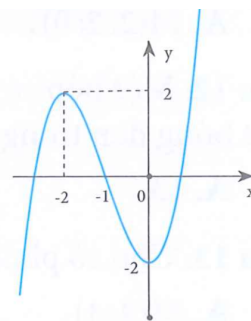


Câu 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 2n + 3$. Công sai của dãy số (u_n) là:

- A. $d = -2$. B. $d = 3$. C. $d = 5$. D. $d = 2$.

Câu 3. Mặt phẳng $(P): x - 3y + 2 = 0$ có vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_p = (-1; 3; 2)$. B. $\vec{n}_p = (1; 0; -3)$. C. $\vec{n}_p = (1; -3; 0)$. D. $\vec{n}_p = (1; -3; -2)$.

Câu 4. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$; $\int_1^5 f(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_2^5 f(u)du$ bằng

- A. 5. B. -5. C. 1. D. -1.

Câu 5. Nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 4) - \log_3(2) > 0$ là

- A. $x > 6$. B. $x > 4$. C. Vô nghiệm. D. $0 < x < 1$.

Câu 6. Cho hình chóp có chiều cao h và diện tích đáy S . Thể tích khối chóp bằng

- A. $3Sh$. B. $\frac{Sh}{3}$. C. Sh . D. $\frac{Sh}{6}$.

Câu 7. Cho khối trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 10\pi \text{ cm}^2$, đường sinh $l = 5 \text{ cm}$. Khi đó, bán kính đáy của khối trụ là

- A. 2 cm. B. 2 dm. C. 1 cm. D. 1 dm.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $3^x \cdot \ln 3$. B. 3^x . C. $\frac{3^x}{\ln 3}$. D. $3^x \cdot \log 3$.

Câu 9. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ có bán kính bằng

- A. 2. B. 25. C. 1. D. 2.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	-1	$-\sqrt{2}$	1

Kết luận nào sau đây đầy đủ về đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = \pm 1$.
- B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = \pm 1$.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = \pm 1$, tiệm cận đứng $x = -1$.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$, tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 11. Cho 2 điểm $A(1;3;2), B(5;1;-2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(2;2;0)$.
- B. $M(3;2;0)$.
- C. $M(3;2;2)$.
- D. $M(3;2;-2)$.

Câu 12. Một hộp có chứa 8 bóng đèn màu đỏ và 5 bóng đèn màu xanh. Số cách chọn được một bóng đèn trong hộp đó là

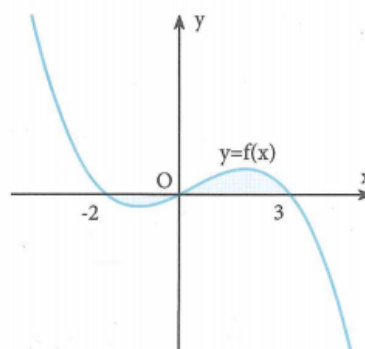
- A. 13.
- B. 5.
- C. 8.
- D. 40.

Câu 13. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z là

- A. $M(2;3)$.
- B. $M(2;-3)$.
- C. $M(-2;3)$.
- D. $M(3;2)$.

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là

- A. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.
- B. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
- C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
- D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$.



Câu 15. Cho mặt cầu (S) có chu vi đường tròn đi qua tâm cầu bằng πa . Diện tích mặt cầu (S) là

- A. $4\pi a^2$.
- B. πa^2 .
- C. $\frac{\pi a^2}{4}$.
- D. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (C). Xác định giá trị của m để hàm số (C) đạt cực đại tại điểm có hoành độ $x = -1$?

- A. $m = -1$.
- B. $m = 1$.
- C. $\forall m \in \mathbb{R}$.
- D. $m \in \emptyset$.

Câu 17. Nếu $A_x^2 = 110$ thì

- A. $x = 11$.
- B. $x = 10$.
- C. $x = 11$ hoặc $x = 10$.
- D. $x = 0$.

Câu 18. Cho điểm $A(-3; -1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng

Δ bằng

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{20}$. C. 4. D. 5.

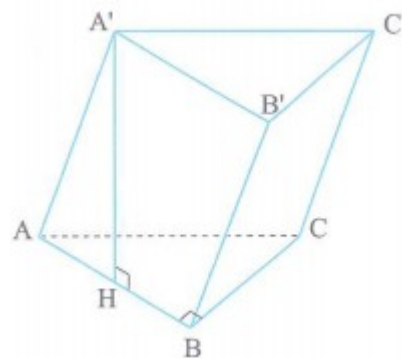
Câu 19. Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

- A. $\frac{25}{3}$. B. $\frac{29}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. 87.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+3$ trên đoạn $\left[-3; \frac{3}{2}\right]$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A=a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là



- A. $V=a^3\sqrt{3}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
C. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $V=2a^3\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho số phức $w=iz-(i+2)\bar{z}$ với $z=2-3i$. Khi đó, w bằng

- A. $2+6i$. B. $2-6i$. C. $3-4i$. D. $3+4i$.

Câu 23. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 có phương trình

- A. $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$. B. $y=-\frac{1}{2}x+2$. C. $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$. D. $y=\frac{1}{2}x$.

Câu 24. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2+3i|=|z+2i|$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

- A. $4x-2y-9=0$. B. $4x+2y+9=0$.
C. $4x-2y+9=0$. D. $4x+2y-9=0$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2\sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3}+x}$ sau phép đặt $t=\sqrt{x+3}$ là

- A. $F(t)=4t+\ln|t-1|-9\ln|t+3|+C$. B. $F(t)=4t-\ln|t+1|+9\ln|t-3|+C$.
C. $F(t)=4t-\ln|t-1|+9\ln|t+3|+C$. D. $F(t)=4t+\ln|t+1|-9\ln|t-3|+C$.

Câu 26. Phương trình $3^{x^2-5x} = \frac{1}{81}$ có tổng các nghiệm là

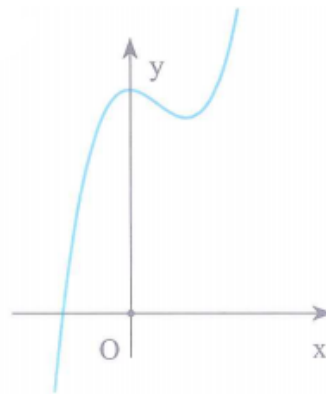
- A. 5. B. -3. C. 3. D. -5.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 2, diện tích đáy $ABCD$ bằng 6. Khoảng cách cách từ đỉnh S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.



Câu 29. Nếu " $\log_3 = a$ " thì $\frac{1}{\log_{81} 100}$ bằng

- A. a^4 . B. $16a$. C. $\frac{a}{8}$. D. $2a$.

Câu 30. Cho 2 đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - 4t \\ z = 1 + mt \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-4; 4]$ để 2 đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau?

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau.

Tập hợp các giá trị m để phương trình $f(x) = m + 2$ có hai nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$

- A. $(-2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. C. $(-2; +\infty) \cup \{-3\}$. D. $(-3; -2)$.

Câu 32. Số các giá trị nguyên không âm để bất phương trình $3^{\cos^2 x} + 2^{\sin^2 x} \geq m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với đáy một góc bằng α . Biết thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{3a^3}{16}$, khi đó α bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	4	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	-1	1	2	0	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ là

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 35. Giá trị của $\int_{-m}^m \frac{\sin^3 x - x}{\cos^4 x + \cos^2 x + 1} dx$ bằng

- A. 0. B. $m\pi^2$. C. $-2m\pi$. D. $\frac{\pi}{m}$.

Câu 36. Cho điểm $M \in (H): y = f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ thỏa mãn tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận của (H) là nhỏ nhất. Khi đó, tổng tung độ các điểm M bằng

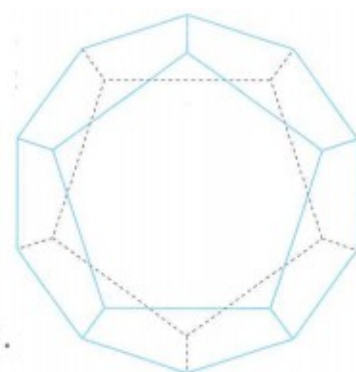
- A. 4. B. 6. C. 10. D. 2.

Câu 37. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 38. Một khối đèn laze có dạng khối 12 mặt đều, biết rằng diện tích của mỗi mặt là 10 cm^2 . Khi đó thể tích của khối đèn gần nhất với số nào sau đây?

- A. $136,89 \text{ cm}^3$. B. $103,13 \text{ cm}^3$.
C. $107,38 \text{ cm}^3$. D. $131,12 \text{ cm}^3$.



Câu 39. Cho tích phân $I = \int_0^2 x^3 \sqrt{x^2+1} dx = \frac{a}{15} + \frac{10\sqrt{b}}{3}$ với $a; b \in \mathbb{N}^*$.

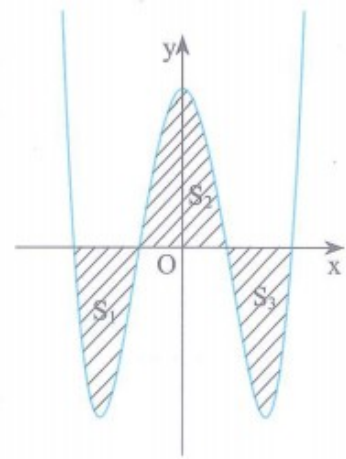
Giá trị của $a^2 + b - 1$ là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 40. Cho tam giác OAB có tọa độ các điểm $A(3;0;0), B(0;4;0)$. Phương trình đường phân giác trong của $\triangle OAB$ là

- A. $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x=3-3t \\ y=\frac{3}{2}t \\ z=0 \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x=3-3t \\ y=-\frac{3}{2}t \\ z=0 \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x=3+3t \\ y=\frac{3}{2}t \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 41. Cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + m$ tạo với trục Ox các phân diện tích như hình vẽ. Để $S_2 = S_1 + S_3$ thì m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. $(-1; 3)$. B. $(1; 5)$.
C. $(5; 8)$. D. $(-5; -2)$.

Câu 42. Cho hai điểm $A(1; 1; 3)$ và $B(4; 1; -1)$. Điểm M thỏa mãn

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5} \text{ đồng thời cách mặt phẳng } (P): 2x + y + 2z - 5 = 0 \text{ một}$$

khoảng bằng 1. Tập hợp tất các các điểm M là

- A. Mặt cầu. B. Đường elip. C. Đường tròn. D. Đường thẳng.

Câu 43. Giả sử anh T có 180 triệu đồng muốn đi gửi ngân hàng trong 18 tháng. Trong đó có hai ngân hàng A và ngân hàng B tính lãi với các phương thức như sau.

* Ngân hàng A: Tiền tiết kiệm được tính theo hình thức lãi kép với lãi suất 1,2% / tháng trong 12 tháng đầu tiên và lãi suất 1,0% / tháng trong 6 tháng còn lại.

* Ngân hàng B: Mỗi tháng anh T gửi vào ngân hàng 10 triệu theo hình thức lãi kép với lãi suất là 0,8% / tháng.

Gọi T_A, T_B (đơn vị triệu đồng và làm tròn đến số thập phân thứ nhất) lần lượt là số tiền (cả gốc lẫn lãi) anh T nhận được khi gửi lần lượt ở ngân hàng A và B. Mối liên hệ giữa T_A, T_B nào sau đây là đúng?

- A. $T_B - T_A = 26,2$. B. $T_A = T_B + 26,2$. C. $T_A - T_B = 24,2$. D. $T_B = T_A + 24,2$.

Câu 44. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng $(AB'C)$ và $(A'BC')$ chia lăng trụ thành 4 phần. Thể tích phần nhỏ nhất trong 4 phần được tạo ra bằng bao nhiêu thể tích V của lăng trụ bằng 1?

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{36}$.

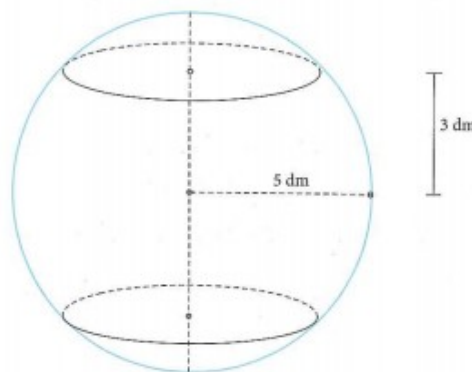
Câu 45. Cho hàm số $y = |(x^2 - 1)x(x - 2) + m|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2019; 2020]$ để hàm số có 5 điểm cực trị?

- A. 2020. B. 2019. C. 4040. D. 4039.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x - 2m)^2 + (y + m)^2 + (z + 2m)^2 - 9m^2 + 4m - 1 = 0$. Biết khi m thay đổi thì (S) luôn chứa một đường tròn cố định. Bán kính đường tròn đó bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. C. 1. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 47. Một khối cầu có bán kính là 5 (dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Thể tích chiếc lu bằng



- A. $\frac{100}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. B. $\frac{43}{3}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$.
C. $41\pi \text{ (dm}^3\text{)}$. D. $132\pi \text{ (dm}^3\text{)}$.

Câu 48. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 dm^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là $500000 \text{ đồng / m}^3$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó phải trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- A. 1.08 triệu đồng. B. 0,91 triệu đồng. C. 1,68 triệu đồng. D. 0,54 triệu đồng.

Câu 49. Cho số phức $z = \frac{i - m}{1 - m(m - 2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Xác định giá trị nhỏ nhất của số thực k sao cho tồn tại m để $|z - 1| \leq k$

- A. $k = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$. B. $k = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$. C. $k = \sqrt{5} - 1$. D. $k = \sqrt{3} - 1$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f^2(x) - 2\sqrt{2} \cdot f(x) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] dx = \frac{\pi - 2}{2}. \text{ Tích phân } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. 0. C. $\frac{\pi}{2}$. D. 1.

Đáp án

1-B	2-D	3-C	4-B	5-A	6-B	7-C	8-A	9-A	10-A
11-B	12-A	13-B	14-C	15-B	16-B	17-A	18-A	19-B	20-D
21-C	22-B	23-C	24-A	25-A	26-A	27-A	28-B	29-D	30-C
31-C	32-B	33-B	34-C	35-A	36-B	37-A	38-C	39-D	40-B
41-B	42-C	43-B	44-B	45-B	46-B	47-D	48-A	49-A	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B.

Từ hình dáng đồ thị ta có $a > 0$. Loại phương án A, D.

Mặt khác, đồ thị cắt trục hoành tại điểm $x = -1 \Rightarrow$ Chỉ có $y = x^3 + 3x^2 - 2$ thỏa mãn.

Câu 2: Đáp án D.

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n+3) = 2$ là hằng số.

Suy ra dãy (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Câu 3: Đáp án C.

Ta có $x - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 1.x - 3.y + 0.z + 2 = 0$. Vậy vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_p = (1; -3; 0)$.

Câu 4: Đáp án B.

Ta có $\int_2^5 f(u) du = \int_2^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = -2 - 3 = -5$.

Câu 5: Đáp án A.

Ta có $\log_3(x-4) - \log_3(2) > 0 \Leftrightarrow \log_3(x-4) > \log_3(2) \Leftrightarrow x-4 > 2 \Leftrightarrow x > 6$.

Câu 6: Đáp án B.

Thể tích khối chóp bằng $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 7: Đáp án C.

Ta có công thức tính diện tích xung quanh khối trụ $= 2\pi.r.l \Rightarrow r = \frac{10.\pi}{2.\pi.1} = 1 (cm)$.

Câu 8: Đáp án A.

Ta có công thức $(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$ nên $(3^x)' = 3^x \cdot \ln(3)$.

Câu 9: Đáp án A.

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 20 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25 = 5^2 = R^2$

Vậy $R = 5$.

Câu 10: Đáp án A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ là tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

Câu 11: Đáp án B.

Ta có $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) \Rightarrow M(3; 2; 0)$.

Câu 12: Đáp án A.

Để chọn được 1 bóng đèn trong hộp ta có 2 trường hợp.

TH1. Chọn được bóng đèn màu đỏ có 8 cách.

TH2. Chọn được bóng đèn màu xanh có 5 cách.

Do đó theo quy tắc cộng ta có $8 + 5 = 13$ cách.

Câu 13: Đáp án B.

Điểm M biểu diễn số phức $z = 2 - 3i \Rightarrow M(2; -3)$.

Câu 14: Đáp án C.

Theo hình vẽ, ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = - \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$

Câu 15: Đáp án B.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) .

Ta có $2\pi R = \pi a \Rightarrow R = \frac{a}{2} \Rightarrow$ Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = \pi a^2$.

Câu 16: Đáp án B.

Ta có $y' = 3x^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 = m$

Để hàm số có cực đại thì $m > 0$; khi đó ta có $\begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases}$.

Do hệ số $a > 0$ nên điểm cực đại sẽ là $x = -\sqrt{m} = -1 \Rightarrow m = 1$.

Câu 17: Đáp án A.

Cách 1. Ta có

$$A_x^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ \frac{x!}{(x-2)!} = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x(x-1) = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - x - 110 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 11$$

Cách 2. Thử đáp án: Sử dụng Casio.

Câu 18: Đáp án A.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $u(1; 2; -1)$ và điểm $M(2; 0; 1) \in \Delta$.

Ta có $\vec{MA}(-5; -1; -1) \Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{|\vec{MA}, u|}{|u|} = \frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \sqrt{21}$.

Câu 19: Đáp án B.

Điều kiện $x > \frac{2}{3}$.

Ta có $\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$.

Câu 20: Đáp án D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

Tính $f(-3), f(-1), f(1), f\left(\frac{3}{2}\right)$ bằng phím CALC sẽ thấy hàm số có giá trị lớn nhất là $f(-1) = 5$.

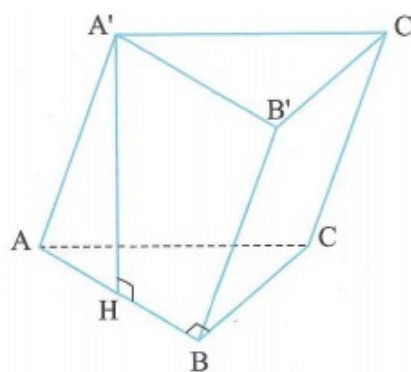
Câu 21: Đáp án C.

Từ giả thiết suy ra $BA = BC = a\sqrt{2}$.

Tam giác vuông $A'HA$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA \cdot BC = a^2$.

Vậy $V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.



Câu 22: Đáp án B.

Ta có $w = iz - (i + 2)\bar{z} = i(2 - 3i) - (i + 2)(2 + 3i) = 2 - 6i$.

Câu 23: Đáp án C.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Tại $x_0 = 2 \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 1 \\ y'_0 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $y = \frac{1}{3} \cdot (x - 2) + 1 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Câu 24: Đáp án A.

Đặt $z = x + yi$

Ta có $|z - 2 + 3i| = |z + 2i| \Leftrightarrow |x + yi - 2 + 3i| = |x + yi + 2i|$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + (y + 2)^2$

$\Leftrightarrow -4x + 6y + 13 = 4y + 4$

$\Leftrightarrow 4x - 2y - 9 = 0$

Câu 25: Đáp án A.

Đặt $t = \sqrt{x+3} \Leftrightarrow t^2 = x+3 \Rightarrow 2t dt = dx$ khi đó ta có

$$\int \frac{2\sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3}+x} dx = \int \frac{2t \cdot 2t dt}{t^2 + 2t - 3} = \int \frac{4(t^2 + 2t - 3) + (t+3) - 9(t-1)}{(t+3)(t-1)} dt$$

$$= \int \left(4 + \frac{1}{t-1} - \frac{9}{t+3} \right) dt = 4t + \ln|t-1| - 9\ln|t+3| + C$$

Câu 26: Đáp án A.

Ta có $3^{x^2-5x} = \frac{1}{81} \Leftrightarrow 3^{x^2-5x} = 3^{-4} \Leftrightarrow x^2 - 5x = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$

Câu 27: Đáp án A.

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(S;(ABCD)) \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow d(S;(ABCD)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = 1$.

Câu 28: Đáp án B.

Từ đồ thị hàm số đã cho ta suy ra đồ thị của hàm $y = |f(x)|$ là

Ta thấy hàm số có ba cực trị.

Câu 29: Đáp án D.

Ta có $\frac{1}{\log_{81} 100} = \log_{100} 81 = \log_{10^2} 3^4 = \frac{4}{2} \log_{10} 3 = 2 \log 3 = 2a$.

Câu 30: Đáp án C.

Ta có $d_1: \begin{cases} A(0;5;1) \\ \vec{u}_{d_1} = (2; -4; m) \end{cases}; d_2: \begin{cases} B(2;3;1) \\ \vec{u}_{d_2} = (1; -2; -1) \end{cases} \Rightarrow \vec{AB}(2; -2; 0)$

2 đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \vec{u}_{d_1} & \vec{u}_{d_2} \end{bmatrix} \cdot \vec{AB} \neq 0 \\ \vec{u}_{d_1} \neq \vec{u}_{d_2} \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \vec{u}_{d_2} & \vec{AB} \end{bmatrix} \cdot \vec{u}_{d_1} \neq 0 \\ \vec{u}_{d_1} \neq \vec{u}_{d_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 - 4 \cdot 2 - 2 \cdot m \neq 0 \\ \frac{2}{1} = \frac{-4}{-2} \neq \frac{m}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -2$

Kết hợp với điều kiện $m \in [-4; 4]$, tập giá trị của m là $S = \{-4; -3; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 31: Đáp án C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để $f(x) = m+2$ có hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} m+2 = -1 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m > -2 \end{cases}$.

Câu 32: Đáp án B.

Đặt $\sin^2 x = t (0 \leq t \leq 1)$

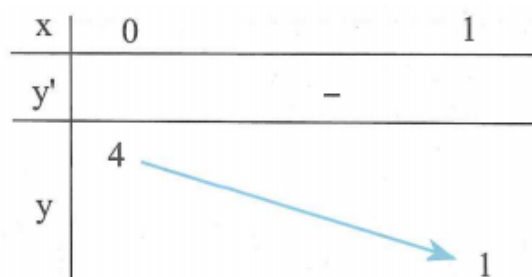
Khi đó, bất phương trình trở thành $3^{(1-t)} + 2^t \geq m \cdot 3^t \Leftrightarrow \frac{3}{3^t} + 2^t \geq m \cdot 3^t \Leftrightarrow \frac{3}{(3^t)^2} + \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq m$.

Đặt $y = \frac{3}{9^t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t$ ($0 \leq t \leq 1$) $\Rightarrow y' = 3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t \cdot \ln \frac{1}{9} + \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{3} < 0$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \leq 4$ thì bất phương trình có nghiệm.

Suy ra các giá trị nguyên không âm cần tìm là $\{4; 3; 2; 1; 0\}$.



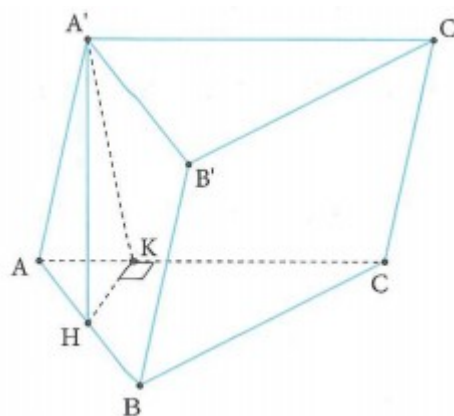
Câu 33: Đáp án B.

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

Vẽ $HK \perp AC$ tại $K \Rightarrow \angle A'KH = \alpha$.

$$AH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}; KH = AH \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A'H = HK \tan \alpha$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{16} \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ.$$



Câu 34: Đáp án C.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có 3 tiệm cận đứng.

$$\text{Từ bảng ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1} = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)-1} = -\frac{1}{2}.$$

Nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có 2 tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ là 5.

Câu 35: Đáp án A.

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{\sin^3 x - x}{\cos^4 x + \cos^2 x + 1}$$

$$f(-x) = \frac{\sin^3(-x) - (-x)}{\cos^4 x + \cos^2 x + 1} = \frac{x - \sin^3 x}{\cos^4 x + \cos^2 x + 1} = -f(x)$$

Vậy hàm $f(x)$ là hàm lẻ $\Rightarrow \int_{-m}^m f(x) dx = 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 36: Đáp án B.

Ta có $y = f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$; tiệm cận ngang $y=3$.

Gọi $M\left(m; 3 + \frac{1}{m-2}\right) \in (H)$

Khi đó tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận của (H) là

$$d = |x_M - 2| + |y_M - 3| = |m - 2| + \frac{1}{|m - 2|} \geq 2$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow |m - 2| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} M(1; 2) \\ M(3; 4) \end{cases}$.

Câu 37: Đáp án A.

Gọi $z_1 = a + bi$ và $z_2 = x + yi$. Ta có $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = x^2 + y^2 = 1$

Lại có $|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a + x)^2 + (b + y)^2 = 3 \Leftrightarrow 2ax + 2by = 1$

Xét $|z_1 - z_2|^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2 = a^2 + x^2 + b^2 + y^2 - 2ax - 2by = 2 - 1 = 1$. Vậy $|z_1 - z_2| = 1$.

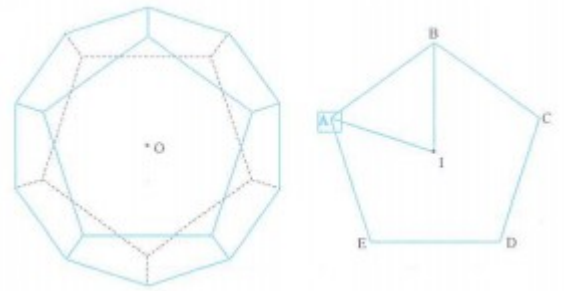
Câu 38: Đáp án C.

Gọi O là tâm của khối cầu ngoại tiếp đa diện đều 12 mặt đã cho. Gọi A, B, C, D, E là các đỉnh của một mặt và tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCDE$ là I .

Ta có

$$S_{IAB} = 2 = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin 72^\circ \Rightarrow IA = IB = \frac{2}{\sqrt{\sin 72^\circ}}.$$

Theo định lí sin ta có $\frac{AB}{\sin 72^\circ} = \frac{IA}{\sin 54^\circ} \Rightarrow AB \approx 2,41 \text{ cm}.$



Ta có công thức tính nhanh thể tích khối 12 mặt đều cạnh a là $V = \frac{a^3(15 + 7\sqrt{5})}{4} \approx 107,38 \text{ cm}^3.$

Câu 39: Đáp án D.

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = t^2 - 1 \\ x dx = t dt \end{cases}$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \sqrt{5} \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^{\sqrt{5}} (t^2 - 1)t \cdot dt = \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right)_1^{\sqrt{5}} = \frac{2}{15} + \frac{10\sqrt{5}}{3}$

Do đó $a = 2, b = 5 \Rightarrow a^2 + b - 1 = 8.$

Câu 40: Đáp án B.

Ta có $OA = 3; OB = 4; AB = 5$

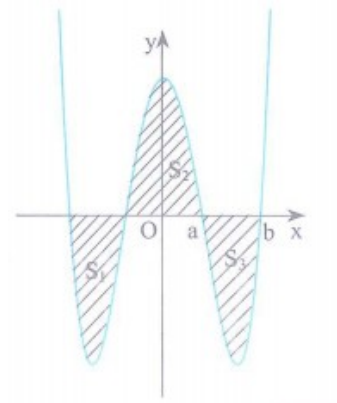
Gọi D là chân đường phân giác trong hạ từ A của tam giác OAB .

Theo tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{DO}{DB} = \frac{AO}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{OD}{DB} = \frac{3}{5} \Rightarrow D\left(0; \frac{3}{2}; 0\right) \Rightarrow AD\left(-3; \frac{3}{2}; 0\right)$$

Câu 41: Đáp án B.

Trên tia Ox , gọi hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và Ox là $x=a, x=b$ ($a, b > 0$) (như hình vẽ).



$$\Rightarrow b^4 - 5b^2 + m = 0 \quad (1)$$

Ta thấy đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + m$ có trục đối xứng là Oy .

$$\Rightarrow S_2 = S_1 + S_3 \Leftrightarrow S_2 = 2S_3$$

$$\Leftrightarrow \int_0^a (x^4 - 5x^2 + m) dx = - \int_a^b (x^4 - 5x^2 + m) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^b (x^4 - 5x^2 + m) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{b^5}{5} - \frac{5}{3}b^3 + mb = 0 \Rightarrow \frac{b^4}{5} - \frac{5}{3}b^2 + m = 0 \quad (2) \quad (\text{do } b > 0)$$

$$\text{Từ (1) và (2), trừ vế theo vế ta có } \frac{4}{5}b^4 - \frac{10}{3}b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = \frac{25}{6} \quad (\text{do } b > 0).$$

$$\text{Thay vào (1) ta được } m = \frac{125}{36}.$$

Câu 42: Đáp án C.

Từ $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow 5MA = 3MB$, ta gọi tọa độ $M(x, y, z)$ để có điểm M thuộc mặt cầu, lại do M thuộc mặt phẳng cách (P) một khoảng bằng 1 nên M thuộc giao của mặt phẳng đó và mặt cầu. Vậy quỹ tích là đường tròn.

Câu 43: Đáp án B.

➤ Khi anh T gửi ngân hàng A:

- Trong 12 tháng đầu tiên số tiền anh T có là

$$T_{12} = a(1+r)^n = 180.(1+0,012)^{12} = 207,7 \text{ (triệu đồng).}$$

- Trong 6 tháng còn lại số tiền anh T có cả gốc lẫn lãi là

$$T_A = 207,7.(1+0,01)^6 = 220,5 \text{ (triệu đồng).}$$

➤ Khi anh T gửi ngân hàng B:

- Cuối tháng thứ 18, anh T có số tiền cả gốc lẫn lãi là

$$T_B = \frac{a}{m} \cdot \left[(1+m)^n - 1 \right] (1+m)$$

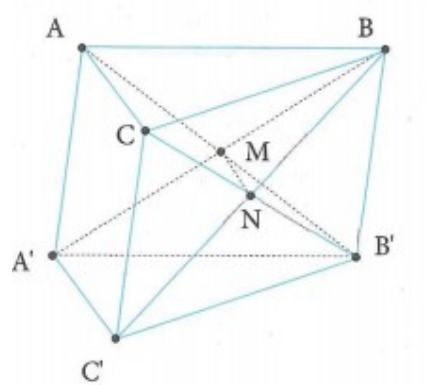
Với $m = 0,8\%, n = 18, a = 10$ triệu đồng.

$$\Rightarrow T_B = \frac{a}{m} \cdot \left[(1+m)^n - 1 \right] (1+m) = 194,3 \text{ (triệu đồng)}.$$

Do đó $T_A - T_B = 26,2$ triệu đồng.

Câu 44: Đáp án B.

Ta có $AB' \cap A'B = M; BC' \cap B'C = N$. Do $ABB'A', BCC'B'$ là các hình chữ nhật nên M, N lần lượt là trung



là trung

Gọi

$$V_1 = V_{B.B'MN}, V_2 = V_{B.ACNM}, V_3 = V_{B'.A'C'NM}, V_4 = V_{AA'MCCN}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_2 = V_{B'.ABC} - V_1 = \frac{1}{3}V - V_1 \\ V_3 = V_{B.A'B'C'} - V_1 = \frac{1}{3}V - V_1 \\ V_2 = V - (V_1 + V_2 + V_3) = \frac{1}{3}V + V_1 \end{cases}$$

Ta có

$$\frac{V_{B.B'MN}}{V_{B.B'A'C'}} = \frac{BM}{BA'} \cdot \frac{BN}{BC'} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{B.B'MN} = \frac{1}{4}V_{B.B'A'C'} = \frac{1}{12}V = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow V_2 = V_3 = \frac{1}{4}; V_4 = \frac{5}{12}$$

Vậy thể tích phần nhỏ nhất là $V_1 = \frac{1}{12}$.

Câu 45: Đáp án B.

Xét hàm số $f(x) = (x^2 - 1)x(x - 2) + m$ (C).

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 2x + 2$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1}{2} \\ x_3 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of a function $f(x)$ based on the first derivative $f'(x)$ and the function value $f(x)$ at critical points x_1, x_2, x_3 .

The horizontal axis represents x , with critical points x_1, x_2, x_3 marked. The vertical axis represents $f(x)$, with $+\infty$ and $y=0$ marked.

The sign of $f'(x)$ is negative for $x < x_1$, zero at x_1 , positive for $x_1 < x_2$, zero at x_2 , negative for $x_2 < x_3$, zero at x_3 , and positive for $x > x_3$.

The function $f(x)$ is decreasing for $x < x_1$, increasing for $x_1 < x_2$, decreasing for $x_2 < x_3$, and increasing for $x > x_3$.

The function values at the critical points are $f(x_1)$, $f(x_2)$, and $f(x_3)$.

The function $f(x)$ has a local minimum at x_1 and a local maximum at x_2 .

$$-\overline{m \in [-\frac{m \in \mathbb{Z}}{2019; 2020}]} \rightarrow \text{Có 2019 giá trị nguyên của } m \text{ thỏa mãn.}$$

Giả sử $M(x, y, z)$ là điểm thuộc đường tròn (C) cố định với mọi số thực m .

$$(x-2m)^2+(y+m)^2+(z+2m)^2-9m^2+4m-1=0, \forall m \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + y + 2z + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

Ta có $d(O;P))=\frac{2}{3}\Rightarrow$ Bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Cách 1. Trên hệ trục tọa độ Oxy , xét đường tròn $(C): (x - 5)^2 + y^2 = 25$.

$\Rightarrow$ Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y = \sqrt{10x - x^2}$

mặt

$y = \sqrt{10x - x^2}$, trục Ox , hai đường thẳng $x=0; x=2$ quay

⇒ Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là

$$V_1 = \pi \int_0^2 (10x - x^2) dx = \pi \left(5x^2 - \frac{x^3}{3} \right)_0^2 = \frac{52\pi}{3}$$

Thể tích khối cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}$

Thể tích chiếc lu là $V = V_2 - 2V_1 = \frac{500\pi}{3} - 2 \cdot \frac{52\pi}{3} = 132\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$

Cách 2. Hai phần cắt đi có thể tích bằng nhau, mỗi phần là một chỏm cầu có thể tích

$$V_1 = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{52\pi}{3} \text{ với } R = 5\text{dm}, h = 2\text{dm}.$$

Thể tích khối cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}.$

Vậy thể tích của chiếc lu là $V = V_2 - 2V_1 = 132\pi.$

Câu 48: Đáp án A.

Gọi $x (x > 0)$ chiều rộng của đáy bể.

+ Chiều dài của đáy bể là $2x.$

+ Chiều cao của bể là $\frac{0,144}{x^2}.$

- Diện tích cần xây $2x^2 + \frac{0,864}{x}.$

Xét $f(x) = 2x^2 + \frac{0,864}{x}.$

Ta có $f'(x) = 4x - \frac{0,864}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,6.$

- Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	$0,6$	$+\infty$
$f'(x)$			$-$	$+$
$f(x)$		$+\infty$	$2,16$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min f(x) = 2,16.$

Vậy chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây bể là $2,16 \cdot 500000 = 1080000$ đồng.

Câu 49: Đáp án A.

Ta có $z = \frac{i - m}{-i^2 + 2mi - m^2} = \frac{-1}{i - m} \Rightarrow z - 1 = \frac{1 - m + i}{m - i}$

$$|z - 1| = \frac{|1 - m + i|}{|m - i|} = \sqrt{\frac{m^2 - 2m + 2}{m^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow |z - 1| \leq k \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq 0 \\ \frac{m^2 - 2m + 2}{m^2 + 1} \leq k^2 \end{cases}$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{m^2 - 2m + 2}{m^2 + 1}$.

Ta có $f'(m) = \frac{2(m^2 - m - 1)}{(m^2 + 1)^2} \Rightarrow f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Lập bảng biến thiên ta có $\min f(m) = f\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

$$\Rightarrow \text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow k^2 \geq \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow k \geq \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

Vậy $k = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ là giá trị phải tìm.

Câu 50: Đáp án B.

Đặt $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f^2(x) - 2\sqrt{2} \cdot f(x) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] dx$.

Ta có

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - 2\sqrt{2} \cdot f(x) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$$

$$\Leftrightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) - \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]^2 dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx$$

$$\text{Có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \right] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [1 - \sin 2x] dx = \left[x + \frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi - 2}{2}$$

$$\text{Mà } I = \frac{\pi - 2}{2} \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) - \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]^2 dx = 0 \quad (1)$$

Vì $y = \left[f(x) - \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]^2$ liên tục và không âm nên

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) - \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right]^2 dx \geq 0$$

Dấu '=' xảy ra $\Leftrightarrow f(x) - \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

$$\Leftrightarrow f(x) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx = 0.$$