**Đề 62**

**Học sinh giỏi toán 9 Hưng Yên năm 2023-2024**

**Câu 1:** ( 4,0 điểm)

1. Cho hai biểu thức với .

Tìm để .

1. Tìm hai số a và b sao cho đa thức chia hết cho đa thức .

**Câu 2:** ( 4,0 điểm)

1. Giải phương trình: **.**
2. b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng (m là tham số). Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

**Câu 3:** ( 4,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: với (x,y
2. Cho a, b là các số hữu tỉ thỏa mãn . Chứng minh rằng là số hữu tỉ

**Câu 4:** ( 2,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD. Gọi E là một điểm bất kì trên cạnh CD ( E khác C, D). Đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F, đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K.

Chứng minh rằng cos

**Câu 5:** ( 4,0 điểm)

Cho không là tam giác cân, ngoại tiếp đường tròn (I;R). Gọi H, K, N lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn (I;R) với các cạnh BC, AC, AB. Đường thẳng AH cắt đường tròn (I;R) tại P ( P không trùng với H), Gọi Q là trung điểm của KN. Trên tia đối của tia IA lấy điểm M sao cho . Từ điểm M kẻ các tiếp tuyến MD, MJ với đường tròn (I;R). Qua điểm I, vẽ đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng IM cắt các tia MD, MJ theo thứ tự tại hai điểm E và F.

1. Chứng minh rằng tứ giác PQIH nội tiếp.
2. Tìm vị trí của điểm M sao cho diện tích nhỏ nhất.

**Câu 6:** ( 2,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc =1000 . Tìm gái trị lớn nhất của biểu thức .

**---Hết---**

**ĐÁP ÁN**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP TỈNH**

**HƯNG YÊN NĂM HỌC 2021-2022**

**MÔN THI: TOÁN**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**(Hướng dẫn chấm gồm 5 trang)**

Câu 1 (4,0đ)

a) B = - - =

= =

A = B = 12( + 1) = + 3)(- 2)

7x - 5 -18 = 0

(- 2)(+ 9) = 0 - 2 = 0 (vì + 9 0)

= 2 x = 4 (TMĐK)

b) Ta có g(x) = + x - 2 = (x - 1)(x + 2)

Vì đa thức f(x) = a + + 10x - 4 chia hết cho đa thức g(x) = + x - 2

Nên tồn tại đa thức q(x) sao cho f(x) = g(x).q(x)

a + + 10x - 4 = (x - 1).(x + 2). q(x) (\*)

Với x = 1 thay vào (\*) ta được a + b + 6 = 0 a + b = -6 (1)

Với x = -2 thay vào (\*) ta được -8a + 4b - 20 - 4 = 0 2a - b = -6 (2)

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được a = -4; b = -2

Vậy với a = -4; b = -2 thì đa thức f(x) = a + + 10x - 4 chia hết cho đa thức g(x) = + x - 2

Câu 2 (4,0đ)

a) Giải hệ phương trình: 3 = - 8x + 4

Điều kiện: x -2

Đặt = a và b = a 0, b > 0

Suy ra 2 - 2 = 2() - 2(x + 2) = 2 - 8x + 4

Phương trình đã cho trở thành 3ab = 2( - ) - 2 - 3ab = 0

+ ab - 2 - 4ab = 0 b(2b + a) - 2a(2b + a) = 0 - 7x - 4 = 0

Giải phương trình trên ta được 2 nghiệm = ; =

Đối chiếu với ĐKXĐ ta được phương trình có 2 nghiệm

= ; =

b)

+) Nếu m = 0 thì (d) trở thành y = -1 không cắt cả hai trục tọa độ (loại)

+) Nếu m 0 xét đường thẳng (d): y = mx + m - 1

Gọi A là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Oy ta có A(0; m-1)

OA =

Gọi B là giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox nên B

OB =

= 2 = 2 OA.OB = 4 = 4

Giải phương trình (1) ta được m = 3 + 2 (TMĐK)

Giải phương trình (2) ta được m = -1 (TMĐK)

Vậy với m {3 + 2; 3 - 2; -1}

Câu 3 (4,0đ)

a) Giải hệ phương trình

Xét PT (1) (x - y)( + xy + + 3) = 3( + ) + 2

- + 3x - 3y = 3 + + 2

- + 3x - 1 = + 3 + 3y + 1

=

x - 1 = y + 1 y = x - 2 (3)

Thay (3) vào phương trình (2) ta được phương trình:

(x - 2) + - 2x - 12 = 0 - - 2x - 12 = 0

(x - 3)( + 2x + 4) = 0

Giải phương trình (\*) có = -3 < 0 Phương trình vô nghiệm

Thay x = 3 vào phương trình (3) ta được y = 1

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (3;1)

b) Ta có: ( + - 2)( + = -4ab

( + ( = 0

( - 2((1 + ab) + ( = 0

= 0 ( - (1 + ab) = 0 ( = 1 + ab

=

Vì a,b Q Q nên Q (ĐPCM)

Câu 4 (2,0đ)



Kẻ đường cao EH của

Ta có = KE.FC = KE.EF.cos (vì = )

Lại có = EH.KF = EH.(KH + HF)

Suy ra KE.EF.cos = EH.(KH + HF) cos =

cos = . + . = sin. cos + sin. cos

Câu 5 (4,0đ)



a) Nối P với N,H với N

Xét và có:

= (vì AN là tiếp tuyến)

là góc chung

(g-g) = AP.AH = (1)

Theo giả thiết AN NI nên vuông tại N. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có A,I,Q thẳng hàng và NQ AI. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có = AQ.AI (2)

Từ (1) và (2) ta có AP.AH = AQ.AI =

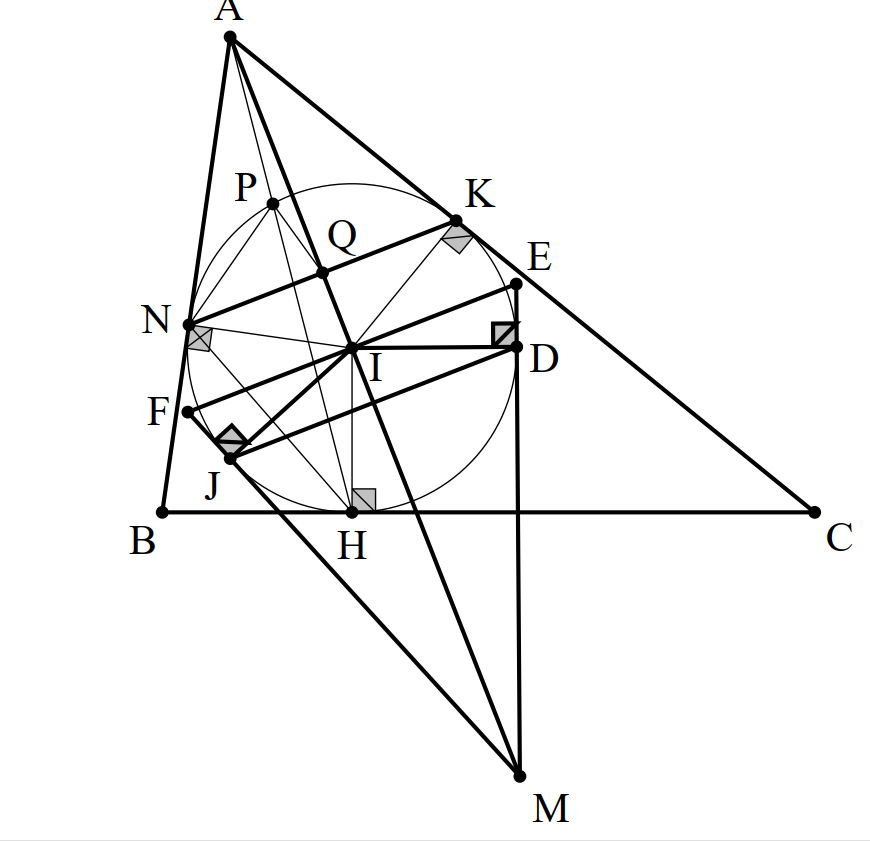
Xét và có:

=

là góc chung

(c - g - c)

= . Suy ra tứ giác PQIH nội tiếp



b) Vì vuông tại I đường cao ID nên DM.DE = = (không đổi)

Lại có ME = MD + DE 2 = 2 = 2R (BĐT Cauchy) (1)

Dấu “=” xảy ra khi DM = DE là tam giác vuông cân

IM = ID = R

Mặt khác = 2. = 2.ID.ME = ID.ME = R.ME 2 (theo (1))

Vậy nếu IM = R thì diện tích nhỏ nhất

Câu 6 (2,0đ)

Ta chứng minh bất đẳng thức + ab( + ) (\*)

Thật vậy: + ab( + ) + + a

(a - b)( + ) 0 ( + ab + ) 0

0 (luôn đúng với mọi a,b > 0)

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi a = b

Áp dụng BĐT (\*) ta có:

+ + 1000c ab( + + c.abc) = ab( + + ) > 0 a,b,c > 0

=

Tương tự: = (2)

Và = (3)

Cộng theo vế các BĐT (1),(2),(3) ta được

+ + =

Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 10

Vậy giá trị lớn nhất của P là khi và chỉ khi a = b = c = 10.