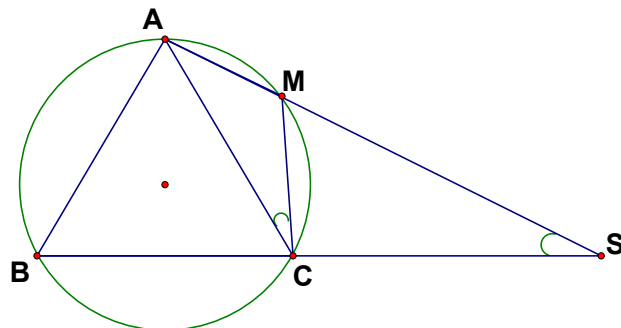
$$\Rightarrow \triangle DOE \text{ cân} \Rightarrow \widehat{EDA} = \widehat{OEA} \quad (\text{đpcm})$$

Cách 4: Lợi dụng các định lý về đường tròn kiến thức cơ bản:

- + Hai góc nội tiếp cùng chắn một cung.
- + Góc có đỉnh ở trong đường tròn cùng chắn hai cung bằng nhau.
- + Góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung.
- + Góc có đỉnh ở ngoài đường tròn cùng chắn hai cung.
- + Hai góc chắn hai dây cung bằng nhau.

Khi dùng phương pháp này học sinh phải nắm lại toàn bộ các kiến thức đã học có liên quan đến phương pháp này. Phải ghép chúng vào tính chất các đường tròn, tính chất góc trong đường tròn.

Ví dụ 7: Cho đường tròn O hai dây AD và AC trên cung nhỏ AC lấy điểm M. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng AM và BC. Chứng minh: $\widehat{ASC} = \widehat{MCA}$



Giáo viên cho học sinh nhận dạng bài toán này, và phát hiện mấy vấn đề sau:

+ Góc $\widehat{ACM}$ là góc nội tiếp chắn cung AM nên

$$\widehat{ACM} = \frac{1}{2} \widehat{AM}$$

+ Góc $\widehat{ASC}$ là góc có đỉnh ở ngoài đường tròn nên:

$$\widehat{ASC} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CM}}{2}$$

Muốn vậy $\widehat{ACM} = \widehat{ASC}$ thì sẽ $(\widehat{AM} = \widehat{AB} - \widehat{CM})$

Vậy hướng chính là dựa vào tính chất góc nội tiếp, góc có đỉnh ở ngoài đường tròn.

Chứng minh:

Ta có: sẽ $\widehat{ACM} = \frac{1}{2} \widehat{AM}$ (góc nội tiếp)

sẽ $\widehat{ASC} = \frac{1}{2} \widehat{(\widehat{AB} - \widehat{CM})}$ góc có đỉnh ở ngoài đường tròn.

Mà ta có $AM = AC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AC}$

Vậy $\widehat{AB} - \widehat{CM} = \widehat{AC} - \widehat{CM} = \widehat{AM}$

Vậy sẽ $\widehat{AM} = \widehat{(\widehat{AB} - \widehat{CM})}$

$\Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{ASC}$ (đpcm)

Cách 5: Dùng góc thứ 3 làm trung gian.

Phương pháp này sử dụng tính chất bắc cầu. Tìm một góc thứ 3 có thể bằng hai góc cần chứng minh hoặc góc thứ 3 cùng có tổng bằng nhau với hai góc cần chứng minh.

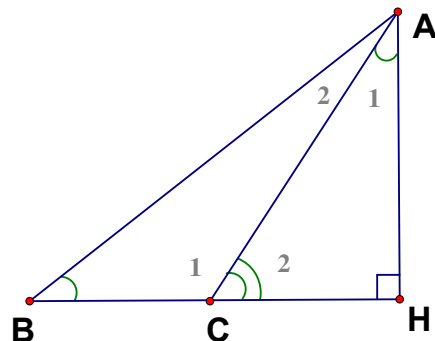
Khi dùng tính chất này giáo viên phải hướng dẫn cho các em phát hiện góc trung gian để thực hiện phép cộng hoặc phép bắc cầu. Góc thứ 3 này phải hợp lý, có thể vẽ thêm đường phụ để tìm góc thứ 3.

Ví dụ 8: cho $\triangle ABC$ có $\widehat{C} - \widehat{B} = 90^\circ$

Đường cao AH. Chứng minh

$$\widehat{BAH} = \widehat{ACH}$$

GT	$\triangle ABC:$
	$\widehat{C} - \widehat{B} = 90^\circ$ $AH \perp BC$
KL	$\widehat{BAH} = \widehat{ACH}$



Chứng minh

$$\text{Từ giả thiết } \widehat{C}_1 - \widehat{B} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 90^\circ + \widehat{B}$$

$$\text{Do } \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = 180^\circ \text{ (góc kề bù)}$$

$$\Rightarrow \widehat{C}_2 = 180^\circ - \widehat{C}_1 = 180^\circ - (90^\circ + \widehat{B}) = 90^\circ - \widehat{B}$$

$$\text{Mặt khác } \widehat{BAH} = 90^\circ - \widehat{B} \text{ do } \triangle ABH \text{ vuông tại H}$$

$$\Rightarrow \widehat{C}_2 = \widehat{BAH}$$

Như vậy ở ví dụ 7 này giáo viên đã chỉ ra cho các em thấy 2 góc $\widehat{HCH}$ và $\widehat{BAH}$ cùng phụ với góc $\widehat{B}$ có tổng bằng 90° . ví dụ 7 tìm ra góc thứ 3 ngay trong dữ kiện của bài toán

Cách 6: Lợi dụng góc cho trước rồi biến đổi.

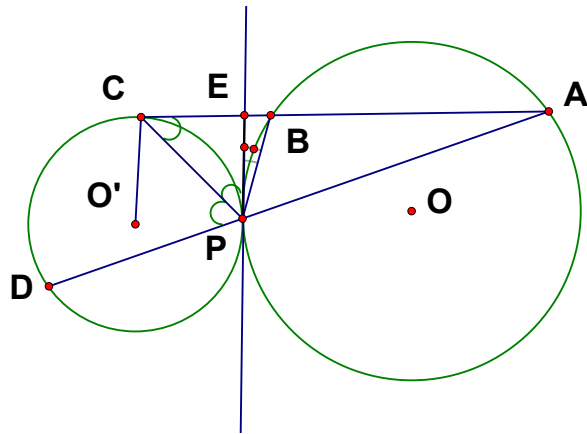
Phương pháp này giúp cho học sinh chứng minh hai góc lắt tông hoặc hiệu của hai cặp góc bằng nhau từng đôi một, hoặc gấp đôi hoặc bằng nửa hai góc bằng nhau cho trước.

Ví dụ 9: Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc với nhau tại P. Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O') tại C cắt đường tròn (O) tại A và B.

Nối AP kéo dài cắt (O') tại D.

Chứng minh: $\widehat{BPC} = \widehat{CPD}$

GT	(O) ; (O')
	$AC \perp O'C$
KL	(O), (O') tiếp xúc nhau tại P
	$\widehat{CPA} = \widehat{CPD}$



Giáo viên hướng dẫn cho học sinh loại trừ cả 5 phương án đã nêu trên đều không phù hợp. Do đó cần phải kẻ thêm đường phụ là tiếp tuyến chung BE. Sau đó sử dụng từ góc đã cho là $\widehat{CPB}$ tách thành hai góc $\widehat{CPE}$ và $\widehat{EPB}$

Phát hiện $\widehat{CPD}$ là góc ngoài của $\triangle PCA$ nên ta chỉ cần chứng minh cặp góc $\widehat{CPE} = \widehat{PCA}$; $\widehat{EPB} = \widehat{A}$

Như vậy bài toán này trở nên đơn giản hơn qua việc tách (biến đổi góc) thành phương pháp chứng minh thứ 5 (cách 5)

Chứng minh:

Kẻ tiếp tuyến chung PE (E ∈ CB)

Ta có PE= CE (2 tiếp tuyến cùng xuất phát từ một điểm E)

$$\Rightarrow \Delta ECP \text{ cân} \Rightarrow \widehat{ECP} = \widehat{EPC} \quad (1)$$

Ta có: $\widehat{BAP} = \frac{1}{2} \widehat{PB}$ (góc nội tiếp)

$$\widehat{BPE} = \frac{1}{2} \widehat{PB} \quad (\text{góc giữa tiếp tuyến và một dây})$$

$$\Rightarrow \widehat{BAP} = \widehat{BPE}$$

$$\Rightarrow \widehat{BPE} + \widehat{EPC} = \widehat{BPC} = \widehat{A} + \widehat{ACP} \quad (3)$$

Mặt khác ta có:

$$\widehat{CPD} = \widehat{A} + \widehat{ACP} \quad (4) \quad (\text{góc ngoài của tam giác CPA})$$

$$\text{Từ (3) và (4) ta có} \Rightarrow \widehat{PBC} = \widehat{CPD} \quad (\text{đpcm})$$

Một số bài tập tổng hợp và lời giải

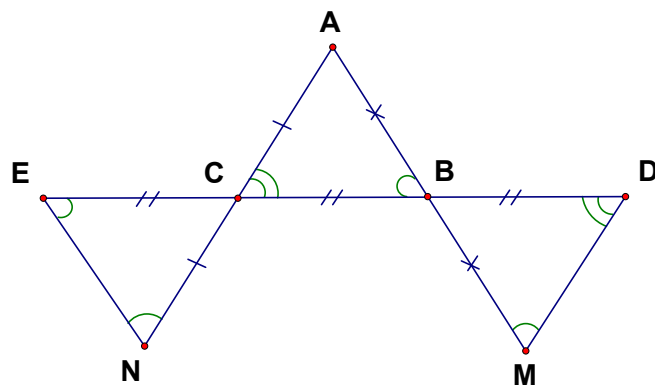
Bài tập 1: Sách giáo khoa hình học 7

Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia BC, CB, BA và CA lấy theo thứ tự các điểm D, E, M, N sao cho DB = BC = CE; BM = BA; CN = CA

Chứng minh: $\widehat{BMD} = \widehat{ENC}$; $\widehat{MDB} = \widehat{ACB}$ và $\widehat{NEC} = \widehat{ABC}$.

Bài giải:

GT	ΔABC $AC = CN$ $CE = BC = BD$ $AB = BN$
KL	$\widehat{BMD} = \widehat{ENC}$ $\widehat{MDB} = \widehat{ACB}$ $\widehat{NEC} = \widehat{ABC}$



Chứng minh

Xét ΔACB và ΔNCE có:

$$\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2 \quad (\text{hai góc đối đỉnh})$$

$$CE = CB \quad (\text{gt})$$

$$CA = CN \quad (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \Delta ACB = \Delta NCE \quad (\text{c. g. c})$$

$$\Rightarrow \widehat{NEC} = \widehat{ABC}; \widehat{CNE} = \widehat{A} \quad (1)$$

Tương tự $\triangle ABC = \triangle MBC$

$$\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BDM}; \widehat{BMD} = \widehat{A} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CNE} = \widehat{BMD}$

Bài toán (1) đã dùng 2 cách: cách 2 và cách 5

Bài tập 2:

Từ điểm M trên cạnh AC của tam giác ABC. Kẻ đường thẳng song song với phân giác AD của góc A, cắt BC tại P. Chứng minh: $\widehat{APM} = \widehat{AMP}$

Đường phân giác $\widehat{MPA}$ cắt PM tại I, chứng minh $\widehat{MIA}$ là góc vuông.

Bài giải:

Chứng minh

a) Ta thấy $\widehat{A_1} = \widehat{P}$ (do ở vị trí đồng vị)

$$\widehat{A_2} = \widehat{M} \quad (\text{so le})$$

$$\text{Mà } \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \quad (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \widehat{P} = \widehat{M} \text{ hay } \widehat{APM} = \widehat{AMP} \quad (\text{đpcm})$$

Bài này sử dụng cách 1 kết hợp với cách 5

b) Do: $\widehat{AMP} = \widehat{MPA}$ (Chứng minh trên)

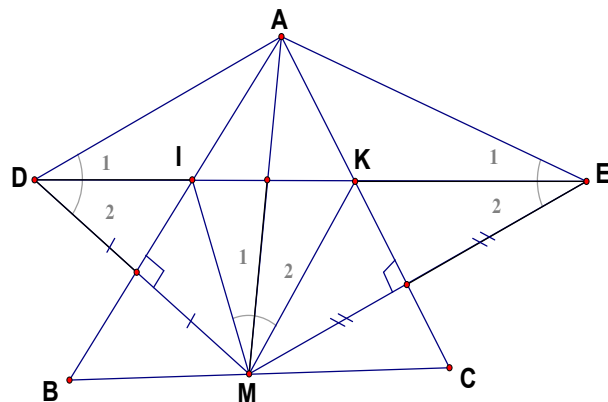
Do đó $\triangle AMP$ cân

Và do $\widehat{A_3} = \widehat{A_4}$ (gt) $\Rightarrow AI$ là đường cao

$$\text{Hay: } AI \perp MP \Rightarrow \widehat{MIA} = 90^\circ$$

Bài tập 3: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. M là một điểm thuộc BC, gọi D là điểm đối xứng với M qua AB; E là điểm đối xứng với M qua AC; DE cắt AB, AC tại I và K. Chứng minh MA là phân giác của góc $\widehat{IMK}$

GT	$\triangle ABC$; $M \in BC$ D đối xứng M qua AB E đối xứng M qua AC
KL	MA là phân giác của $\widehat{IMK}$



Bài giải:

Chứng minh

Xét $\triangle AID$ và $\triangle AIM$ có AI chung

$$AD = AM$$

$$\widehat{DAI} = \widehat{IAM} \text{ do MD đối xứng qua AB}$$

$$\Rightarrow \triangle MID = \triangle AIM \quad (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{M_1}$$

Tương tự ta có $\triangle AMK = \triangle AEK$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{M_2} = \widehat{E_1}$$

Do $DA = AM$: $AE = AM \Rightarrow \triangle ADE$ cân

$$\Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{M_2} = \widehat{E_1} = \widehat{M_2}$$

$$\Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{M_2} \text{ hay AM là phân giác}$$

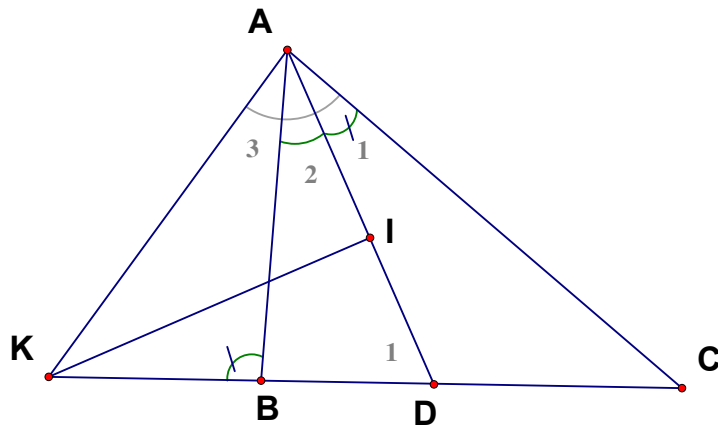
Bài toán đã sử dụng cách 2 cách 4 và cách 5

Bài tập 4: Hình

học 8

Cho tam giác ABC ($AB < AC$). Phân giác AD, đường trung trực của AD cắt

BC tại K. Chứng minh: $\widehat{KAC} = \widehat{ABK}$



Bài giải: Ta thấy: IK là đường trung trực do đó

$$\triangle KAD \text{ cân} \Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{A_2} + \widehat{A_3}$$

Mà $\widehat{D_1} = \widehat{C} + \widehat{A_2}$ vì $\widehat{D}$ là góc ngoài của $\triangle ADC$

$$\text{Và } \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \text{ (gt)} \Rightarrow \widehat{A_3} = \widehat{C}$$

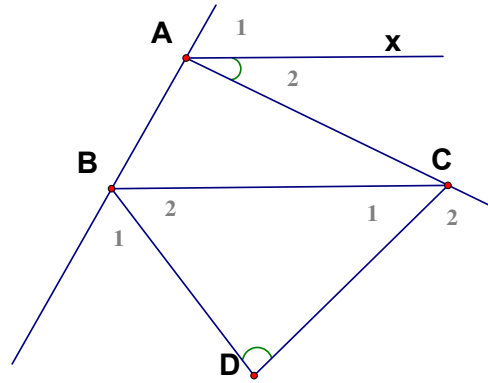
Xét $\triangle KAC$ và $\triangle KAB$ ta có:

$\widehat{K}$ chung

$$\widehat{A_3} = \widehat{C} \text{ (chứng minh trên)} \Rightarrow \triangle AKC \sim \triangle KAB \quad ; \quad \widehat{KAC} = \widehat{ABC}$$

Bài này đã sử dụng cách 3

Bài tập 5: Chứng minh rằng:
góc tạo bởi hai tia phân giác của hai
góc ngoài bằng nửa góc ngoài còn lại.



Chứng minh

$$\widehat{B_2} + \widehat{C_1} + \widehat{BEC} = 2v \quad (\text{tổng các góc trong tam giác})$$

$$\widehat{B_2} + \widehat{C_1} + \widehat{A_2} = \frac{1}{2} \times 4v = 2v$$

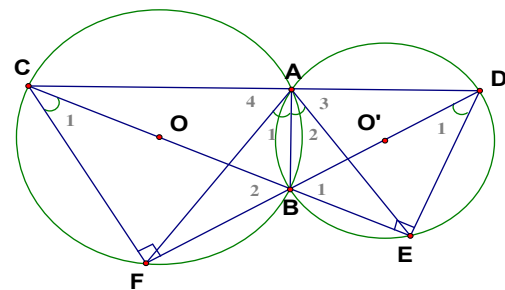
$$\widehat{BCE} = \widehat{A_2} \quad (\text{đpcm})$$

Bài toán đã sử dụng dùng góc trung gian cách 5

Bài tập 6: Hình học 9

Cho hai đường tròn (O) và (O')
cắt nhau tại A và B. Qua A kẻ dây
 $CD \perp AB$. Kéo dài CB và BD cắt hai
đường tròn tại E và F.

Chứng minh: AB là phân giác
của góc $\widehat{EAF}$



Bài giải:

Chứng minh

Ta thấy $\widehat{BED} = 1v$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{CFB} = 1v$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow$ Xét hai tam giác vuông: FCB và EBD ta có:

$$\widehat{B_2} + \widehat{C_1} = \widehat{B_1} + \widehat{D_1} = 90^\circ$$

mà $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$ đối đỉnh

$$\widehat{C_1} = \widehat{D_1} \quad (1)$$

Ta có $\widehat{C_1} = \widehat{A_1}$ (2) (cùng chắn cung FB đường tròn O)

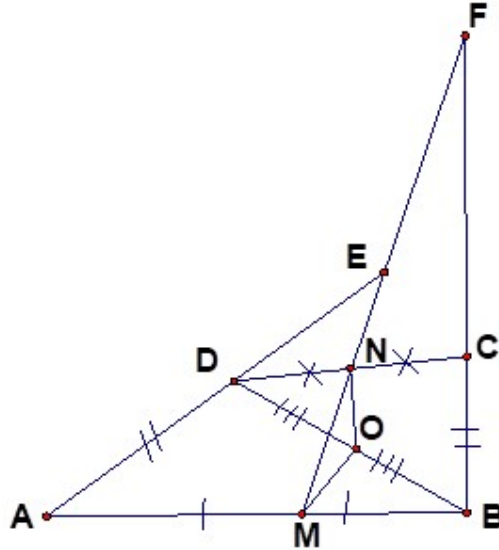
$\widehat{D_1} = \widehat{A_2}$ (3) (cùng chắn cung BE đường tròn O')

Từ (1) (2) và (3) ta có : $\widehat{C_1} = \widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \widehat{D_1}$

$\Rightarrow AB$ là phân giác của góc $\widehat{FAE}$ (đpcm)

Bài toán sử dụng cách 4 và cách 5.

Bài tập 7: Cho tứ giác ABCD có $AD=BC$: M, N là điểm giữa của AB và DC, kéo dài AD, MN cắt nhau tại E. Kéo dài BC, MN cắt nhau tại F. Chứng minh: $\widehat{AEM} = \widehat{BFM}$



Bài giải:

Lấy O là trung điểm của DB nối MO, NO ta có:

$$NO \parallel CB ; NO = \frac{1}{2} CB \quad (1)$$

$$MO \parallel AD ; MO = \frac{1}{2} AD \quad (2)$$

$$AD=BC \quad (\text{gt}) \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3) ta có: $MO = NO \Rightarrow \Delta MON$ cân

$$\Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{N_1} \quad (4)$$

$$\text{Vì: } NO \parallel CF \Rightarrow \widehat{F} = \widehat{N_1} \quad (\text{đồng vị}) \quad (5)$$

$$OM \parallel AE \Rightarrow \widehat{E} = \widehat{M_1} \quad (\text{so le}) \quad (6)$$

$$\Rightarrow \text{Từ (4) (5) và (6) ta có } \widehat{E} = \widehat{F} \quad (\text{đpcm})$$

Bài toán sử dụng cách 1, cách 5

2.3. Kết quả.

Với dạng toán tương tự như những ví dụ trên giáo viên có thể đưa ra phương pháp đi lên phù hợp chắc chắn học sinh dễ hiểu và nhớ lâu hơn, không mất nhiều thời gian.

Để học sinh nắm được cách chứng minh một bài toán hình học, chất lượng học sinh học bộ môn hình được nâng cao hơn nữa thì giáo viên cần phải chọn lựa

Sáng kiến: Phát triển tư duy sáng tạo của học sinh qua phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau

bài toán, dạng toán phù hợp với đối tượng học sinh, phương pháp đi lên phải chính xác khoa học kích thích được tư duy của học sinh.

Thông qua giảng dạy, khi vận dụng đề tài này tôi thấy học sinh cơ bản đã nắm được cách chứng minh một bài hình thông qua sơ đồ phân tích đi lên, học sinh học yếu bộ môn hình học đã giảm, học sinh yêu thích chứng minh các bài toán hình học khó đã tăng lên rõ rệt.

Qua việc theo dõi, kiểm tra đánh giá chất lượng học sinh qua bài kiểm tra 45 phút trong học kỳ I ở bộ môn Hình học. Kết quả là ở lớp 6A,7B,8A,9B. Kết quả cụ thể như sau:

Lớp	Số số	Giỏi		Khá		Trung bình		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
6A	31	10	32,3	15	48,4	6	19,4	0	0	0	0
7B	31	9	29,0	15	48,4	7	22,6	0	0	0	0
8A	40	7	17,5	16	40,0	17	42,5	0	0	0	0
9B	38	8	21,1	14	36,9	16	42,1	0	0	0	0

Kết quả với bài kiểm tra cùng thời điểm năm học 2018-2019

Lớp	Số số	Giỏi		Khá		Trung bình		Yếu		Kém	
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
6B	31	5	16,1	10	32,3	14	45,2	2	6,5	0	0
7A	40	4	10,0	9	22,5	24	60,0	3	7,5	0	0
8B	38	4	10,5	9	23,7	23	57,5	2	5,3	0	0

Riêng lớp 6A năm học 2018-2019, năm học trước là học sinh lớp 5 chưa học phương pháp chứng minh hai góc bằng nhau nên không có kết quả điều tra.

Dựa trên kết quả đối chiếu 2 năm học thấy rằng tỷ lệ học sinh học tốt môn Hình học tăng lên còn tỷ lệ học sinh yếu kém giảm xuống. Đây là động lực rất lớn để tiếp tục áp dụng sáng kiến kinh nghiệm này trong các năm học tiếp theo.

2.4. Rút ra bài học kinh nghiệm:

2.4.1. Bài học chung:

- Đa số học sinh trong các lớp được chọn khi nghiên cứu đều thấy phù hợp với sáng kiến, giáo viên triển khai sáng kiến theo đúng dự định và thời gian.

- Được sự ủng hộ của ban giám hiệu của tổ chuyên môn để triển khai rộng rãi sáng kiến trong nhà trường.

2.4.2. Bài học riêng:

- Đối với giáo viên:

+ Nắm vững kiến thức của từng bài và những kiến thức liên quan để thiết kế bài giảng với những phương pháp tích cực để kích thích khả năng tự nghiên cứu của học sinh.

+ Có phương pháp phù hợp với từng bài học.

+ Dành thời gian hỏi đáp ngay trong nội dung từng đoạn, từng tiết dạy tạo cơ hội thảo luận luận đối đáp với học sinh.

+ Uôn nắn sửa chữa những sai sót kịp thời của học sinh.

+ Được tham dự nhiều lớp bồi dưỡng học sinh giỏi mà ngành tổ chức. Thường xuyên đúc rút kinh nghiệm trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi

- Đối với học sinh:

+ Say mê nghiên cứu. Tự tìm tòi nhiều cách giải khác nhau của một bài toán.

+ Cần chuẩn bị bài theo yêu cầu của giáo viên.

+ Tích cực chủ động trong học tập.

+ Chủ động vận dụng kiến thức vào bài tập.

+ Luôn có tinh thần tự học, biết cách lập kế hoạch học tập.

Đối với học sinh yếu kém giáo viên cần dành thời gian hỏi đáp ngay trong nội dung của từng phần, từng tiết dạy tạo cơ hội cho học sinh hỏi. Nếu học sinh không hỏi thì giáo viên phải hỏi để qua đó đánh giá kết quả tiếp thu và kết quả giảng dạy của mình.

2.4.3. Bài học thành công:

- Không ngại sử dụng các phương pháp giảng dạy mới theo hướng tích cực để sáng kiến kinh nghiệm được tiếp cận nhanh hơn và sâu rộng hơn với các đối tượng học sinh.

- Tích cực sử dụng các thiết bị, ứng dụng công nghệ thông tin để trợ giúp trong việc triển khai sáng kiến kinh nghiệm.

- Thường xuyên có bài kiểm tra đánh giá chất lượng học sinh khi nghiên cứu để đưa ra giải pháp phù hợp.

2.4.4. Bài học không thành công:

- Một số bộ phận học sinh không chú ý học, làm bài tập về nhà, học thuộc kiến thức trước khi đến lớp. Do đó đôi lúc triển khai sáng kiến còn mất nhiều thời gian.

III. PHẦN KẾT LUẬN -- KIẾN NGHỊ

1. Kết luận:

Chứng minh hình là vấn đề khó khăn phức tạp, nó đòi hỏi người thầy, người trò phải biết vận dụng những kiến thức đã học, vận dụng chúng một cách khoa học để có phương pháp giải tối ưu nhất.

Bằng phép tổng hợp các cách đã nêu ở trên, chúng ta phần nào đã rèn được kỹ năng giải toán hình học cấp 2, phần chứng minh hai góc bằng nhau. Tuy chúng tôi đề ra phương pháp đó chỉ nhằm mục đích nâng cao tính phát hiện, nâng cao trí tuệ mang tính tập trung, lựa chọn cho học sinh khi gặp bài tập hình học là bài toán chứng minh hai góc bằng nhau, không bỏ ngõ không lúng túng và có điểm xuất phát trong hình học.

Với đề tài rèn kỹ năng giải bài toán chứng minh hai góc bằng nhau trong hình học phẳng này tuy đã đề ra, tôi rất mong nhận được sự góp và giúp đỡ của người đọc. Bởi năng lực còn hạn chế, chưa đi hết mọi vấn đề cho thời gian nghiên cứu.

Rất mong nhận được sự đóng góp của chuyên môn phòng cũng như của các bạn đồng nghiệp.

2. Kiến nghị, đề xuất:

- Công ty thiết bị đồ dùng nên bổ sung nhiều hơn về chủ đề của sách.
- Các tài liệu bổ trợ bổ sung cho bài dạy.
- Cần có nhiều sách hướng dẫn giáo viên và học sinh trong bộ môn hình học.

IV. TÀI LIỆU THAM KHẢO - PHỤ LỤC.

1. Tài liệu tham khảo:

- Sách giáo khoa và sách bài tập toán 6 tập 2
- Sách giáo khoa và sách bài tập toán 7
- Sách giáo khoa và sách bài tập toán 8
- Sách giáo khoa và sách bài tập toán 9
- Sách nâng cao và phát triển toán 6,7,8,9 (NXB Bộ giáo dục và đào tạo)
- Sách giáo viên toán 6,7,8,9
- Sách thiết kế bài giảng toán 6,7,8,9
- Sách ôn tập hình học (NXBGD)
- Tài liệu chuẩn kiến thức chuẩn kỹ năng (BGD)

2. Phụ lục:

STT	Nội Dung	Trang
I	PHẦN MỞ ĐẦU	
	1. Lí do chọn đề tài	1
	2. Mục đích nghiên cứu	2
	3. Thời gian địa điểm	2
	4. Đóng góp mới về mặt thực tiễn.	3
II	PHẦN NỘI DUNG	
	1. Chương 1: Tổng quan vấn đề nghiên cứu	
	1.1. Cơ sở lý luận.	3
	1.2. Cơ sở thực tiễn.	3
	2. Chương 2: Nội dung vấn đề nghiên cứu.	
	2.1. Thực trạng.	4
	- Khảo sát	
	- Đánh giá	
	2.2. Các giải pháp	6
	Nội dung cụ thể của đề tài.	6
	2.3. Kết quả	23
	2.4. Rút ra bài học kinh nghiệm	24
	- Bài học chung.	
	- Bài học riêng.	
	- Bài học thành công.	
	- Bài học chưa thành công.	
III	PHẦN KẾT LUẬN KIẾN NGHỊ	26
IV	TÀI LIỆU THAM KHẢO - PHỤ LỤC	26
V	NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG CHẤM SK.	28

Tân An, ngày 03 tháng 6 năm 2020

NGƯỜI VIẾT

Hoàng Văn Thắng

V. NHẬN XÉT CỦA HỘI ĐỒNG CHẤM SÁNG KIẾN.

Xác nhận của nhà trường

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Nhận xét của Hội đồng chấm sáng kiến

[illegible]

