

CD14: PHẦN HÌNH HỌC

Dạng toán: Tính số đo góc, chứng minh góc bằng nhau, so sánh góc
Dạng toán: Tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh đoạn thẳng bằng nhau
Dạng toán: Chứng minh tam giác bằng nhau
Dạng toán: Chứng minh ba điểm thẳng hàng
Dạng toán: Bất đẳng thức tam giác
Dạng toán: Chứng minh song song, vuông góc
Dạng toán: Hình khối trong thực tiễn
Dạng toán: Bài toán chứng minh tổng hợp

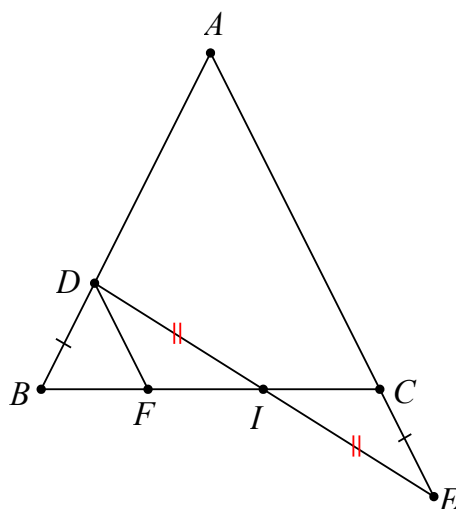
Dạng toán: Chứng minh ba điểm thẳng hàng

Câu 1. (HSG 7 huyện 2016 - 2017)

Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A . Trên cạnh AB lấy điểm D , trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Gọi I là trung điểm của DE .

Chứng minh ba điểm B, I, C thẳng hàng

Lời giải



Kẻ $DF \parallel AC$ ($F \in AC$)

$\Rightarrow \angle ACB = \angle DFB$ (đồng vị)

$\Rightarrow \angle DFB = \angle ACB \Rightarrow \triangle DBF$ cân tại D

$\Rightarrow DF = BD = CE$

Xét $\triangle IDF$ và $\triangle IEC$ có:

$DF = CE$ (gt)

$\angle IDF = \angle IEC$ (so le trong)

$$DI = IE$$

Suy ra $\triangle IDF = \triangle IFC$ (c - g - c)

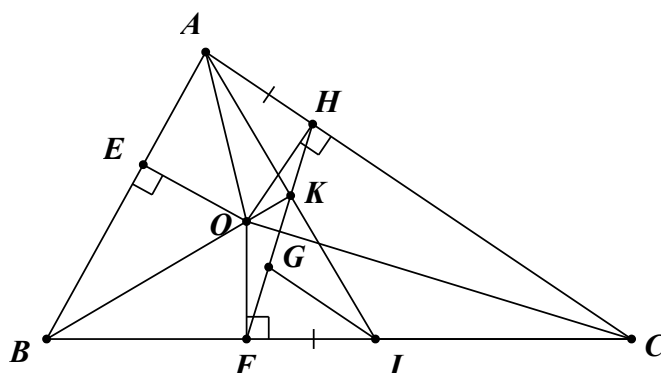
$$\Rightarrow \angle DIF = \angle EIC$$

$\Rightarrow F, I, C$ thẳng hàng $\Rightarrow B, I, C$ thẳng hàng.

Câu 2. (HSG 7 trường Lý Thường Kiệt 2017- 2018)

Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O . Gọi F là hình chiếu của O trên BC ; H là hình chiếu của O trên AC . Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI . Chứng minh 3 điểm B, O, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $\angle HO = \angle FO = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC$, $OF \perp BC$)

Xét $\triangle CHO$ vuông và $\triangle CFO$ vuông có:

OC chung

$$\angle HCO = \angle FCO \quad (OC \text{ là phân giác } \angle C)$$

Vậy $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow CH = CF \quad (\text{hai cạnh tương ứng}).$$

Vậy $\triangle FCH$ cân tại C .

Qua I vẽ $IG \parallel AC$ ($G \in FH$)

Ta có $\triangle FCH$ cân tại C (cmt) $\Rightarrow \angle HCF = \angle FCH$ (1)

Mà $\angle HCF = \angle FGI$ (đồng vị, $IG \parallel AC$) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle FCH = \angle FGI$ hay $\angle FCG = \angle IGF$

Vậy $\triangle FGI$ cân tại I

$$\Rightarrow FI = GI$$

Mặt khác: $FI = AH$ nên $GI = AH (= FI)$

Ta lại có: $\angle GIK = \angle AHK$; $\angle HAK = \angle GIK$ (so le trong, $IG \parallel AC$)

Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có:

$$\angle GIK = \angle AHK \text{ (cmt)}$$

$$GI = AH \text{ (cmt)}$$

$$\angle HAK = \angle GIK \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHK = \triangle IGK \text{ (g.c.g)}$$

$$\Rightarrow AK = KI \text{ (đpcm)}$$

Vẽ $OE \perp AB$ tại E,

$\triangle ABC$ có 2 tia phân giác AO và CO cắt nhau tại O

Nên BO là tia phân giác thứ ba của $\angle ABC$ (*)

$$\triangle AOB = \triangle IOB \text{ (g.c.g)} \text{ nên } AB = BI$$

Chứng minh được: $\triangle ABK = \triangle IBK$ (c.c.c)

$$\Rightarrow \angle ABK = \angle IBK$$

Từ đó suy ra BK là tia phân giác của $\angle ABC$ (**)

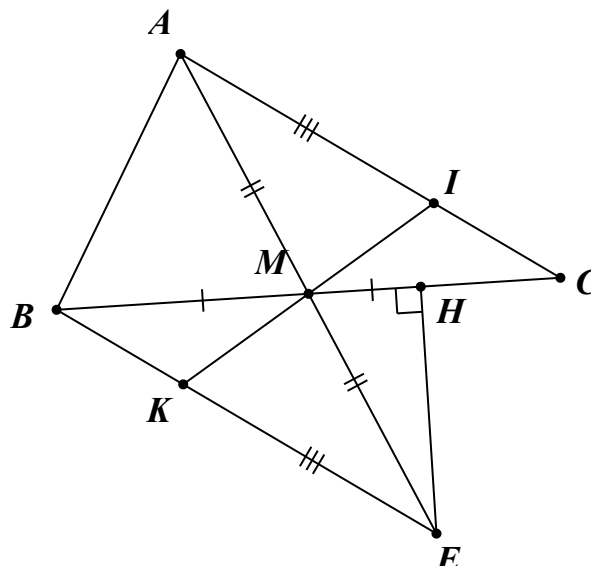
Từ (*) và (**) suy ra tia BK, BO trùng nhau

Hay B, O, K là ba điểm thẳng hàng.

Câu 3. (HSG 7 huyện 2017 - 2018)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$. Gọi I là một điểm trên AC , K là một điểm trên EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng

Lời giải



Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có:

$$AM = EM \text{ (gt)}$$

$$\angle AMC = \angle EMB \text{ (đối đỉnh)}$$

$$BM = MC \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow AC = EB$$

$$\text{Vì } \triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$$

mà 2 góc ở vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC, EB cắt đường thẳng AE)
 $\Rightarrow AC \parallel BE$

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có: $AM = EM$ (gt)

$$\angle MAI = \angle MEK (\angle MAC = \angle MEB)$$

$$AI = EK \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$$

$$\text{Mà } \angle AMI + \angle IME = 180^\circ \text{ (Kề bù)}$$

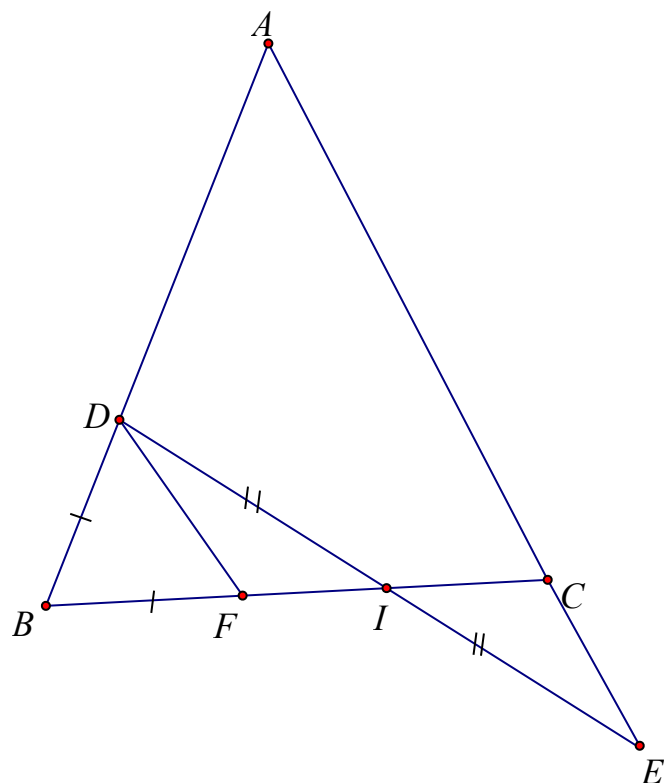
$$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$$

Vậy ba điểm I, M, K thẳng hàng.

Câu 4. (HSG 7 huyện 2022 - 2023)

Cho tam giác ABC cân tại A , trên cạnh AB lấy điểm D , trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Gọi I là trung điểm của DE . Chứng minh ba điểm B, I, C thẳng hàng.

Lời giải



Kẻ $DF \parallel AC (F \in BC)$

$\angle DFB = \angle ACB$ (hai góc đồng vị)

Mà $\angle ABC = \angle ACB$ (tam giác ABC cân)

$\Rightarrow \angle DFB = \angle ABC$

$\Rightarrow \triangle DBF$ cân tại D

Ta có: $DB = DF$

Mà $DF = CE$ (gt)

$\Rightarrow DF = CE$

$\Rightarrow \triangle DFI = \triangle ECI$ (c.g.c)

$\Rightarrow \angle DFI = \angle ECI$

Vậy ba điểm B, I, C thẳng hàng (vì ba điểm D, I, E thẳng hàng)

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>